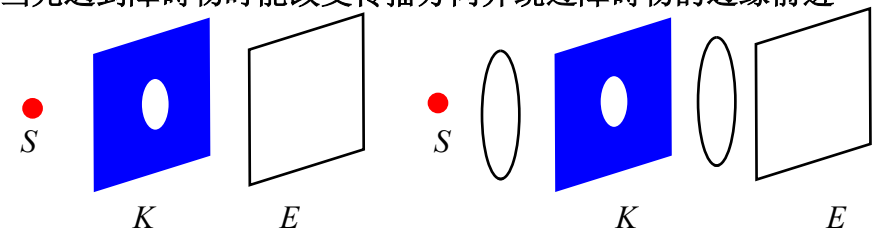
第 6 节　光的衍射　惠更斯-菲涅耳原理

一、光的衍射

当光遇到障碍物时能改变传播方向并绕过障碍物的边缘前进



1、菲涅耳衍射　　**2**、夫琅和费衍射

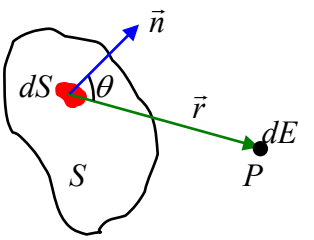
光源、障碍物、屏相距有限远　　光源、障碍物、屏相距无限远

二、惠更斯-菲涅耳原理

惠更斯原理：波在媒质中传播到达的各点，可以看作发射子波的波源，其后任意时刻，这些子波的包络面就是新的波阵面

“从同一波面上各点发出的子波经传播在空间相遇时将产生相干迭加”——— 惠更斯-菲涅耳原理

$$dE = F\frac{K(\theta)dS}{r}\cos\omega(t-\frac{r}{c})$$



$K(\theta)$：倾斜因子

θ：$\vec{n}$、$\vec{r}$ 夹角

θ**=0**，$K(\theta)$**=1**，$\theta\uparrow$，$K(\theta)\downarrow$

$\theta \geq \frac{\pi}{2}$，$K(\theta)$**=0**

机械波，E：位移；电磁波，E：电场强度

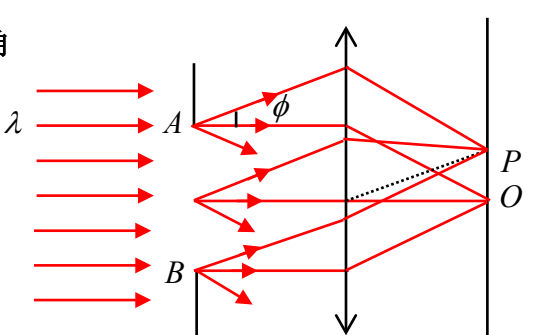
$$E = \int dE = \int_S F\frac{K(\theta)dS}{r}\cos\omega(t-\frac{r}{c})$$

波或光的传播都是按照惠更斯-菲涅耳原理的方式进行的

第 7 节　单缝夫琅和费衍射

一、光路图

ϕ：衍射角



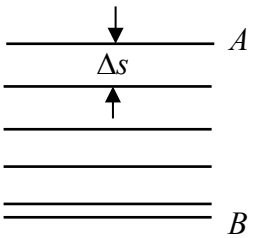
二、衍射花样，**p226**

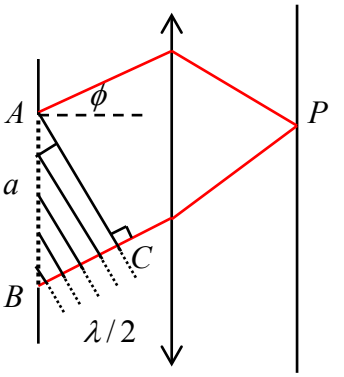
衍射条纹：与狭缝平行的直条纹

中央明纹最亮最宽

向两侧明纹亮度越来越低，中央明纹是其余明纹宽度的两倍

三、菲涅耳半波带法





狭缝上下边缘发出的倾角为ϕ的两条光线到达P点的光程差

$$\delta = \overline{BC} = a\sin\phi$$

每个波带的宽度$\Delta s = \dfrac{\lambda/2}{\sin\phi} = \dfrac{\lambda}{2\sin\phi}$

狭缝被分割为波带的数目$N = \dfrac{a}{\Delta s} = \dfrac{2a\sin\phi}{\lambda}$

宽度为$\Delta s = \dfrac{\lambda}{2\sin\phi}$的波带上下边缘发出的倾角为$\phi$的两条光线到达$P$点的光程差恰为$\lambda/2$，故名半波带

λ一定，Δs与ϕ有关

相邻的两个半波带在P点引起的合振动干涉相消

1、衍射方程

a、λ一定，$N = N(\phi)$，$\phi\uparrow$，$\Delta s\downarrow$，$N\uparrow$

$$N = \frac{2a\sin\phi}{\lambda} = \pm 2k \qquad k = 1,2,3,\cdots$$

$\boxed{a\sin\phi = \pm k\lambda \qquad k = 1,2,3\cdots}$，暗纹

$$N = \frac{2a\sin\phi}{\lambda} = \pm(2k+1) \qquad k = 1,2,3,\cdots$$

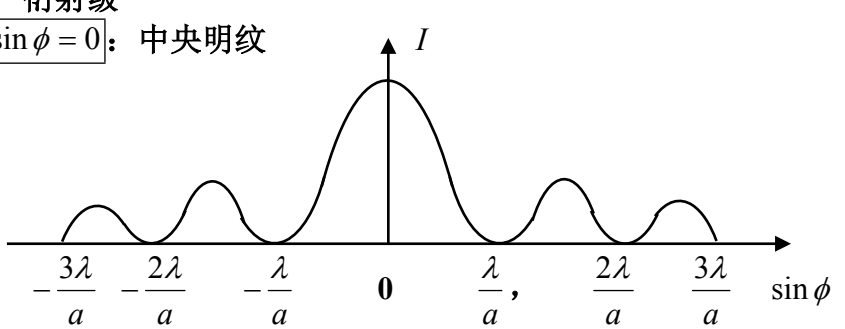
$\boxed{a\sin\phi = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \qquad k = 1,2,3,\cdots}$，明纹

明纹强度来自一个半波带的贡献

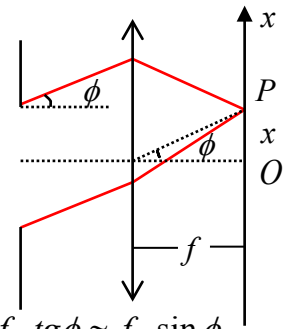
$\phi\uparrow$，$\Delta s\downarrow$，半波带面积$\downarrow$，明纹强度$\downarrow$

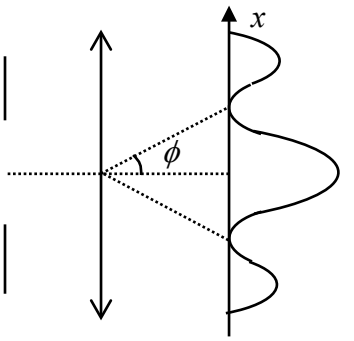
k：衍射级

$\boxed{a\sin\phi = 0}$：中央明纹



2、条纹中心在屏上的位置





$x = f \cdot tg\phi \approx f \cdot \sin\phi$

暗纹中心坐标 $x = f \cdot \sin\phi = \pm k\dfrac{f\lambda}{a}$　　$k = 1,2,3\cdots$

明纹中心坐标 $x = f \cdot \sin\phi = \pm(2k+1)\dfrac{f\lambda}{2a}$　　$k = 1,2,3\cdots$

中央明纹宽度（± 1 级暗纹间距）$\Delta x_0 = \dfrac{f\lambda}{a} - (-\dfrac{f\lambda}{a}) = \dfrac{2f\lambda}{a}$

第 k 级明纹的宽度 $\Delta x_k = (k+1)\dfrac{f\lambda}{a} - k\dfrac{f\lambda}{a} = \dfrac{f\lambda}{a}$

λ 一定，$a\uparrow$，$\Delta x\downarrow$

$a >> \lambda$，衍射效应不明显，a 越小，衍射效应越显著

a 一定，λ 不同，Δx 不同

日光，中央明纹：白色，两侧：彩色条纹

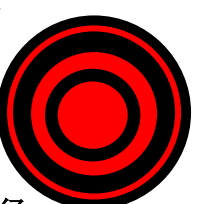
3、半角宽：中央明纹对透镜中心张角的一半或一级暗纹

对应的衍射角：$\phi = \arcsin\dfrac{\lambda}{a} \approx \dfrac{\lambda}{a}$

4、圆孔的夫琅和费衍射

条纹呈环状

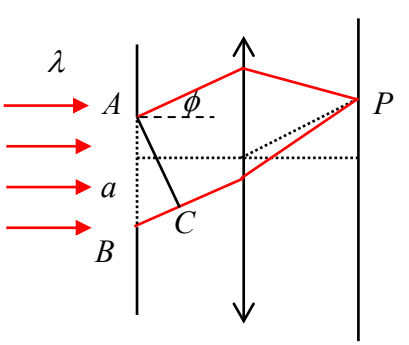
中央是一亮斑：爱里斑



爱里斑的半角宽 $\theta = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$，$D$：圆孔直径

例：$\delta = \overline{BC} = a\sin\phi$，若 P 点为第 k 级暗纹，则狭缝可以被划分为多少个半波带？

若 P 点为第 k 级明纹，则狭缝可以被划分为多少个半波带？

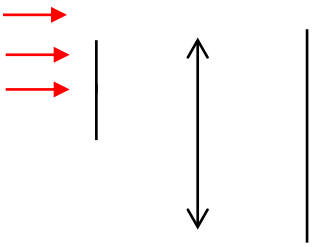


解：$N = \dfrac{\overline{BC}}{\lambda/2} = \dfrac{2a\sin\phi}{\lambda}$

若 P 点为第 k 级暗纹，$a\sin\phi = k\lambda$，$N = 2k$

若 P 点为第 k 级明纹，$a\sin\phi = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$，$N = 2k+1$

例：狭缝或透镜上下移动，
条纹如何变化？



解：

狭缝上下移动，条纹位置不变
透镜上下移动，条纹跟着移动

例：已知 $\lambda = 0.5\mu m$， $a = 0.5mm$， $f = 0.5m$

求：（1）中央明纹宽度（2）第一级明纹宽度

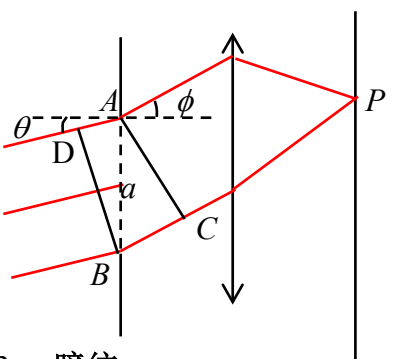
解：第一级暗纹， $a\sin\phi = \lambda$， $x_1 \approx f\cdot\sin\phi = f\lambda/a$

第二级暗纹， $a\sin\phi = 2\lambda$， $x_2 \approx f\cdot\sin\phi = 2f\lambda/a$

中央明纹宽度 $\Delta x_0 = 2f\lambda/a = \dfrac{2\times0.5\times0.5\times10^{-6}}{0.5\times10^{-3}} = 1mm$

第一级明纹宽度 $\Delta x = f\lambda/a = 0.5mm$

例：平行光（λ）以 θ 角斜入射到缝宽为 a 的狭缝，写出衍射方程



解：狭缝上下边缘发出的倾角为 ϕ 的光线到达 P 点的光程差

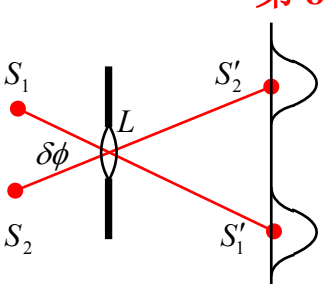
$\delta = \overline{BC} - \overline{DA} = a\sin\phi - a\sin\theta$

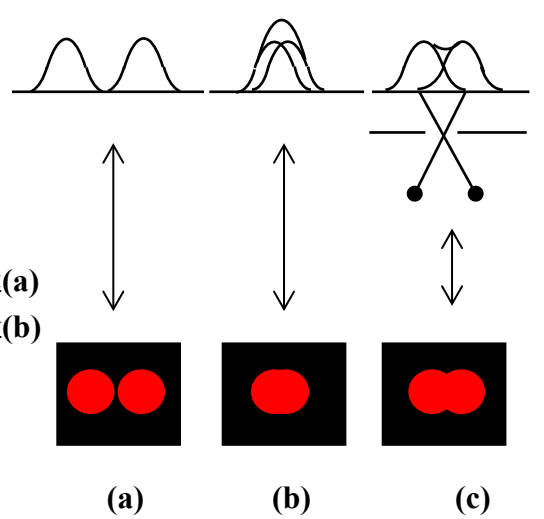
$a\sin\phi - a\sin\theta = \pm k\lambda \qquad k = 1,2,3,\cdots$ 暗纹

$a\sin\phi - a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \qquad k = 1,2,3,\cdots$ 明纹

中央明纹： $a\sin\phi - a\sin\theta = 0$， $\phi = \theta$，位于透镜焦点上方

第 8 节　光学仪器的分辨率





$\delta\phi$ 较大时， S_1'、 S_2' 相距较远(a)

$\delta\phi$ 较小时， S_1'、 S_2' 相距较近(b)

如果一个爱里斑的边缘恰好位于另一个爱里斑的中心(c)，仍能看出是两个峰，此时，光学仪器恰好能分辨出是两个光源——瑞利判据

两个光源对小孔的张角恰好等于一个爱里斑的半角宽

$\delta\phi = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$：最小分辨角

$R = \dfrac{1}{\delta\phi}$：光学仪器的分辨本领（分辨率）

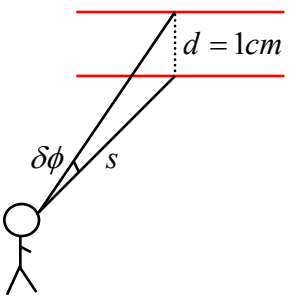
$R = \dfrac{D}{1.22\lambda}$， $R \propto D$， $R \propto \dfrac{1}{\lambda}$

例：人的瞳孔直径 $D \approx 3mm$

求：人眼睛的最小分辨角？，用 $\lambda = 5500\,\mathring{A}$ 的黄绿光计算

解：$\delta\phi = 1.22\dfrac{\lambda}{D} = 1.22 \times \dfrac{5500 \times 10^{-10}}{3 \times 10^{-3}} = 2.2 \times 10^{-4} rad$

若黑板上有两条直线相距 $d = 1cm$，请问，人离黑板多远时，恰能分辨出是两条直线？



$\delta\phi = \dfrac{d}{s}$，

$s = d / \delta\phi = \dfrac{1 \times 10^{-2}}{2.2 \times 10^{-4}} = 45.5m$