

12—3 感生电动势与涡旋电场

一、涡旋电场假说

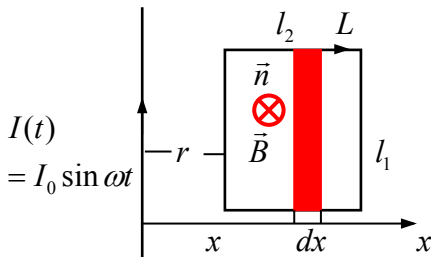
例：求矩形回路中的感生电动势

解： $\Phi_m(t) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos \theta dS$

$$= \int_r^{r+l_2} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi x} l_1 dx,$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 l_1}{2\pi} \sin \omega t \ln \frac{r+l_2}{r},$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 l_1}{2\pi} \omega \cos \omega t \ln \frac{r+l_2}{r}$$



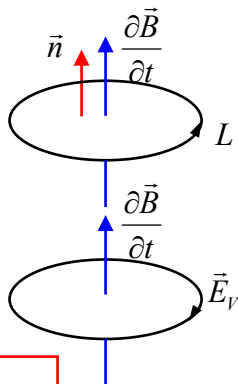
产生电动势的非静电力是什么力？从哪里来的？

涡旋电场假说：随时间变化的磁场 $\Rightarrow$ 具有闭合力线的电场：

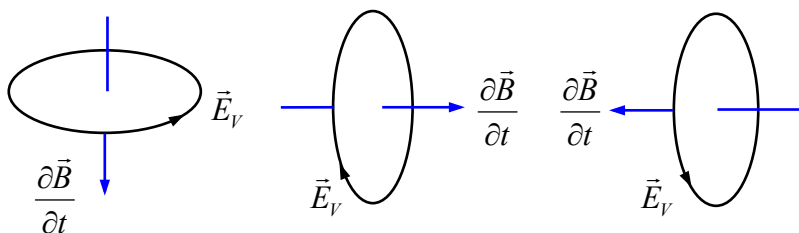
涡旋电场（感应电场），场强 $\vec{E}_V$ ，非静电场

一段导线： $\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l}$ ， 闭合回路： $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

	静电场	涡旋电场
产生原因	静电荷	随时间变化的磁场
电力线	不闭合	闭合
环路定理	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
	保守场、电势	非保守场，电势 $\times$
高斯定理	$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{\text{内}} q_i$	$\oint_S \vec{E}_V \cdot d\vec{S} = 0$
对 q 的作用力	$\vec{F} = q\vec{E}$	$\vec{F} = q\vec{E}_V$
	$\oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$	
	$= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ 固定回路} - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} < 0,$	
	$\oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} < 0$	



涡旋电力线的环绕方向与 $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 满足左手定则



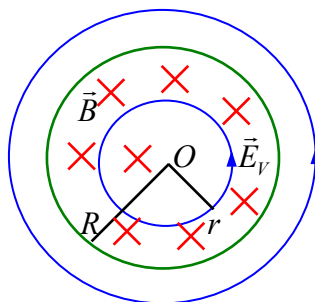
二、涡旋电场的计算

$$\oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{\text{内}} I_{\text{传}}$$

例：半径为 R 的无限长直螺线管内有均匀磁场 $\vec{B}$ ，方向 $\otimes$
设磁场以恒定速率

增加， $\frac{\partial B}{\partial t} > 0$



求： $\vec{E}_V$

解： $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \otimes$

(1) $r < R$ ，沿电力线积分， $\vec{n}$ 向外

$$\oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = \oint_L E_V \cos \theta dl = E_V 2\pi r = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(-BS) = \frac{\partial B}{\partial t} \pi r^2$$

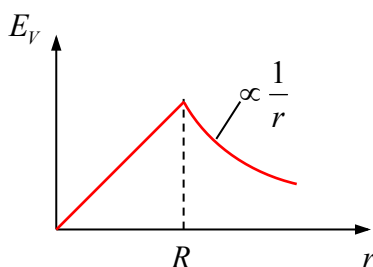
$$E_V = \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} r$$

(2) $r > R$

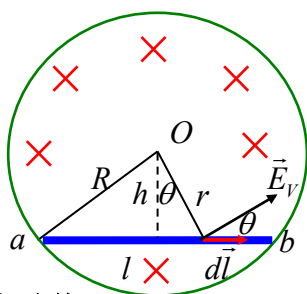
$$\oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = E_V 2\pi r = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}(-B\pi R^2) = \frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2$$

$$E_V = \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} R^2 \frac{1}{r}$$



例：无限长直螺线管 (R 、 $\vec{B} \otimes$ 、 $\frac{\partial B}{\partial t} > 0$)



求：直导线 ab 中的电动势

$$\text{解：} \varepsilon_{ab} = \int_{a(L)}^b \vec{E}_V \cdot d\vec{l} = \int_{a(L)}^b E_V \cos \theta dl = \int_{a(L)}^b \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} r \frac{h}{r} dl$$

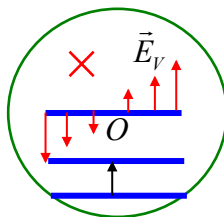
$$= \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} hl = \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} l \sqrt{R^2 - (l/2)^2} > 0, \text{ 方向 } a \rightarrow b, \text{ } b \text{ 端电势高}$$

讨论：(1) 对于涡旋电场不能引入电势概念，为什么说 b 端电势高？

答： b 端积累正电荷， a 端积累负电荷

电势概念是针对积累电荷的静电场引入的

- (2) 直导线 ab 向上平移
 ε_{ab} 如何变化?

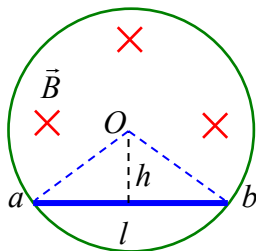


答: $\varepsilon_{ab} = \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial t} hl$, ab 向上平移, $h \downarrow$, $\varepsilon_{ab} \downarrow$

直导线通过 O 点, $h = 0$, $\varepsilon_{ab} = 0$

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_v \cdot d\vec{l}, \quad \vec{E}_v \perp d\vec{l}, \quad \varepsilon_{ab} = 0$$

(3)

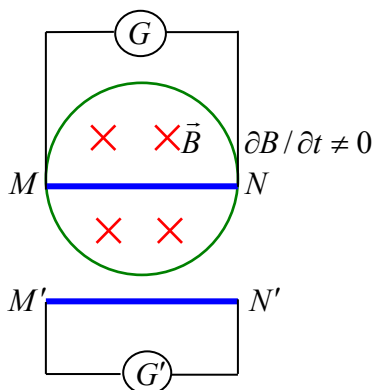


$$\varepsilon_{OabO} = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bO} = \varepsilon_{ab}$$

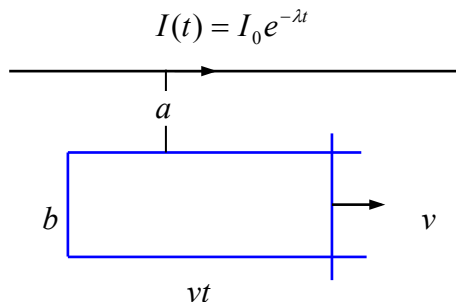
$$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{OabO} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(-B \frac{1}{2} hl \right) = \frac{\partial B}{\partial t} \frac{1}{2} hl$$

(4)

- I、 MN 中有无电动势?
 II、 G 中有无电流?
 III、 MN' 中有无电动势?
 IV、 G' 中有无电流?



例:



$t = 0$ 时, 动边与左边重合

求: 任意时刻矩形框中的 ε_i

解: 取回路绕行正方向顺时针

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos \theta dS$$

$$= \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi x} v t dx,$$

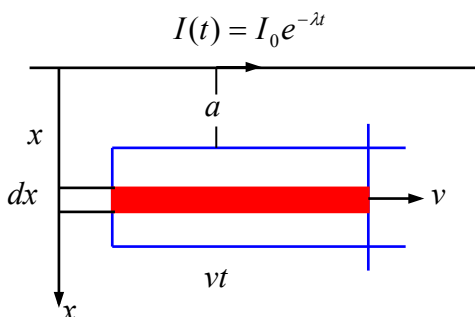
$$= \frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} v t \ln \frac{a+b}{a},$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} (t e^{-\lambda t}),$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} [e^{-\lambda t} + t(-\lambda)e^{-\lambda t}]$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} e^{-\lambda t} (\lambda t - 1)$$

$\lambda t - 1 > 0$, $\varepsilon_i > 0$, 顺时针; $\lambda t - 1 < 0$, $\varepsilon_i < 0$, 逆时针



计算电动势的小结:

(1) 磁场恒定不变, 回路或其一部分运动: 动生电动势

$$\text{一段导线: } \varepsilon_{ab} = \int_{a(L)}^b (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\text{闭合回路: } \varepsilon = \oint_L (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}, \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

(2) 磁场随时间变化, 回路不动: 感生电动势

$$\text{一段导线: } \varepsilon_i = \int_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l}$$

$$\text{闭合回路: } \varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot d\vec{l}, \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

(3) 磁场随时间变化, 且回路或其一部分又运动: 既有感

生电动势, 又有动生电动势, 最好使用: $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$