第十章　真空中的静电场

（一）库仑定律　电场强度

一、填空、选择题

1. 真空中有两个点电荷 M、N，相互作用力为 $\vec{F}$，当另一点电荷 Q 移近这两个点电荷时，M、N 两点电荷之间的作用力 $\vec{F}$　　　（ C ）

（A）大小不变，方向改变　　　（B）大小改变，方向不变

（C）大小和方向都不变　　　（D）大小和方向都改变

2. 下列几个说法中哪一个是正确的？　　　（ C ）

（A）电场中某点场强的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向。+、−

（B）在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的场强处处相同。大小

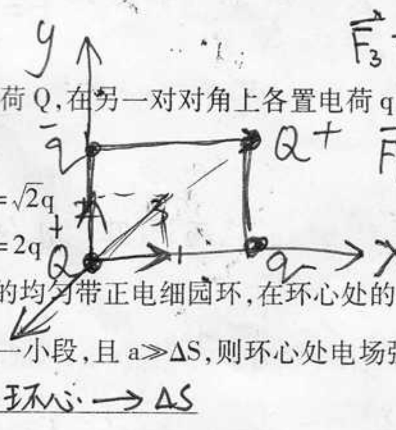
√（C）场强方向可由 $\vec{E}=\vec{F}/q$ 定出，其中 q 为试验电荷的电量，q 可正、可负，$\vec{F}$ 为试验电荷所受的电场力。

（D）以上说法都不正确。

3. 正方形的一对对角上，各置电荷 Q，在另一对对角上各置电荷 q，若 Q 所受合力为零，则 Q 与 q 的大小关系为　　　（ A ）

（A）Q = $-2\sqrt{2}q$　　　（B）$Q=\sqrt{2}q$

（C）$Q=-4q$　　　（D）$Q=2q$



$\vec{F_3}=\dfrac{-Q^2(\vec{i}+\vec{j})a}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}a)^3}=\dfrac{-Q^2(\vec{i}+\vec{j})}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}$

$\vec{F_1}=\dfrac{-Qq\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

$\vec{F_2}=-\dfrac{Qq\vec{j}}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

故要求 $q+\dfrac{Q}{2\sqrt{2}}=0$，$Q=-2\sqrt{2}q$

4. 一半径为 a，电荷线密度为 λ 的均匀带正电细园环，在环心处的电场强度 E = <u>0</u>　若将圆环切掉长为 ΔS 的一小段，且 a≫ΔS，则环心处电场强度 $\vec{E}$ 的大小 E = <u>$\dfrac{\lambda\Delta S}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$</u> 方向 <u>从环心 → ΔS</u>

二、计算题：

1. 氢原子由一个质子和一个电子组成，根据经典模型，在正常状态下，电子绕核作圆运动，轨道半径 $r=5.29\times10^{-11}$ m，已知电子带电 $q=-1.6\times10^{-19}$ C，质量 $m=9.11\times10^{-31}$ kg，质子带电 $q=1.6\times10^{-19}$ C，质量 $M=1.67\times10^{-27}$ kg，万有引力常数 $G=6.67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻² 求：

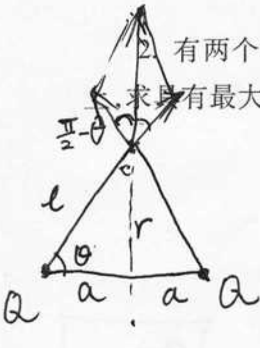
（1）电子所受的库仑力，$F_e=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=8.22\times10^{-8}$ N

（2）库仑力是万有引力的多少倍，$F_e/F_m=2.27\times10^{39}$　（$F_{引}=3.63\times10^{-47}$ N）

（3）电子的速度。

$F_e=\dfrac{mv^2}{r}$，$v=\sqrt{\dfrac{F_e r}{m}}=2.19\times10^{6}$ m/s

2. 有两个等量的点电荷，相距 2a，分别带电 +Q，在这两个点电荷连线的垂直平分线上，求具有最大场强的点的位置。



$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(a^2+r^2)}\cdot\sin\theta\cdot 2=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\frac{\sin\theta}{1+tg^2\theta}$$

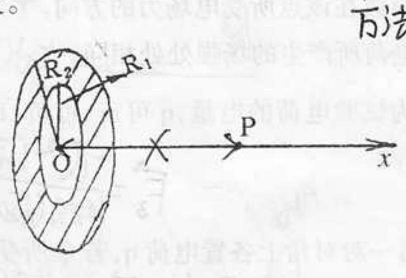
$$=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\sin\theta\cos^2\theta$$

$$\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}(\cos^3\theta-2\sin^2\theta\cos\theta)=\frac{dE}{d\theta}=0 \text{ or } \frac{dE}{dr}=0$$

$$\to tg\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\to\sin\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\quad\cos\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$r=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}a$$

3. 一均匀带电环形平面板，电荷面密度为 σ，内外半径分别为 R_1，R_2，求轴线上任一点的电场强度。



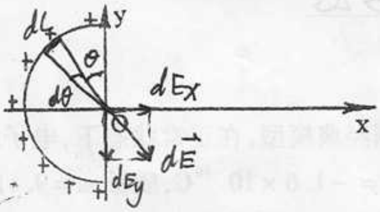
方法I：$dE=\frac{x\,dq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{x\cdot 2\pi r\,dr\cdot\sigma}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$E=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)$$

方法II：补偿法

4. 电荷 q 均匀分布在半径为 R 的半圆周上，求圆心 O 处的电场强度。



$$dq=\lambda dl=\frac{q}{\pi R}\cdot R\,d\theta=\frac{q\,d\theta}{\pi}$$

$$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{q\,d\theta}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

$$dE_x=dE\sin\theta,\quad dE_y=dE\cos\theta$$

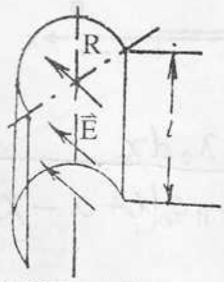
$$E_x=\int dE_x=\int dE\sin\theta=\int_0^{\pi}\frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\,d\theta=\frac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2},$$

$$E_y=\int dE_y=\int_0^{\pi}\frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\cos\theta\,d\theta=0,\quad\vec{E}=\frac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{i}$$

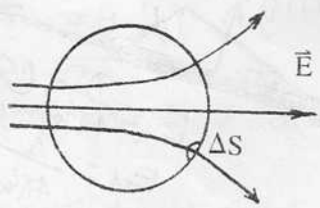
(二)电场强度的计算(续)　电通量

一、选择题和填空题:

1. 在电场强度 $\vec{E}$ 的均匀电场中,有一半径为 R、长为 l 的圆柱面,其轴线与 $\vec{E}$ 的方向垂直,在通过轴线并垂直 $\vec{E}$ 的方向将此柱面切去一半,如图所示,则穿过剩下的半圆柱面的电场强度通量等于 ____2RlE____。



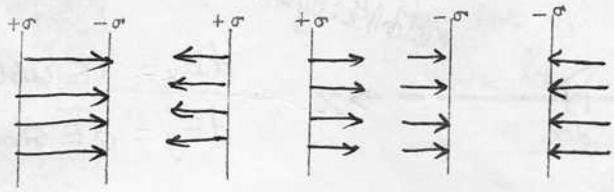
2. 在空间有一非均匀电场,其电力线分布如图所示,在电场中作一半径为 R 的闭合球面 S,已知通过球面上某一面元 ΔS 的电场强度通量为 ΔΦ。则通过该球面其余部分的电场强度通量为 (A)



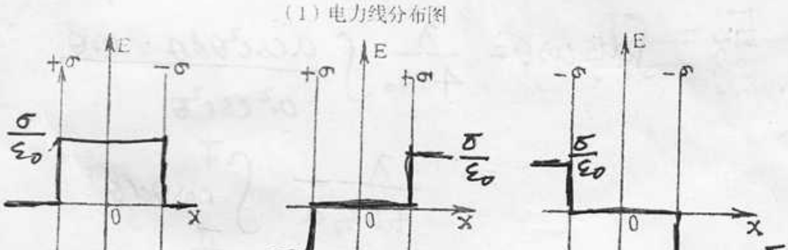
(A) $-\Delta\Phi$　　(B) $\frac{4\pi R^2}{\Delta S}\Delta\Phi$

(C) $\frac{4\pi R^2-\Delta S}{\Delta S}\Delta\Phi$　　(D) 0

3. 定性画出下列二个无限大带电平面的电力线分布图和 E ~ x 曲线(忽略边缘效应)



(1) 电力线分布图



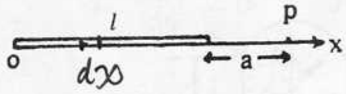
(2) E~x曲线

4. 两块平行平板，相距为 d，板面积均为 S，分别均匀带电 +q 和 −q，若两板的线度远大于 d，则它们的相互作用力的大小为 （C）

(A) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$　　(B) $\frac{q^2}{\varepsilon_0 S}$　　(C) $\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$　　(D) ∞

二、计算题：

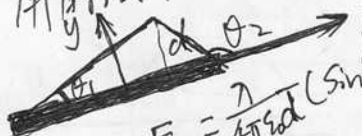
1. 一长为 l 的均匀带正电线段，其电荷线密度为 λ_0，试求线段延长线上距离近端为 a 处一点的场强。



$$dE=\frac{\lambda_0 dx}{4\pi\varepsilon_0(l+a-x)^2},\quad E=\int dE=\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0}\left.\frac{1}{l+a-x}\right|_0^l$$

$$=\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{l+a}\right)=\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{a(l+a)}\ \text{方向}\rightarrow$$

* 用剪弦：



$E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$

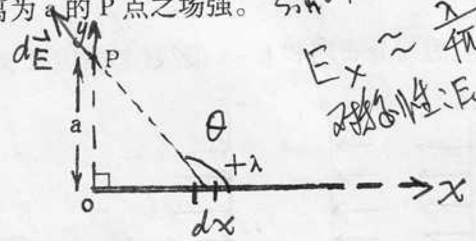
$E_y=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$

$d\to 0,\ \theta_1,\theta_2\to 0,\ \sin\theta_2\approx\frac{d}{l},\ \sin\theta_1\approx\frac{d}{l+a}$

$E_x\approx\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{l+a}\right)$

对称性：$E_y\to 0$

2. 半无限长的均匀带电棒，其线电荷密度为 $+\lambda$，求在下图中垂直于棒的平面内离棒端点距离为 a 的 P 点之场强。



$$dE=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(a^2+x^2)}$$

$dE_x=dE\cos\theta$　　$\frac{a}{x}=tg(\pi-\theta)=-tg\theta$

$dE_y=dE\sin\theta$　　$x=-a\,ctg\theta$

$dx=a\csc^2\theta\, d\theta$

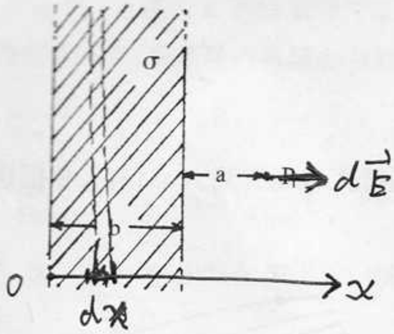
$$E_x=\int dE\cos\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{a\csc^2\theta d\theta\cdot\cos\theta}{a^2\csc^2\theta}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\cos\theta d\theta$$

$$=-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$E_y=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta d\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\qquad\vec{E}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(-\vec{i}+\vec{j})$$

3. 一宽为 b 的无限长均匀带电平面薄板，其面电荷密度为 σ，如图所示，试求：平板所在平面内，距薄板边缘为 a 处的 P_1 点的电场强度。 解：$\lambda = \sigma \cdot 1 \cdot dx = \sigma dx$



用无限长线公式：

$$dE = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (a+b-x)} = \frac{\sigma dx}{2\pi\varepsilon_0 (a+b-x)}$$

$$E = \int_0^b dE = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^b \frac{dx}{a+b-x}$$

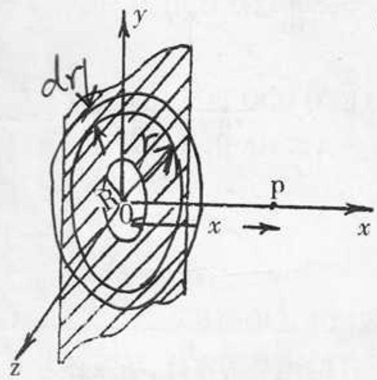
$$= \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{a+b}{a}$$

方向 →

$$= \int \frac{-d(a+b-x)}{a+b-x}$$

$$= -\ln\frac{a+b-b}{a+b} = \ln\frac{a+b}{a}$$

4. 如图所示的带有圆孔的均匀带电无限大平板，其圆孔轴线上任一点 P 的电场强度 $\vec{E}$ 等于多少？



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x\cdot\sigma\cdot 2\pi r\,dr}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \int_R^{+\infty} dE$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\Big|_R^{+\infty} -\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

方向 →

(三)静电场的高斯定理

一、选择题与填空题：

1. 点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，则引入前后：（D）

(A)曲面 S 的电通量不变，曲面上各点 $\vec{E}$ 不变；

(B)曲面 S 的电通量变化，曲面上各点 $\vec{E}$ 不变；

(C)曲面 S 的电通量变化，曲面上各点 $\vec{E}$ 变化；

(D)曲面 S 的电通量不变，曲面上各点 $\vec{E}$ 变化。

2. 对于静电场中的高斯定理，以下几种说法中正确的是（E）

(A)如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零，则该面内必无电荷；

(B)如果高斯面内无电荷，则高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零；

(C)如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处不为零，则高斯面内必有电荷；

(D)如果高斯面内有电荷，则高斯面上 $\vec{E}$ 处处不为零；

(E)以上说法都不正确。

3. 对于下列带电系统，哪些可以直接用高斯定理求电场强度分布？（AD）

(A)无限长均匀带电直线或无限长均匀带电圆柱面；

(B)有限长均匀带电线段；

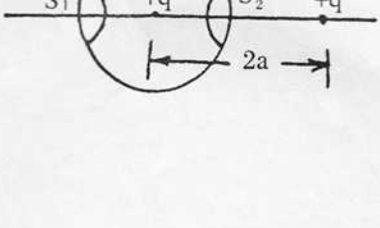
(C)均匀带电圆环；

(D)均匀带电球面或球体。

4. 有两个点电荷电量都是 q，相距为 2a，今以左边的点电荷所在处为球心，以 a 为半径作一球形高斯面，在球面上取两块相等的小面积 S_1 和 S_2，其位置如图的所示，设通过 S_1 和 S_2 的电场强度通量分别为 Φ_1 和 Φ_2，通过整个球面的电场强度通量为 Φ_s，则（A）

(A) $\Phi_1 > \Phi_2, \Phi_s = q/\varepsilon_0$　　(B) $\Phi_1 < \Phi_2, \Phi_s = 2q/\varepsilon_0$

(C) $\Phi_1 = \Phi_2, \Phi_s = q/\varepsilon_0$　　(D) $\Phi_1 < \Phi_2, \Phi_s = q/\varepsilon_0$



二、计算题：

1. 两无限长同轴圆柱面，半径分别为 R_1 及 $R_2(R_2 < R_1)$，带有等量异号的电荷，外柱面带正电，内柱面带负电。电荷线密度为 $\pm\lambda$。试分别求出(1) $r < R_2$；(2) $r > R_1$；(3) $R_2 < r < R_1$ 时，离轴线为 r 处的场强。并画出 E ~ r 曲线。

$r < R_2 \quad E = 0$

$R_2 < r < R_1, \quad E = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$r > R_1, \quad E = 0$

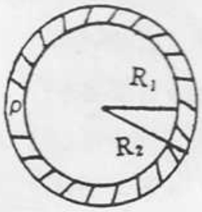
2. 两个同心的均匀带电球面，半径分别为 R_1，R_2，带电量分别为 Q_1 和 Q_2，求电场强度的分布。

$r < R_1 \quad E = 0$

$R_1 < r < R_2 \quad E = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$r > R_2 \quad E = \dfrac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

3. 一均匀带电球层，体电荷密度为 ρ，内外半径分别为 R_1、R_2，求空间 $\vec{E}$ 的分布。



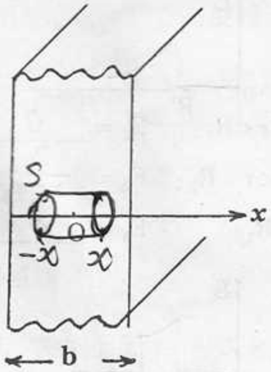
$r<R_1 \quad E=0$

$R_1<r<R_2 \quad E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\rho\cdot\frac{4\pi}{3}(r^3-R_1^3)$

$r>R_2 \quad E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\rho\cdot\frac{4\pi}{3}(R_2^3-R_1^3)$

$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2}(R_2^3-R_1^3)$

4. 如图所示厚度为 b“无限大”均匀带电平板，其电荷体密度为 ρ，试用高斯定理求板内外任一点的场强 $\vec{E}$。



$|x|<\frac{b}{2} \quad \oint_s \vec{E}\cdot\vec{ds}=2ES=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\rho\cdot S\cdot 2x$

$E=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\cdot x$

$|x|<\frac{b}{2} \quad \oint_s \vec{E}\cdot\vec{ds}=2ES$

$=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho S b$

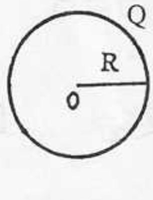
$E=\frac{\rho b}{2\varepsilon_0}$

第十章　习题课(一)

一、选择题与填空题：

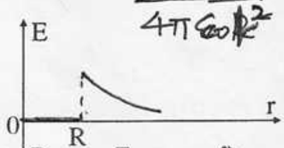
1. 写出下列各对称带电体的电场强度分布函数,并画出 $E \sim r$ 曲线。

(1) 均匀带电球面。

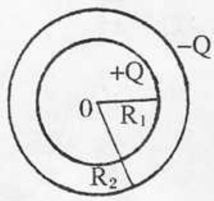


$r<R$： $E_1 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$；

$r>R$： $E_2 =$ $\underline{\quad \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad}$。



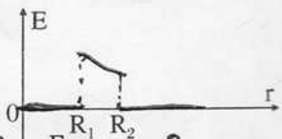
(2) 二同心均匀带电球面。内球带电 $+Q$,外球带电 $-Q$。



$0<r<R_1$： $E_1 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$；

$R_1<r<R_2$： $E_2 =$ $\underline{\quad \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad}$；

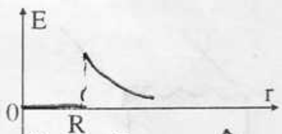
$r>R_2$： $E_3 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$。



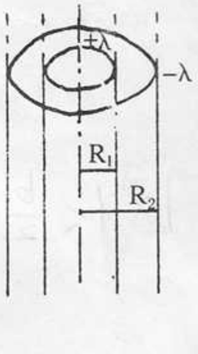
(3) 无限长均匀带电圆柱面,线电荷密度为 λ。

$r<R$： $E_1 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$；

$r>R$： $E_2 =$ $\underline{\quad \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad}$。



(4) 二无限长均匀同轴带电圆柱面,线电荷密度分别为 $+\lambda$, $-\lambda$。

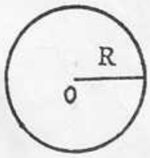


$0<r<R_1$： $E_1 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$；

$R_1<r<R_2$： $E_2 =$ $\underline{\quad \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad}$；

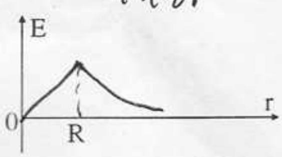
$r>R_2$： $E_3 =$ $\underline{\quad 0 \quad}$。

(5) 均匀带电球体,体电荷密度为 ρ。



$r<R$： $E_1 =$ $\underline{\quad \rho r/3\varepsilon_0 \quad}$；

$r>R$： $E_2 =$ $\underline{\quad \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad}$ $=$。$\dfrac{R^3\rho}{3\varepsilon_0 r^2}$



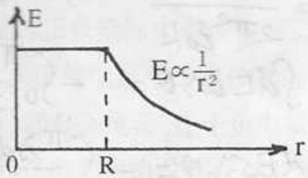
2. 图示为一具有球对称分布的静电场的 E ~ r 关系曲线，请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的。 (D)

(A) 半径为 R 的均匀带电球面。

(B) 半径为 R 的均匀带电球体。

(C) 半径为 R、电荷体密度 $\rho = Ar$（A 为常数）的非均匀带电球体。

(D) 半径为 R、电荷体密度 $\rho = A/r$（A 为常数）的非均匀带电球体。



3. 一半径为 R 长为 L 的均匀带电圆柱面，其单位长度带电量为 λ。在带电圆柱的中垂面上有一点 P，它到轴线距离为 r（r > R），则 P 点的电场强度的大小：当 r≪L 时，E = $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ ，当 r≫L 时，E = $\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 。

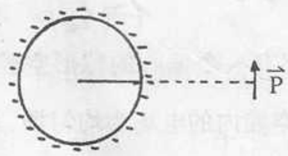
4. 在一个带有负电荷的均匀带电球外，放置一电偶极子，其电矩 $\vec{P}$ 的方向如图所示，当电偶极子被释放后，该电偶极子将 (B)

(A) 沿逆时针方向旋转直到电矩 $\vec{P}$ 沿径向指向球面而停止。

(B) 沿逆时针方向旋转至 $\vec{P}$ 沿径向指向球面，同时沿电力线方向向着球面移动。

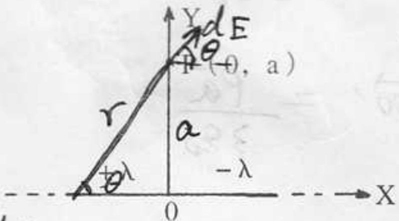
(C) 沿逆时针方向旋转至 $\vec{P}$ 沿径向指向球面，同时逆电力线方向远离球面移动。

(D) 沿顺时针方向旋转至 $\vec{P}$ 沿径向指向朝外，同时沿电力线方向向着球面移动。



二、计算题：

1. 图中所示为一沿 X 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为 $+\lambda$（$x<0$）和 $-\lambda$（$x>0$），求 OXY 坐标平面上点 (0, a) 处的场强 $\vec{E}$。



$\frac{a}{x} = -tg\theta$, $x = -a\,ctg\theta$,

$dx = a\csc^2\theta\, d\theta$, $\frac{a}{r} = \sin\theta$,

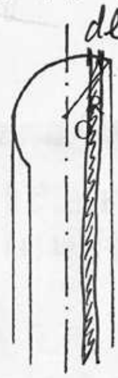
$r = a\csc\theta$

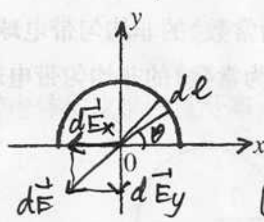
$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $dE_x = dE\cos\theta$, $dE_y = dE\sin\theta$

$E_x = \int dE_x = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda dx\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{a\csc^2\theta\cos\theta d\theta}{a^2\csc^2\theta} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$

$E_y = 0$

2. 一“无限长”均匀带电的半圆柱面，半径为 R，设半圆柱面沿轴线单位长度上的电量为 λ，试求轴线上一点的电场强度。





$$dE=\frac{\lambda'}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\sigma=\frac{\lambda}{\pi R},\quad \lambda'=\sigma\, dl=\frac{\lambda R\, d\theta}{\pi R}=\frac{\lambda}{\pi}d\theta$$

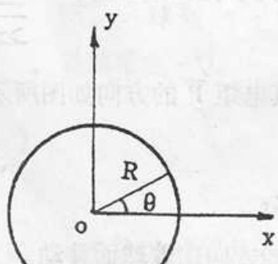
$$dE=\frac{\lambda\, d\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R}$$

$$E_x=-\int dE\cos\theta=-\int_0^{\pi}\frac{\lambda\, d\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R}\cos\theta=0$$

$$E_y=-\int dE\sin\theta=-\int_0^{\pi}\frac{\lambda\, d\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R}\sin\theta=-\frac{\lambda}{\pi^2\varepsilon_0 R}$$

$$\vec{E}=-\frac{\lambda\vec{j}}{\pi^2\varepsilon_0 R}$$

3. 一半径为 R 的带电细圆环，其线电荷密度 $\lambda=\lambda_0\cos\theta$，$\lambda_0$ 为常数，θ 为半径 R 与 x 轴的夹角，如图所示，求环心处的电场强度。



$$dl=R\,d\theta,\quad dq=\lambda\, dl=\lambda_0\cos\theta\, R\,d\theta$$

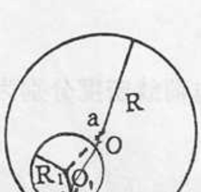
$$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda_0\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$E_x=\int dE_x=-\int dE\cos\theta=-\int_0^{2\pi}\frac{\lambda\cos^2\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}=-\lambda_0/4\varepsilon_0 R$$

$$E_y=\int -dE\sin\theta=\int_0^{2\pi}-\frac{\lambda_0\sin\theta\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$$

$$\vec{E}=-\frac{\lambda_0\vec{i}}{4\varepsilon_0 R}$$

4. 在半径为 R、带电体密度为 ρ 的均匀带电球体内部有一个偏心的球形空腔，其半径为 R_1，它的中心与球心的距离为 a，$(a+R_1<R)$，试证明：空腔内的电场为均匀场，其场强 $\vec{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a}$。（$\vec{a}$ 为从 O 到 O_1 的矢量）



$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

$$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{OP}+\frac{-\rho}{3\varepsilon_0}\vec{O'P}$$

$$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{OO'}=\frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}$$

(五)电势及电势和电场强度的关系

一、选择题与填空题:

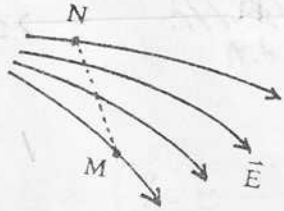
1. 某电场的电力线分布情况如图所示,一负电荷从 M 点移到 N 点,有人根据这个图作出下列几点结论,其中哪点是正确的。 (D)

(A)电场强度 $E_M > E_N$

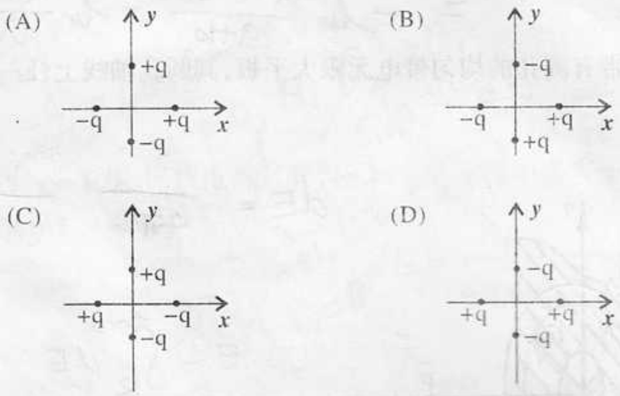
(B)电势 $U_M > U_N$

(C)电势能 $W_M < W_N$

(D)电场力的功 $A > 0$



2. 有四个等量点电荷在 OXY 平面上的四种不同组态,所有点电荷均与原点等距,设无穷远处电势为零,则原点 O 处电场强度和电势均为零的组态是 (D)



3. 试用场强与电势梯度的关系,分析下列说法中正确的是: (E)

(A)在均匀电场中各点电势必相等　　(B)电势为零处,场强必为零

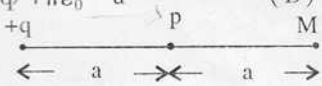
(C)电场越强处,电势越高　　(D)场强为零处,电势必为零

(E)以上说法都不对。

4. 在点电荷 q 的电场中,若取图中 P 点处为电势零点,则 M 点的电势为 (D)

(A) $q/4\pi\varepsilon_0 \cdot a$　　(B) $q/8\pi\varepsilon_0 \cdot a$

(C) $-q/4\pi\varepsilon_0 \cdot a$　　(D) $-q/8\pi\varepsilon_0 \cdot a$



5. 在等量异号一对点电荷电场中,将一试验电荷从这对电荷连线的中点移到无穷远处,需要作功 A = 0

6. 真空中一半径为 R 的球面均匀带电 Q,在球心 O 处有一带电量为 q 的点电荷,设无穷远处为电势零点,则在球内离球心 O 距离为 r 的 P 点处的电势为 (B)

(A) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$　　(B) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}+\frac{Q}{R}\right)$

(C) $\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$　　(D) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}+\frac{Q-q}{R}\right)$

7. 一均匀静电场,电场强度 $\vec{E}=(400\vec{i}+600\vec{j})\,V\cdot m^{-1}$,则点 a(3,2) 和点 b(1,0) 之间的电势差

U_{ab} = $-2000V$。

8. 一"无限长"均匀带电直线沿 Z 轴放置,线外某区域的电势表达式为 $U = A\ln(x^2+y^2)$,式中 A 为常数,该区域的场强的 3 个分量为:

E_x = $-A\frac{2x}{x^2+y^2}$;

E_y = $-A\frac{2y}{x^2+y^2}$;

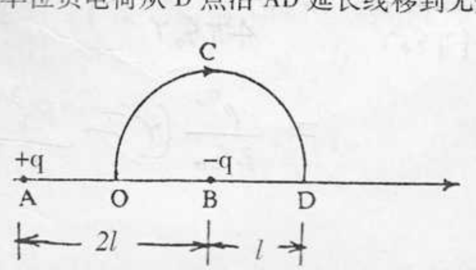
E_z = 0。

二、计算题:

1. 如图所示,AB = 2l,OCD 是以 B 为中心、以 l 为半径的半圆。A 点放一正电荷 q,B 点放等量的负电荷。

(1)把单位正电荷从 O 点沿 OCD 移到 D 点,电场力作了多少功?

(2)把单位负电荷从 D 点沿 AD 延长线移到无穷远,电场力对它作了多少功?



$U_0 = 0 \quad U_{\infty} = 0$

$U_D = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 3l} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}$

$= -\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$

(1) $A = -\Delta W = -(W_D - W_0) = \frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$

(2) $A = -\Delta W = -(W_\infty - W_D) = W_D$

$= \frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$

2. 有两个无限长同轴金属圆筒，内筒 A 的半径为 R_1，单位长度带正电荷 λ，外筒 B 的半径为 R_2，单位长度带负电荷 $-\lambda$。

(1)求两圆筒间的电势差 U_{AB}

(2)若外圆筒无净电荷，其电势差 U_{AB} 又是多少？

(3)证明两圆筒间任一点上的电场强度为：

$$E\ \frac{U_{AB}}{r\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

(1) $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$. $\quad U_{AB}=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda dr}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$

(2) 同上

(3) $\lambda=\frac{2\pi\varepsilon_0 U_{AB}}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$ $\quad E=\frac{U_{AB}}{r\ln\frac{R_2}{R_1}}$

3. 一个均匀带电球层，其电荷体密度为 ρ，球层内表面半径为 R_1，外表面半径为 R_2，设无穷远处为电势零点，求球层中半径为 r 处的电势。

$$U=U_1+U_2$$

$$U_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\left(r^3-R_1^3\right)$$

$$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r^2-\frac{R_1^3}{r}\right)$$

$$dU_2=\frac{dq_2}{4\pi\varepsilon_0 r'}=\frac{\rho\cdot 4\pi r'^2 dr'}{4\pi\varepsilon_0 r'}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}r'dr'$$

$$U_2=\int_r^{R}\frac{\rho}{\varepsilon_0}r'dr=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2-r^2)$$

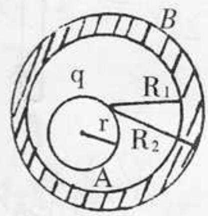
$$U=U_1+U_2=\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R_2^2-r^2-\frac{2R_1^3}{r}\right)$$

(六)导　体

一、选择题与填空题:

1. 一任意形状的带电导体,其电荷面密度分布为 $\sigma(x,y,z)$,则在导体表面外附近任意点处的电场强度的大小 $E(x,y,z)=$ σ/ε_0 ,其方向 垂直导体表面

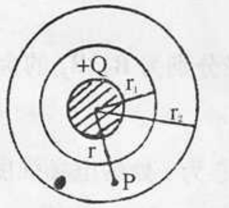
2. 一带电量为 q,半径为 r 的金属球 A,在内外半径分别为 R_1 和 R_2 的不带电金属球壳 B 内任意放置,如图所示,A 与 B 之间及 B 外均为真空,若用导线把 A、B 连接,则 A 球电势为(设无穷远处电势为零)　(D)



(A) 0　　(B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

(C) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$　　(D) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

3. 图示为一均匀带电球体,带电量为 +Q,其外部同心地罩一内、外半径分别为 r_1、r_2 的金属球壳,设 $U_\infty=0$,则在球壳内半径为 r 的 P 点处的场强和电势为:　(D)



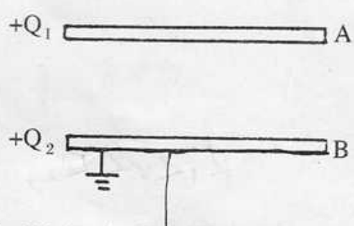
(A) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　　$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$

(B) $E=0$　　$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$

(C) $E=0$　　$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$

(D) $E=0$　　$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$

4. A、B 为两导体大平板,面积均为 S,平行放置,如图所示,A 板带电荷 $+Q_1$,B 板带电荷为 $+Q_2$,如果使 B 板接地,则 AB 间电场强度的大小 E 为　(C)



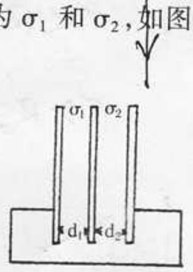
(A) $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}$　　(B) $\dfrac{Q_1-Q_2}{2\varepsilon_0 S}$

(C) $\dfrac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$　　(D) $\dfrac{Q_1+Q_2}{2\varepsilon_0 S}$

5. 三块互相平行的导体板,相互之间距离 d_1 和 d_2 比板面积线度小得多,外面二板用导线连接,中间板上带电,设左右两面上电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2,如图所示,则比值 σ_1/σ_2 为　(B)

(A) d_1/d_2　　(B) d_2/d_1

(C) 1　　(D) d_2^2/d_1^2

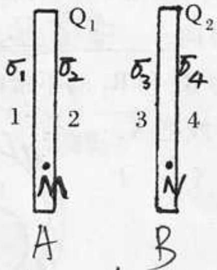


二、计算题与证明题：

1. 证明：对于两个无限大的平行平面带电导体板来说，如图所示，

(1) 相对的两面(图中 2 和 3)上的电荷面密度总是大小相等而符号相反；

(2) 相背的两面(图中 1 和 4)上，电荷面密度总是大小相等符号相同。



$$(\sigma_1+\sigma_2)\cdot S=Q_1$$
$$(\sigma_3+\sigma_4)\cdot S=Q_2$$

$$0=E_M=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}$$

B不接地/接地？ $$0=E_N=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{Q_1+Q_2}{2S},\quad \sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_1-Q_2}{2S}$$

2. 内外半径分别为 R_2、R_3 的金属球壳 B 带电 Q，在它里面放一个电量为 q，半径为 R_1 的同心金属球 A。

(1) 求离球心为 r 处的电场强度 $\vec{E}$ 和电势 U 以及球与球壳的电势差；

(2) 并画出 E ~ r、U ~ r 曲线；

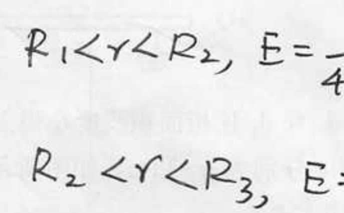
(3) 当外球接地时，求两球间的电势差。

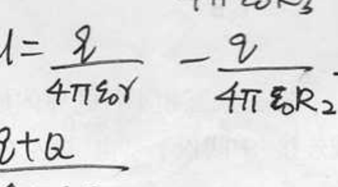
(1) $r<R_1$, $E=0$, $U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

$R_1<r<R_2$, $E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

$R_2<r<R_3$, $E=0$, $U=\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

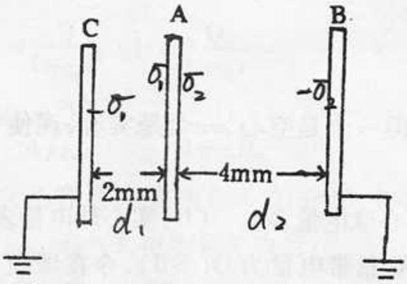
$r>R_3$, $E=\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $U=\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

(2)




(3)

3. 三块平行金属板 A、B 和 C，面积都是 200cm^2，AB 相距 4mm，AC 距离 2mm。B、C 两板都接地如图。如果使 A 板带正电 3.0×10^{-7}C，略去边缘效应时，B 板和 C 板上感应电荷是多少？地电势为零，A 板电势又是多少？



$(\sigma_1+\sigma_2)\cdot S=q$

$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}d_1=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}d_2 \Rightarrow \sigma_1=2\sigma_2$

$3\sigma_2=q/S$

$\sigma_2=q/3S \quad \sigma_1=2q/3S$

$q_B=-\sigma_2 S=-\frac{1}{3}q=-1\times10^{-7}C$

$q_C=-\sigma_1 S=-\frac{2}{3}q=-2\times10^{-7}C$

$U_A=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}d_2$

$=\frac{q}{3\varepsilon_0 S}d_2$

$=2.26\times10^3V$

4.

(1) $q+Q$ (2) $-q/4\pi\varepsilon_0 a$

(3) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$

$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot\vec{dl}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

(七)电介质

一、选择题与填空题:

1. 分子的正负电荷中心重合的电介质叫做<u>无极分子</u>电介质,在外电场作用下,分子的正负电荷中心发生相对位移,形成<u>电偶极子,位移极化</u>

2. 关于静电场中的电位移线,下列说法中,哪一种是正确的? (C)

(A)起自正电荷,止于负电荷,不形成闭合线,不中断。

(B)任何两条电位移线互相平行。

(C)起自正自由电荷,止于负自由电荷,任何两条电位移线在无自由电荷的空间不相交。

(D)电位移线只出现在有电介质的空间。

3. 关于高斯定理,下列说法中哪一个是正确的? (C)

(A)高斯面内不包围自由电荷,则面上各点电位移矢量 D 为零。

(B)高斯面上处处 D 为零,则面内必不存在在自由电荷。

(C)高斯面的 D 通量仅与面内自由电荷有关。

(D)以上说法都不正确。

4. 一电量为 q 的点电荷放在一个介电常数为 ε 的各向同性均匀电介质球的中心,则在介质球外距球心为 r 处的 P 点的场强大小 $E_p =$ <u>$q/4\pi\varepsilon_0 r^2$</u>。

二、计算题:

1. 二平行导体板带有等值异号电荷,板间充满 $\varepsilon_r = 3$ 的电介质,电介质中的电场强度为 $1.0\times10^5 \mathrm{Vm^{-1}}$,边缘效应不计,试求(1)电介质中 $\vec{D}$;(2)极板上自由电荷面密度。

(1) $D = \varepsilon_0\varepsilon_r E = 2.66\times10^{-6}\ C/m^2$

(2) $\sigma = D = 2.66\times10^{-6}\ C/m^2$

2. 半径为 R_1 的圆柱体,外套有一与它同轴的导体圆筒,内外半径分别为 R_2、R_3,圆柱体和圆筒间充满了相对介电常数为 ε_r 的均匀介质。设圆柱与圆筒的电荷线密度为 λ 和 $-\lambda$,不计边缘效应,求:

(1)介质中的 $\vec{D}$,$\vec{E}$。

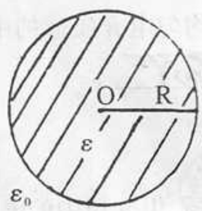
(2)圆筒与圆柱间的电势差 ΔU。

(1) $D=\dfrac{\lambda}{2\pi r}$ $\quad E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$

(2) $$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

3. 半径为 R,介电常数为 ε 的均匀介质球中心放有点电荷 Q,球外是空气。求球内外电场强度 $\vec{E}$ 和电势 U。



$r<R \quad E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$r>R \quad E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(八)电容、电场能量

一、选择题与填空题：

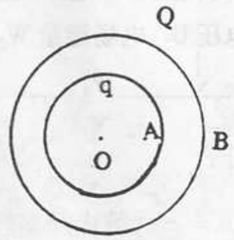
1. 金属球 A 与同心球壳 B 组成电容器，球 A 上带电荷 q，壳 B 上带电荷 Q，测得球与壳间电势差为 U_{AB}，可知该电容器的电容值为 (A)

(A) q/U_{AB}

(B) Q/U_{AB}

(C) $(q+Q)/U_{AB}$

(D) $(q+Q)/(2U_{AB})$



2. 一平行板电容器，二极板间为空气时，电容为 C_0，一个极板带电量为 Q_0，二板间电势差为 U_0，电位移矢量为 D_0，电场强度为 E_0，电场能量密度为 W_0，加入介电常数为 ε 的电介质后，以上各量有什么变化？分别按极板保持电量 Q 不变和电压 V 不变两种情况填入下表

空气		C_0	Q_0	U_0	D_0	E_0	W_0
介质	Q 不变	↑ $\varepsilon_r C_0$	0 Q_0	↓ $\frac{U_0}{\varepsilon_r}$	0 D_0	↓ $\frac{E_0}{\varepsilon_r}$	↓ $\frac{W_0}{\varepsilon_r}$
	U 不变	↑ $\varepsilon_r C_0$	↑ $\varepsilon_r Q_0$	0 U_0	↑ $\varepsilon_r D_0$	0 E_0	↑ $\varepsilon_r W_0$

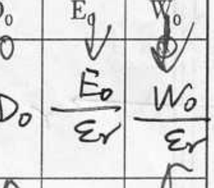
3. 将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，在保持与电源连接的情况下，把一块与极板面积相同的各向同性均匀电介质板平行地插入两极板之间，如图所示，介质的插入及其所处位置的不同，对电容器储存电能的影响为： (C)

(A) 储能减少，但与介质板位置无关。

(B) 储能减少，且与介质板位置有关。

(C) 储能增加，且与介质板位置无关。

(D) 储能增加，且与介质板位置有关。



4. 如果某带电体其电荷分布的体密度 ρ 增大为原来的 2 倍，则其电场的能量变为原来的 (C)

(A) 2 倍。　(B) 1/2 倍　(C) 4 倍。　(D) 1/4 倍。

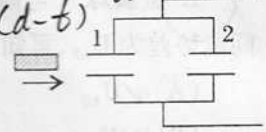
5. 一球形导体，带电量 q，置于一任意形状的空腔导体中，当用导线将两者连接后，则系统静电场能量将 （ B ）

(A)增加　　(B)减少　　(C)不变　　(D)无法确定

6. 一空气平行板电容器，两极板间距为 d，极板上带电量分别为 +q 和 -q，板间电势差为 U，在忽略边缘效应的情况下，板间场强大小为 U/d；若断开电源后在两板间平行地插入一厚度为 t(t < d) 的金属板，则板间电势差变为 $\frac{u}{d}(d-t)$ 此时电容值等于 $\frac{d}{d-t}\cdot\frac{q}{u}$, $\frac{\varepsilon_0 S}{d-t}$

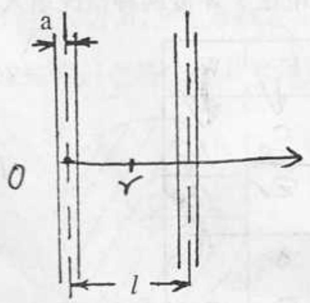
$\frac{q}{\varepsilon_0 S}(d-t)$

7. 1、2 是两个完全相同的空气电容器，将其充电后与电源断开，再将一块各向同性均匀电介质板插入电容器 1 的两极板间，则电容器 2 的电压 U_2，电场能量 W_2 如何变化？（填增大，减小或不变）U_2 ___↓___ W_2 ___↓___。



二、计算题：

1. 分布电容是导线与导线之间，导线与元件间存在的电容。设有两个半径均为 a，中心线间相距为 l 的"无限长直导线($l \gg a$)，单位长度上带电量分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$，试求这两根导线间的电势差和单位长度的电容。



$$U=\int_a^{l-a}\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(l-r)}\right)dr$$

$$=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{l-a}{a}\cancel{=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{l}{a}}$$

$$C=\frac{\lambda}{U}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{l-a}{a}}$$

2. 两个同轴圆柱面，长均为 l，半径分别为 a 和 b。$l \gg a, b$。圆柱面之间充有介电常数为 ε 的均匀电介质。当这两圆柱面带有等量异号电荷 +Q 和 -Q 时，求：

(1) 在半径为 r(a < r < b)、厚度为 dr，长度为 l 的圆柱薄壳中任一点处，电场能量密度是多少？整个薄壳中的总能量是多少？

(2)电介质中的电场总能量是多少？（由积分式算出）能否从此总能量推算出圆柱形电容器的电容？

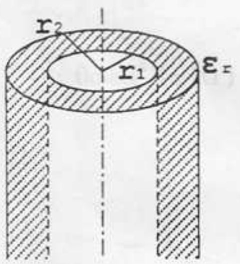
$$(1)\ E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon r l} \qquad \omega=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon r^2 l^2}$$

$$dW=\omega dV=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon r l}dr$$

$$(2)\ W=\int dW=\int_a^b \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon r l}dr=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon l}\ln\frac{b}{a}$$

$$W=Q^2/2C \qquad C=2\pi\varepsilon l/\ln\frac{b}{a}$$

3. 现有一根单芯电缆，电缆半径为 $r_1=15\text{mm}$，铅包皮的内径为 $r_2=50\text{mm}$，其间充以相对介电系数为 $\varepsilon_r=2.3$ 的各向同性均匀介质。求当电缆芯与铅包皮间电压为 $U_{12}=600\text{V}$ 时，长为 $l=1\text{km}$ 的电缆中贮存的静电能为多少？



$$W=\frac{1}{2}CU^2$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\cdot U_{12}^2$$

$$=1.9\times10^{-2}\ \text{J}$$

4. 一平行板电容器极板面积为 S，极板间距离为 d，把它充电到两极板的电势差为 V 时去掉电源，然后把两极板拉开到距离为 2d，略去边缘效应，试求：

(1)分开两极板所需的功； $(1)\ A=Fd=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}d=\frac{\left(\frac{\varepsilon_0 SU}{d}\right)^2}{2\varepsilon_0 S}\cdot d$

(2)两极板的电位差；

(3)电容器所储存的能量。

讲家讲(三) P15 4.

$$=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2 \qquad C=\frac{1}{2}C_0$$

$(2)\ U=2V$ or $A=\Delta W=\frac{Q^2}{2C}-\frac{Q^2}{2C_0}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

$$(3)\ W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{C_0^2U^2}{C_0}=C_0U^2=\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$$

第十章　习题课(二)

一、选择题与填空题:

1. 有两个带电不等的金属球,直径相等,但一个是空心,一个是实心,现使它们互相接触,则这两个金属球上的电荷 (B)

(A)不变化　(B)平均分配　(C)空心球电量多　(D)实心球电量多

2. 真空中有一均匀带电球面,球半径为 R,总带电量为 Q(>0),今在球面上挖去一很小面积 ds(连同其上电荷),设其余部分的电荷仍均匀分布,则挖去以后球心处电场强度为 $\frac{Q\,ds}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}$,球心处电势为(以无穷远处电势为零点) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(1-\frac{ds}{4\pi R^2}\right)$

3. 已知空气的击穿场强为 30kv/cm,空气中一带电球壳半径为 1m,以无限远处为电势零点,则这球壳能达到的最高电势是 3×10^6 V。

4. 一"无限大"均匀带电平面 A,其附近放一与它平等的有一定厚度的"无限大"平面导体板 B,如图所示,已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$,则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感应电荷面密度为: (B)

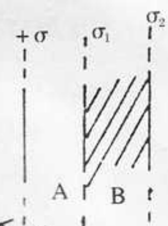
(A) $\sigma_1=-\sigma$,　$\sigma_2=+\sigma$

(B) $\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma$,　$\sigma_2=+\frac{1}{2}\sigma$

(C) $\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma$,　$\sigma_2=-\frac{1}{2}\sigma$

(D) $\sigma_1=-\sigma$,　$\sigma_2=0$

两个知识点;
1、叠加
2、$\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$



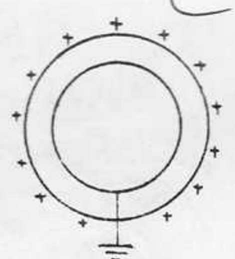
5. 如图所示,两同心金属球壳,它们离地球很远,内球壳用细导线穿过外壳上的绝缘小孔与地连接,外球壳上带有正电荷,则内球壳: (C)

(A)不带电荷。

(B)带正电荷。

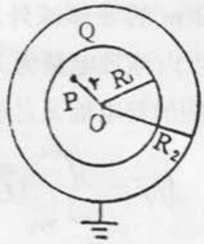
(C)带负电荷。

(D)内球壳外表面带负电荷,内表面带等量正电荷。



6. 如图所示,两个同心球壳,内球壳半径为 R_1,均匀带有电量 Q;外球壳半径为 R_2,壳的厚度忽略,原先不带电,但与地相连接,设地为电势零点,则在内球壳里面,距离球心为 r 处的 P 点的场强大小及电势分别为: (B)

(A) $E=0, U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$



(B) $E=0, U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2}\right)$

(C) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

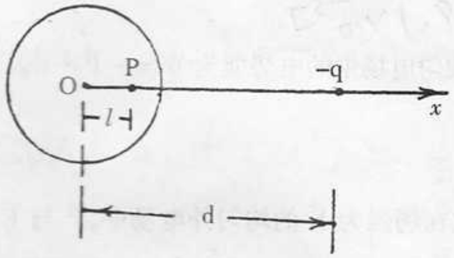
(D) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$

7. 平板电容器充有两层均匀介质，厚度及相对介电常数分别为 $d_1=2.0\text{mm}$，$d_2=3.0\text{mm}$，$\varepsilon_{r1}=2$，$\varepsilon_{r2}=3$，电容器充电后： (A·D)

(A)两介质中电位移矢量相等；　　(B)两介质中电场强度相等；

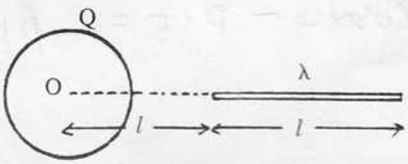
(C)两介质中电场能量密度相等；　　(D)两介质中电场能量相等。

8. 一个带电量为 $-q$ 的点电荷，位于一原来不带电的金属球外，与球心的距离为 d，如图所示，则在金属球内，与球心相距为 l 的 P 点处，由感应电荷产生的场强为 $\vec{E}=$ $-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(d-l)^2}\vec{i}$



二、计算题和证明题：

1. 半径为 R 的均匀带电球面，带电量为 Q，沿半径方向上有一均匀带电细线，线电荷密度为 λ，长度为 l，细线近端离球心的距离为 l，设球和细线上的电荷分布固定。求细线在电场中的电势能。



$$W=\int_{l}^{2l}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}\lambda\,dx=\frac{Q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2$$

2. 半径为 2.0cm 的导体球外套一个与它同心的导体球壳，球壳的内外半径分别为 4.0cm 和 5.0cm，当内球带电量为 3.0×10^{-8}c 时，计算它储藏的静电能。如果用导线将它们连在一起，它储藏的静电能又是多少？

解法I $W=\int_m w\,dV$

解法II $W=\frac{q^2}{2C_1}+\frac{q^2}{2C_2}$

$$=\frac{q^2(R_2-R_1)}{8\pi\varepsilon_0 R_1R_2}+\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_3}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

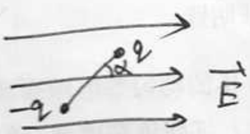
$$=1.82\times10^{-4}\text{J}$$

连接后 $W=q^2/8\pi\varepsilon_0 R_3$

$$=8.1\times10^{-5}\text{J}$$

3. (1) 试证电矩为 $\vec{P}$ 的电偶极子在均匀电场中的电势能为 $W=-\vec{P}\cdot\vec{E}$。其中 $\vec{E}$ 为场强。

(2) 一偶极矩为 $\vec{P}$ 的电偶极子放在场强为 $\vec{E}$ 的均匀外电场中，$\vec{P}$ 与 $\vec{E}$ 的夹角为 α 角，在此电偶极子绕垂直于($\vec{P}$、$\vec{E}$)平面的轴沿 α 角增加的方向转过 180°的过程中，电场力作功 A 等于多少？



(1) $W=-qU_-+qU_+$

$$=-qEl\cos\alpha=-\vec{P}\cdot\vec{E}=-PE\cos\alpha$$

(2) $A=-\Delta W=-\left[-qEl\cos(\pi+\alpha)+qEl\cos\alpha\right]$

$\vec{M}=\vec{P}\times\vec{E}$ $\qquad =-2PE\cos\alpha$

注意与(四) P11 4 区别

4. 一平行板电容器,极板面积为S,间距为d,接在电源上维持两极板间电压为U,将一块厚度为d,相对介质常数为ε_r的各向同性均匀电介质板平行地插入两极板间,则介质板插入前电容器内电场能量为:

$W_0=\frac{1}{2}C_0U^2=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d}$　插入后电容器内电场能量变为:

$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r SU^2}{2d}$　静电能的增量为:

$$\Delta W=\frac{\varepsilon_0 SU^2(\varepsilon_r-1)}{2d}$$

有人根据功能原理求得电场力对介质板作的功为:

$A=-\Delta W=-\frac{\varepsilon_0 SU^2(\varepsilon_r-1)}{2d}<0$,即电场力作负功。

你认为以上计算和所得结论是否正确?如有错误请指出并改正。

$$A_{电源}=\Delta W+A_{电场}$$

$$A_{电源}=U\cdot\Delta Q=U^2\Delta C$$

$$\Delta W=\Delta\left(\frac{1}{2}CU^2\right)=\frac{1}{2}U^2\Delta C$$

$$A_{电场}=U^2\Delta C-\frac{1}{2}U^2\Delta C=\frac{1}{2}U^2\Delta C$$

$$=\frac{1}{2}U^2\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}-\frac{\varepsilon_0 S}{d}\right)$$

$$=\frac{1}{2}U^2\frac{\varepsilon_0 S}{d}(\varepsilon_r-1)$$

$$>0$$