西 安 电 子 科 技 大 学

考试时间_______分钟

试　　题

题号	一	二	三	四	五	正考总分	附加 1	附加 2	附加题总分
分数									

1. 形式：闭卷；2. 日期：2013 年 7 月 10 日 3. 本卷共 5 大题（不含附加题），满分 100 分。

班级_____________学号_____________姓名________任课教师_______

（本次考试与竞赛评优结合进行，试题由期末正考试题及附加题两部分组成，第一部分为正考试题 100 分，记为《高等数学》期末考试卷面成绩；第二部分附加题 20 分，学生可以根据自身学习情况自愿选做。考试时间 120 分钟。正考题得分和附加题得分统一纳入竞赛评分范围。竞赛评优方案已下发各学院，请到学院查看具体方案）

一、填空题（每题 3 分，共 12 分）

1、设 $z=\ln(x+y^2+e^{xy})$, 则 $\mathrm{dz}=$_____________.

2、曲线 $x=\sin t$， $y=\cos t$， $z=t$ 在对应于 $t=0$ 的点处的切线方程为_____________.

3、若函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在 $(1,-1)$ 处取得极值，则常数 $a=$____________________.

4、微分方程 $y^{(3)}+y=0$ 的通解是________.

二、解答题（每题 7 分，共 63 分）

1、设函数 f 具有二阶连续偏导数，求 $z=f\left(x^2-y^2,xy\right)$ 的二阶偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2、设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x-2z,y+3z)=0$ 确定，试求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

3、求微分方程 $y''-y'-6y=-3e^{-2x}$ 的通解.

4、求二次积分 $\int_0^1 dx\int_x^1 x\sin y^3 dy$

5、设区域 (V) 由曲面 $z=x^2+y^2$ 与 $z=9$ 平面围成，求三重积分

$\iiint\limits_{(V)}(x+y+z)dv$

6、设 L 为圆周 $x^2+y^2=4$，求 $\oint_L 2y^2\,\mathrm{d}s$.

7、一质点在平面场力

$\vec{F}=\left(2xy^3-y^2\cos x\right)\vec{i}+\left(1-2y\sin x+3x^2y^2\right)\vec{j}$ 的作用下，

沿曲线 $L:2x=\pi y^2$ 从点 $o\left(0,0\right)$ 运动到点 $A\left(\dfrac{\pi}{2},1\right)$，求场力 $\vec{F}$ 所作

的功 W

8、 将 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$ 展开成 x 的幂级数.

9、 将 $f(x)=1-x$ 在 $[0,1]$ 区间上展开成以 2 为周期的傅里叶正弦

级数.

三、（8 分）设 (S) 为上半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的下侧，试求第二

型面积分

$$I=\iint\limits_{(S)}x^2yz^2dydz-xy^2z^2dzdx+(1+xyz)dxdy$$

四、(8 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n-1}}{n2^n}$ 的收敛域及和函数.

五、（ 9 分 ） 求 函 数 $u=x+y+z$ 在 条 件 $x^2+y^2+z^2-2ax-2ay-2az+2a^2=0$ $(a>0)$ 下的最小值，并证明:

若Σ为曲面$x^2+y^2+z^2=2ax+2ay+2az-2a^2$，则有

$$\oiint_{\Sigma}(x+y+z+\sqrt{3}a)^3\,dS\geq 108\pi a^5.$$

附加题：

1、(10 分) 设$P_0(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{2})$为曲面$z=x^2+y^2+1$上的一点，求此曲面在该点处的切平面与曲面$y=\sqrt{1-x^2}$以及三个坐标面在第一卦限内所围成的柱体的体积。

2、（10 分）设在上半平面$D=\{(x,y)|y>0\}$内，函数$f(x,y)$具有连续的偏导数，且对任意$t>0$都有$f(tx,ty)=t^{-2}f(x,y)$，证明：对D内的任意分段光滑的有向简单闭曲线L，都有$\oint_L yf(x,y)dx-xf(x,y)dy=0$.