西 安 电 子 科 技 大 学

试　　题

考试<u>120</u>分钟

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

1.考试形式：闭卷；　2.本试卷共 六 大题，满分 100 分.

班级______________学号____________姓名______________任课教师___________

一.填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1.设 $y = x - \frac{1}{2}\sin 2x$, 则 $\frac{dx}{dy} =$____________________.

2.曲线 $y = x + x^{\frac{5}{3}}$ 的凹区间是____________________.

3.设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\int_0^x (e^{t^2} - 1)dt}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$　则 $f'(0) =$_____________.

4.已知 $F(x)$ 是 e^{1-x^2} 的一个原函数，则 $dF(\sin x) =$______________________.

5.$\int_{-1}^{1} |x| (x^2 + \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x}) dx =$_____________.

6.当常数 $k > 1$ 时，反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$ 收敛于_________________.

二.单项选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1.下列结论中正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

（A）两个无穷大量之和一定是无穷大量；

（B）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上二阶可导，且 $f''(x) > 0$. 则存在唯一的点 $\xi \in (a,b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$；

（C）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，如果 $f(a)$ 与 $f(b)$ 同号，则方程 $f(x) = 0$ 在 (a,b) 内必无实根；

（D）如果 $f(x), g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上都可导，且 $f(x) < g(x)$, 则 $f'(x) < g'(x)$.

2. 设方程 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 确定 y 为 x 的函数，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$ （　　）

(A) 1,　　(B) −1,　　(C) 2,　　(D) −2.

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos x\, e^{\sin^2 x}dx$ 的值为 （　　）

(A) $e-1$ ；　(B) $1-e$；　(C) $\dfrac{e-1}{2}$；　(D) $\dfrac{1-e}{2}$.

4. 设平面经过原点及点 $(6,-3,\ 2)$, 且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直，则此平面方程为（　　）

(A) $2x+2y-3z=0$；(B) $3x-2y+z=0$；(C) $x-y+4z=0$；　(D) $x+3y-z=0$.

三. 解答下列各题（每小题 7 分，共 35 分）

1. 若 $f(x)$ 在 $x=e$ 处具有连续的一阶导数，且 $f'(e)=2e^{-1}$，求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{d}{dx}f(e^{\cos\sqrt{x}})$.

2. 求函数 $y=\int_0^x\sqrt{t}(t-1)^3dt$ 的定义域，单调区间和极值点.

3. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，当 $x\ge 0$ 时，有 $f(x)F(x)=\sin^2 2x$, 且 $F(0)=1, F(x)\ge 0$, 试求 $f(x)$.

4. 设 $f(x)=\begin{cases}\ln(1+x), & x\ge 0,\\ \dfrac{1}{1+e^{x}}, & x<0,\end{cases}$ 求 $\int_0^2 f(x-1)dx$.

5. 设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可导，且满足 $f(x)=1+\int_1^x \dfrac{1}{x}f(t)dt \quad (x>0)$, 求 $f(x)$.

四.（**8 分**）设 $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{d}=k\vec{a}+\vec{b}$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, 且 $\vec{a}\perp\vec{b}$. 试求：（1）k 为何值时，$\vec{c}\perp\vec{d}$ ；（2）k 为何值时，以 $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 为邻边的平行四边形的面积为 6 .

五.（**10 分**）过原点作曲线 $y=e^{\frac{1}{2}x}$ 的切线，该切线与曲线 $y=e^{\frac{1}{2}x}$ 以及 y 轴围成的区域为 D.　(1) 求 D 的面积 A；　(2) 求 D 绕 x 轴旋转所成旋转体的体积 V .

六.（**7 分**） 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且对任何 $x\in(0,1)$ 都有 $f(x)\neq 0$. 证明:至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $\dfrac{f'(\xi)}{f(\xi)}=\dfrac{f'(1-\xi)}{f(1-\xi)}$.