一．填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $y=f(x)$，已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0+2x)}{6x}=3$，则 $dy\big|_{x=x_0}=$______ .

2. 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为______ .

3. 设 $f(x)$ 在 $\left[-a,a\right]$ 上连续，$a\neq 0$，则 $\int_{-a}^{a}x\left[f(x)+f(-x)\right]dx=$______ .

4. 函数 $F(x)=\int_1^x(2-\dfrac{1}{\sqrt{t}})dt\ (x>0)$ 的单调减少区间为_______.

5. 与直线 $\begin{cases}x=1\\ y=t-1\\ z=t+2\end{cases}$ 及 $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 都平行，且过原点的平面方程为_______.

二．单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$，则下列结论中错误的是（ ）

（A） $x=-1$， $x=0$， $x=1$ 为 $f(x)$ 的间断点

（B） $x=-1$ 为 $f(x)$ 的无穷间断点

（C） $x=0$ 为 $f(x)$ 的可去间断点

（D） $x=1$ 为 $f(x)$ 的第一类间断点

2. 设 $\alpha(x)=\int_0^{\sin x}\sin 2t dt$，$\beta(x)=\int_0^{2x}\ln(1+t)dt$，则当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 相比较是（ ）

（A）等价无穷小　（B）同阶但非等价无穷小　（C）高阶无穷小　（D）低阶无穷小

3. 设 $f(x)$ 在 $\left[0,1\right]$ 上连续，在 $\left(0,1\right)$ 内可导，且 $f(1)=0$，则在 $\left(0,1\right)$ 内至少存在一点 ξ，使（ ）

（A） $f^{'}(\xi)=-\dfrac{f(\xi)}{\xi}$　（B） $f^{'}(\xi)=\dfrac{f(\xi)}{\xi}$　（C） $f(\xi)=-\dfrac{f^{'}(\xi)}{\xi}$　（D） $f(\xi)=\dfrac{f^{'}(\xi)}{\xi}$

4. 若 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(0)=1$，$\varphi(x)=\int_0^x tf(x-t)dt$，则（ ）

（A） $x=0$ 是 $\varphi(x)$ 的极大值点　（B） $x=0$ 是 $\varphi(x)$ 的极小值点

（C） $\varphi(x)$ 没有极值点　　（D）以上结论都不对

5. $\dfrac{a_{n+2}-a_{n+1}}{a_{n+1}-a_n}>0$ 是数列$\{a_n\}$严格单调增加$\left(a_1<a_2<\cdots<a_n<a_{n+1}<\cdots\right)$的(　)

(A) 充分条件　　（B）必要条件　　（C）充要条件　　（D）既非充分也非必要条件

三．解答下列各题（每小题 6 分，共 24 分）

1. 证明方程 $x^5+ax-1=0$（常数 $a>0$）在开区间$(0,1)$内有且仅有一个实根.

2. 求由参数方程 $\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=\arctan t \end{cases}$ 所确定的函数 $y=y(x)$ 的二阶导数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

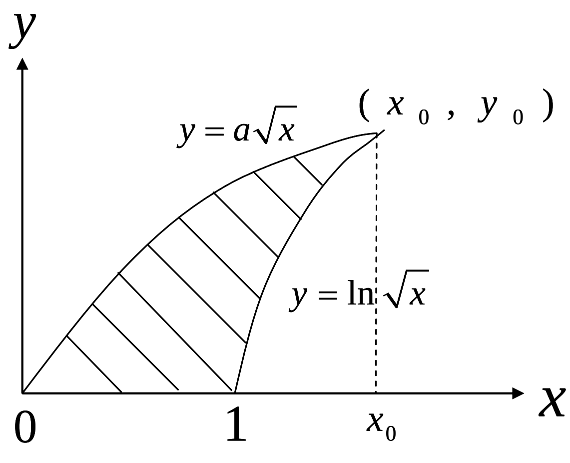
3. 已知$\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\arccos x+C$，求$\int\dfrac{x}{f(x)}dx$.

4. 设 $f(x)=\begin{cases} 1+x^2, x\le 0 \\ e^{-x}, x>0 \end{cases}$，求$\int_1^3 f(x-2)dx$.

四．（9 分）已知点 $A(1,0,0)$ 及点 $B(0,2,1)$，试在 Z 轴上求一点 C，使 ΔABC 的面积为最小.

五．（9 分）计算$\int_1^{+\infty}\dfrac{\arctan x}{x^2}dx$.

六．（12 分）已知曲线 $y=a\sqrt{x}\ (a>0)$ 与曲线 $y=\ln\sqrt{x}$ 在点(x_0,y_0)处有公共切线（如下图所示），求：



（1）常数 a 及切点(x_0,y_0)；

（2）两曲线与 x 轴所围平面图形的面积 A；

（3）两曲线与 x 轴所围平面图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积.

七．（6 分）设函数 $f(x)$ 在$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导，且 $f'(x)\le M$（M 为常数），$f(a)=0$，证明：$\int_a^b f(x)dx\le\dfrac{1}{2}M(b-a)^2$