

## 第6章 载波跟踪与符号同步

对于有载波调制的带通性数字调制信号的接收，一般采用正交解调器进行载波解调，提取零中频信号。由于发送和接收设备的频率源不同，而且可能因相对运动而引入多普勒频移，所得到的零中频信号中难免存在频率偏差和相位偏差，没有实现完全的载波解调。要实现完全的载波解调，必须使正交解调器中的本地振荡跟踪接收信号中隐含的载波频率和瞬时相位；这就是载波跟踪，或称载波同步。

相干解调器要求有很好的载波跟踪，以便使所得到的零中频信号是发送信号复包络的正确估计，即无频偏和相偏的估计，用于进行与相位信息有关的符号判决。

基于非相干解调的符号判决，不需利用相位信息，而只需利用幅度信息，因此不仅允许存在相偏，而且允许存在一定范围的频偏。

在基带解调中，由于发送机到接收机传播延迟一般是未知的，则需要从接收信号准确地检测到每个符号波形的中点或起始时刻，这就是符号定时同步。

### 6.1 载波同步误差与符号同步误差的估计

#### 6.1.1 载波同步误差与符号同步误差的影响

接收端载波解调时如果残留有相位偏差较大时，系统的误码特性出现平层效应；此时无论信噪比增大多少，都不能使误码率显著降低。下面以 BPSK 信号为例分析其影响。

假定载波残留相偏为服从零均值高斯分布的随机变量，用  $\phi$  表示。当  $\phi \neq 0$  时，则相关器输入信号为  $\hat{s}_i(t) \cos \phi$ ，相关器输出将会有一衰减因子  $\cos \phi$ 。依据第五章公式 (5-2-3b)，此时  $d_{0,1} = 2\sqrt{E_b} \cos \phi$ ，因此对于特定  $\phi$ ，误码率公式为：

$$P_b^{(\phi)} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \cos \phi\right) \quad (6-1-1a)$$

对不同的  $\phi$ ，平均误码率为：

$$\bar{P}_b = \int_{-\infty}^{\infty} P_b^{(\phi)} p(\phi) d\phi = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_\phi} \int_0^{\infty} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \cos \phi\right) \exp\left(-\frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2}\right) d\phi \quad (6-1-1b)$$

其中  $\sigma_\phi$  为相位  $\phi$  的方差。

对于不同的  $\sigma_\phi$ ，其误码特性如图 6-1-1(a) 所示；当  $\sigma_\phi$  大于 0.5 时开始出现误码平层效应。

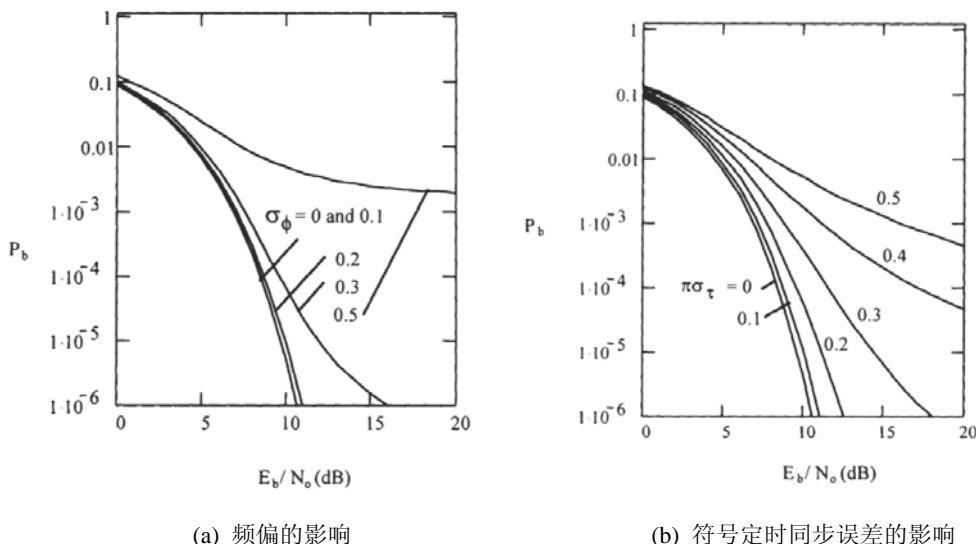


图 6-1-1 载波同步和符号同步误差引起的误码特性平层效应

符号定时误差对于连续两个反相的符号有影响，对于连续相同的两个符号没有影响。假定定时误差为  $\Delta$ ，则对于连续两个反相的符号，相关器输出幅度将有  $1 - (2|\Delta|/T)$  的衰减。假定归一化定时误差  $\tau = \Delta/T$  为零均值高斯分布，符号间相互独立，同时连续两符号反相与同相的概率相等，则由定时误差  $\Delta$  引起的误码特性为：

$$P_b = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_\tau} \int_{-0.5}^{0.5} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1-2|\tau|)\right) \exp(-\tau/2\sigma_\tau^2) d\tau + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (6-1-2)$$

其中第一项为连续两符号反相定时误差导致的误码，第二项为连续两符号同相定时误差导致的误码， $\sigma_\tau$  为定时误差  $\tau$  的方差。

可以看出，定时误差也将导致误码特性出现误码平层效应，如图 6-1-1(b)所示。

载波同步的关键是对频率偏差与相位偏差进行准确估计，而符号定时同步的关键是如何准确估计符号定时偏差。

### 6.1.2 两种参数估计方法

设接收机接收到发送的数字调制信号，其复数表达式为：

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{s}(t - \tau) + \boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{s}_l(t - \tau) \exp[j\omega_c(t - \tau) + j\phi_c] + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (6-1-3a)$$

其中  $\boldsymbol{\eta}(t)$  为带通性复高斯噪声； $\omega_c = 2\pi f_c$  表示载波角频率； $\tau$  为接收端所估计的时间坐标原点的偏差； $\mathbf{s}_l(t)$  是发送信号的等效低通信号，即采用成形波  $g(t)$  调制符号矢量序列  $\{\mathbf{v}_i, i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  所得基带复信号，即

$$\mathbf{s}_l(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_i \cdot g(t - iT) \quad (6-1-3b)$$

用参数组  $\Psi = \{\omega, \phi, \tau\}$  表示为希望估计的参数  $\omega$ 、 $\phi$ 、 $\tau$ ，则问题变成当已知  $\mathbf{r}(t)$  时求参数组  $\Psi$ 。最佳参数估计的两大准则是：最大后验概率（MAP）准则和最大似然（ML）准则。

### (1) 最大后验概率准则(MAP)

MAP 参数估计方法，是将参数  $\Psi$  看成是一个随机矢量，并对它进行建模为一个先验概率密度函数  $p(\Psi)$ ，然后用贝叶斯公式给出后验概率公式：

$$p(\Psi | \tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi}) = \frac{p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi} | \Psi) \cdot p(\Psi)}{p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi})} \quad (6-1-4)$$

使后验概率  $p(\Psi | \tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi})$  取得最大值的  $\Psi$ ，就是参数  $\Psi$  的 MAP 估值。

### (2) 最大似然准则(ML)

在 MAP 准则中，当  $p(\Psi)$  为等概率分布时，(6-1-4) 式中  $p(\Psi)$  和  $p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi})$  的分布不影响后验概率函数  $p(\Psi | \tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi})$  分布的形状；此时寻找能使  $p(\Psi | \tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi})$  取得最大值的  $\Psi$ ，只需利用先验条件 PDF  $p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi} | \Psi)$  寻找使它取得最大值时的  $\Psi$ ；这可以将  $p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi} | \Psi)$  中的  $\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi}$  看作已知量，而把  $\Psi$  看作变量，这个先验条件 PDF 就变成了一个以  $\Psi$  为变量的函数了，这就是似然函数  $\Lambda(\Psi) = p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi} | \Psi)$ ；ML 检测就是寻找能使  $\Lambda(\Psi)$  取得最大值的  $\Psi$ 。由此可见 ML 估计是 MAP 估计在待估计参数为均匀分布时的一种简化做法，但它仍然是最佳估计。

由此可见，ML 检测的关键是根据参数估计的具体任务，给出先验条件 PDF  $p(\tilde{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i e^{j\omega\tau + j\phi} | \Psi)$ ，然后导出似然函数  $\Lambda(\Psi)$ 。

对于含有带通性高斯噪声  $\eta(t)$  的接收解析复信号  $\mathbf{r}(t)$ ，先用一个正交解调器进行载波解调，得到等效低通信号的估计：

$$\hat{\mathbf{s}}_l(t) = [\mathbf{r}(t) \cdot \exp(-j\hat{\omega}_c t - j\hat{\phi}_c)] * h(t) \quad (6-1-5)$$

其中  $\exp[j(\hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c)]$  是本地参考振荡信号，而  $h(t)$  为一个低通滤波器，其通带宽度  $B$  稍大于  $\mathbf{s}_l(t)$  的带宽。

然后采用一种与基带调制方式相对应的方法，对  $\hat{\mathbf{s}}_l(t)$  进行基带解调，得到各符号矢量的估计  $\{\hat{\mathbf{v}}_i, i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 。

以基于满足奈奎斯特第一准则成形波  $g(t)$  的基带调制方式为例，基带解调是在每个符号间隔的中点对  $\hat{\mathbf{s}}_l(t)$  抽样而实现的；由于符号中点位置的估计存在偏差  $\tau$  时，所得到的符号矢量为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}_i &= \hat{\mathbf{s}}_l(t - \tau) \Big|_{t=iT} \\ &= \{[\mathbf{s}_l(t - \tau) e^{j\omega_c(t - \tau) + j\hat{\phi}_c} + \eta(t)] \cdot e^{-j\hat{\omega}_c t - j\hat{\phi}_c} * h(t)\} \Big|_{t=iT} \end{aligned} \quad (6-1-6a)$$

$$\approx \mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi} + \boldsymbol{\eta}_0(i) \quad i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

其中  $\omega = \hat{\omega}_c - \omega_c$  和  $\phi = \hat{\phi}_c - \phi_c$  分别为本地振荡相对于接收信号隐含载波的频偏和相偏。

显然，由于解调中载波频偏、相偏和时延估计偏差的存在，发送信号的等效低通信号  $\mathbf{s}_i(t)$  与它在接收端的估计  $\hat{\mathbf{s}}_i(t)$  也具有相似的关系，即

$$\hat{\mathbf{s}}_i(t) = \mathbf{s}_i(t) e^{-j\omega\tau - j\phi} + \boldsymbol{\eta}_0(t) \quad (6-1-6b)$$

载波解调后，原带通性高斯噪声  $\boldsymbol{\eta}(t)$  在  $\hat{\mathbf{s}}_i(t)$  中变为带宽度  $B$  的低通性高斯噪声  $\boldsymbol{\eta}_0(t)$ ，再以符号间隔  $T$  抽样后，就变成了带宽为符号速率  $1/T$  的低通性高斯白噪声序列  $\{\boldsymbol{\eta}_0(i)\}$  了；

如果基带调制采用平方根升余弦谱特性的成形波  $g_{sqr}(t)$ ，而基带解调时采用  $g_{sqr}(t)$  进行匹配滤波(实为同步相关)，那么在符号中点抽样所得符号矢量序列  $\{\hat{\mathbf{v}}_i\}$  中的噪声  $\{\boldsymbol{\eta}_0(i)\}$  是非常接近于复高斯白噪声序列的，因为欠采样而形成的混叠频谱的幅谱很平坦。

将  $\hat{\mathbf{v}}_i$  看作是随机矢量  $\tilde{\mathbf{v}}_i$  的一个抽样，用  $\tilde{\mathbf{v}}_i$  取代(6-1-6a)式中  $\hat{\mathbf{v}}_i$ ，得：

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi} + \boldsymbol{\eta}_0(i) \quad i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (6-1-7)$$

显然  $\tilde{\mathbf{v}}_i$  是一个均值矢量为  $\mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi}$ ，实部和虚部的方差都等于  $\sigma^2$  的复高斯随机变量，即二维高斯随机变量。如果将  $\boldsymbol{\Psi} = \{\omega, \phi, \tau\}$  看作已知参数，则二维高斯随机矢量  $\tilde{\mathbf{v}}_i$  的 PDF 为

$$p(\tilde{\mathbf{v}}_i | \boldsymbol{\Psi}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{|\tilde{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi}|^2}{2\sigma^2}\right] \quad i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (6-1-8)$$

如果将接收符号的特征矢量  $\hat{\mathbf{v}}_i$  看作已知量取代上式中的随机变量  $\tilde{\mathbf{v}}_i$ ，而把参数  $\boldsymbol{\Psi} = \{\omega, \phi, \tau\}$  看作未知量，这个 PDF 就变成似然函数：

$$\Lambda(\boldsymbol{\Psi}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{|\hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi}|^2}{2\sigma^2}\right] \quad i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (6-1-9a)$$

对数似然函数  $\Lambda_L(\boldsymbol{\Psi})$ ，忽略其中的常数因子，有：

$$\begin{aligned} \Lambda_L(\boldsymbol{\Psi}) &= -|\hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_i \cdot e^{-j\omega\tau - j\phi}|^2 \\ &= -|\hat{\mathbf{v}}_i|^2 - |\mathbf{v}_i|^2 + \text{Re}[\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^* e^{-j\omega\tau - j\phi}] \quad i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6-1-9b)$$

其中  $\mathbf{v}_i^*$  是  $\mathbf{v}_i$  的共轭复数。

上式中前两项的值与  $\boldsymbol{\Psi}$  无关，可以略去，简化的 ML 判决度量：

$$PM(\phi_\tau) = \text{Re}[\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^* \exp(-j\omega\tau - j\phi)] = \text{Re}[\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^* \exp(-j\phi_\tau)] \quad (6-1-10a)$$

其中  $\phi_\tau \triangleq \omega\tau + \phi$  是参数组  $\boldsymbol{\Psi} = \{\omega, \phi, \tau\}$  的等价表示形式，其含义是：当第  $i$  个符号存在载波初始相位偏差  $\phi$ 、载波频率存在偏差  $\omega$ ，定时同步存在偏差  $\tau$  时，则此时载波跟踪的瞬时相位存在的偏差为  $\phi_\tau$ 。

根据(6-1-10a)式的 ML 估计就是

$$\hat{\phi}_\tau = \hat{\omega}\hat{\tau} + \hat{\phi} = \underset{-T/2 < \tau < T/2}{\arg \max_{\phi, \omega \in [-\pi, \pi]}} \operatorname{Re}[\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^* \exp(-j\omega\tau - j\phi)] \quad (6-1-10b)$$

此式可等价地简化为

$$\hat{\phi}_\tau = \sin^{-1}[\operatorname{Im}(\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^*) / |\hat{\mathbf{v}}_i \mathbf{v}_i^*|] \quad (6-1-10c)$$

### 6.1.3 最佳估计的性能特点

估计值  $\hat{\phi}(x)$  的偏差定义为:

$$\text{偏差} = E[\hat{\phi}(x)] - \phi \quad (6-1-11)$$

当此偏差为零, 即估值的均值等于真值时, 这种估计称为无偏估计。

估计值  $\hat{\phi}(x)$  的方差定义为:

$$\sigma_{\hat{\phi}(x)}^2 = E\{[\hat{\phi}(x)]^2\} - \{E[\hat{\phi}(x)]\}^2 \quad (6-1-12)$$

ML 估计方差的下界为:

$$\sigma_{\hat{\phi}(x)}^2 \geq 1 / E\left\{\left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln \Lambda(\phi)\right]^2\right\} = -1 / E\left[\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \ln \Lambda(\phi)\right] \quad (6-1-13)$$

方差达到下界的无偏估计称为有效估计。参数估计理论的重要结论是: ML 估计是渐近无偏的有效估计, 而且是渐近高斯分布的。

上面介绍的载波相位和符号定时的联合估计, 其方差与信噪比成反比, 即:

$$\sigma_{\hat{\phi}_{ML}}^2 = 1 / \gamma_L \quad (6-1-14)$$

### 6.1.3 载波频率与相位的估计

(6-1-10)式给出了参数  $\phi_\tau \triangleq \omega\tau + \phi$  的 ML 估计, 所得  $\hat{\phi}_\tau$  是参数组  $\Psi = \{\omega, \phi, \tau\}$  中三个参数实际上是可以分别进行估计的, 这就使复杂度大幅度降低。

#### (1) 相偏估计

##### ① 利用符号判决的相偏估计

根据(6-1-7)式所给出的相偏 ML 估计公式可知, 如果第  $i$  个符号矢量的估值  $\hat{\mathbf{v}}_i$  已通过相干解调器求得, 并且已判决它是属于第  $m_i$  种符号, 即它所对应的符号基准矢量为  $\mathbf{v}^{(m_i)}$ , 那么将  $\hat{\mathbf{v}}_i$  乘以  $(\mathbf{v}^{(m_i)})^*$  就可以从  $\hat{\mathbf{v}}_i$  的相位中消去  $\mathbf{v}^{(m_i)}$  的相位, 所得  $\hat{\mathbf{v}}_i (\mathbf{v}^{(m_i)})^*$  的相位就应该是本地振荡跟踪接收信号中隐含载波所残留的瞬时相位偏差; 因此相偏的 ML 估计应为:

$$\hat{\phi}_\tau = \sin^{-1} \{ \text{Im}[\hat{\mathbf{v}}_i(\mathbf{v}_i^{(m_i)})^*] / |\hat{\mathbf{v}}_i(\mathbf{v}_i^{(m_i)})^*| \} \quad (6-1-15a)$$

值得注意的是，此相偏估值只反映  $t = iT$  时刻(即第  $i$  个符号间隔的中点)的相偏；如果要估计非整数倍  $T$  时刻的相偏，当相偏的值很小时，可以利用  $x \approx \sin(x)$  近似表达式，而将 (6-1-15a) 简化为：

$$\hat{\phi}_\tau \approx \text{Im}[\hat{\mathbf{v}}_i(\mathbf{v}_i^{(m_i)})^*] \quad (6-1-15b)$$

锁相环收敛后相偏总是在很小的值正负波动；因此近似表示相偏估值不影响锁相环的性能。

### ② 不依赖符号判决的相偏估计

接收信号  $\mathbf{r}(t)$  经正交下变频器产生的零中频信号  $\mathbf{r}_0(t)$ ，当载波跟踪瞬时相位偏差为  $\phi$ ，即  $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{s}_i(t) \cdot \exp(j\phi) + \boldsymbol{\eta}_0(t)$ ，设  $\mathbf{s}_i(t) = I(t) + jQ(t)$ ，则

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0(t) &= [I(t) + jQ(t)] \cdot [\cos\phi + j\sin\phi] + \boldsymbol{\eta}_0(t) \\ &= I(t)\cos\phi - Q(t)\sin\phi + \eta_I(t) + j[I(t)\sin\phi + Q(t)\cos\phi + \eta_Q(t)] \end{aligned}$$

定义  $u(t) = \text{Re}[\mathbf{r}_0(t)] \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(t)]$

$$\begin{aligned} &= I^2(t)\cos\phi\sin\phi - I(t)Q(t)\sin^2\phi + I(t)Q(t)\cos^2\phi - Q^2(t)\cos\phi\sin\phi + \tilde{\eta}(t) \\ &= [I^2(t) - Q^2(t)]\cos\phi\sin\phi + I(t)Q(t) \cdot [\cos^2\phi - \sin^2\phi] + \tilde{\eta}(t) \\ &= \frac{1}{2}[I^2(t) - Q^2(t)]\sin(2\phi) + I(t)Q(t) \cdot \cos(2\phi) + \tilde{\eta}(t) \\ &= A\sin(2\phi) + B\cos(2\phi) + \tilde{\eta}(t) = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(2\phi + \alpha) + \tilde{\eta}(t) \end{aligned}$$

其中  $A = [I^2(t) - Q^2(t)]/2$ ， $B = I(t)Q(t)$ ， $\alpha = \text{tg}^{-1}(B/A)$ 。 $\tilde{\eta}(t)$  为与噪声有关的项。

由上式可见， $u(t) = \text{Re}[\mathbf{r}_0(t)] \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(t)]$  中包含有与  $\sin(2\phi + \alpha)$  成正比的信息，如果将  $u(t)$  进行低通滤波平滑后，其幅度值  $\sqrt{A^2 + B^2}$  为某个正的常数。

当  $\phi$  很小时  $\sin(2\phi) \approx 2\phi$ ，这就得到不依赖符号判决的相偏估计简化公式：

$$\hat{\phi}(t) = \text{Re}[\mathbf{r}_0(t)] \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(t)] * h(t) \quad (6-1-16)$$

其中  $h(t)$  是一个低通平滑滤波器(或环路滤波器)的单位冲激响应；该低通滤波器的带宽必须比基带信号带宽小得多，才能有效滤除  $I(t)$  和  $Q(t)$  的干扰影响，因为  $I(t)$  和  $Q(t)$  都是比信道噪声大得多的有用信号。

### ② 类似于符号判决的相偏估计

对于 BPSK 调制信号，调制波形本来只有实部；由于存在相偏  $\phi$ ，那么零中频信号

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0(t) &= [I(t)\cos\phi - Q(t)\sin\phi + \eta_I(t)] + j[I(t)\sin\phi + Q(t)\cos\phi + \eta_Q(t)] \\ &\triangleq \hat{I}(t) + j\hat{Q}(t) \end{aligned}$$



当相偏  $\phi$  的值很小时, 与符号波形有关的信息主要包含在  $\hat{I}(t)$  中的  $I(t) \cos \phi$ , 而相偏信息主要反映在  $\hat{Q}(t)$  中的  $I(t) \sin \phi$ , 因此相偏估计可以近似表示为

$$\hat{\phi}(t) = \text{Sgn}[\hat{I}(t)] \cdot \hat{Q}(t) * h(t) = \text{Sgn}\{\text{Re}[\mathbf{r}_0(t)]\} \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(t)] * h(t) \quad (6-1-17a)$$

其中  $h(t)$  是一个低通平滑滤波器(或环路滤波器)的单位冲激响应。

显然它可以消除符号信息的影响, 其中  $\text{Sgn}[\hat{I}(t)]$  只有在每个符号间隔的中点处采样才等价于符号判决; 但它可以采用比符号速率高几倍的采样率对  $\mathbf{r}_0(t)$  进行采样, 每个符号间隔内可进行多次相偏估计, 因而所构成的锁相环可以提供更好的载波跟踪精度。

对于星座点为  $\{1, j, -1, -j\}$  的 QPSK 调制, 那么也可类似地推出相偏估计公式为:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(t) &= \{\text{Sgn}[\hat{I}(t)] \cdot \hat{Q}(t) - \text{Sgn}[\hat{Q}(t)] \cdot \hat{I}(t)\} * h(t) \\ &= \{\text{Sgn}\{\text{Re}[\mathbf{r}_0(t)]\} \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(t)] - \text{Sgn}\{\text{Im}[\mathbf{r}_0(t)]\} \cdot \text{Re}[\mathbf{r}_0(t)]\} * h(t) \end{aligned} \quad (6-1-17b)$$

## (2) 频偏估计

### ① 利用符号判决的频偏估计

上述所谓相偏  $\hat{\phi}_i$ , 实际上是指本地载波跟踪接收信号中隐含载波时瞬时相位的偏差,  $\hat{\phi}_i$  的值除了包括对于载波初始相位  $\phi_c$  估计残留的偏差之外, 还包含了频偏累积引起的相位推进, 即  $\phi_i = \phi_{i-1} + \omega T$ ; 因为在相邻的若干个符号时间间隔中载波的初始相位  $\phi_c$  可以认为是固定不变的, 因此相邻两个符号的相偏之差  $\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_{i-1}$  主要是频偏引起的相位累积, 再将此相位差值除以符号间隔长  $T$ , 即可得到频偏估计  $\hat{\omega}_i$ :

$$\hat{\omega}_i = (\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_{i-1}) / T \quad (6-1-18)$$

### ② 点积叉积频偏估计公式

设  $T=1$ , 并设  $\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \mathbf{v}_i^* = A e^{j\phi_i} = I_i + jQ_i$ ,  $\hat{\mathbf{v}}_{i-1} \cdot \mathbf{v}_{i-1}^* = A e^{j\phi_{i-1}} = I_{i-1} + jQ_{i-1}$ , 那么

$$\hat{\omega}_i = \hat{\phi}_i - \hat{\phi}_{i-1} = \text{Im}\{\text{Ln}[A e^{j\phi_i} / (A e^{j\phi_{i-1}})]\} \quad (\text{求自然对数后再取其虚部})$$

$$= \text{Im}\{\text{Ln}[(I_{i-1} - jQ_{i-1})(I_i + jQ_i)]\}$$

$$= \text{Im}\{\text{Ln}[(I_i I_{i-1} + Q_i Q_{i-1}) + j(I_{i-1} Q_i - I_i Q_{i-1})]\}$$

$$\text{即} \quad \hat{\omega}_i = \text{tg}^{-1} \left( \frac{I_{i-1} Q_i - I_i Q_{i-1}}{I_i I_{i-1} + Q_i Q_{i-1}} \right) \approx \frac{I_{i-1} Q_i - I_i Q_{i-1}}{I_i I_{i-1} + Q_i Q_{i-1}} \quad (|\hat{\omega}_i| < \pi/2) \quad (6-1-19)$$

这就是叉积/点积公式, 其中分子为叉积, 分母为点积。

对于直接序列扩频信号来说, 上述条件  $(|\hat{\omega}_i| < \pi/2)$  常常不满足, 有时频偏值比符号速率还要大得多; 此时频偏的估计必须以  $T$  的若干分之一中的载波瞬时相位差来进行估计。

### ③ 不依赖符号判决的频偏估计

#### ● 平方法:

对于 BPSK 调制信号或 PAM 调制信号，将接收中频信号  $r(t)$  进行平方后，所得信号中就有 2 倍于载波频率的信号成分；再采用一个中心频率为  $2f_c$  的带通滤波器，就可以提取出此单频信号；再将它进行二分频，就得到一个频率近似等于载波频率的“单频”振荡。

设接收到的中频信号为：

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (6-1-20)$$

其中  $A(t)$  携带数字信息，由于  $A(t)$  的均值等于零，因此上式所示的调制信号没有载波分量。信号的平方为：

$$s^2(t) = A^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \phi) = \frac{1}{2} A^2(t) [1 + \cos(4\pi f_c t + 2\phi)] \quad (6-1-21)$$

其期望值

$$E[s^2(t)] = \frac{1}{2} E[A^2(t)] [1 + \cos(4\pi f_c t + 2\phi)] \quad (6-1-22)$$

在  $2f_c$  频点上有能量，即载波频率的倍频分量，可以用带通滤波器提取。

#### ● M 次方法：

类似地，对于 QPSK 调制信号进行 4 次方运算，可获得  $4\hat{f}_c$  频率估值；对于 MPSK 调制信号进行 M 次方运算，可获得  $M\hat{f}_c$  频率的估值。

平方法或 M 次方法的主要缺点是，不能采用零中频接收信号进行载频估计，而且在将接收中频信号采样为离散数字信号时，需要采用很高的采样频率  $f_s$  进行采样。

#### ● 频域搜索法：

对于直接序列扩频调制信号，由于每个符号的扩频 PN 码  $\{c(0), c(1), \dots, c(N-1)\}$  是已知的，因此即使对于接收到的当前符号的零中频信号  $\mathbf{r}_0(t)$  还没有完成解扩和符号判决，就可以在这个符号内进行频偏估计。一般是将  $\mathbf{r}_0(t)$  的当前符号波形在每个码片 midpoint 处抽一个样点，得到  $\{\mathbf{r}_0(i); i = 0, 1, 2, \dots, N-1\}$ ，然后将它分成  $K$  段，每段  $N/K$  个样点，分别对各段进行相关解扩，得到  $K$  个部分相关量，即

$$R(k) = \sum_{i=0}^{N/K-1} \mathbf{r}_0(i+k.N/K) \cdot c(i+k.N/K) \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1 \quad (6-1-23)$$

然后假定由于存在频偏  $\hat{\omega}$ ，而使这  $K$  个相关量  $\{R(k)\}$  引起的相偏分别为  $\phi_k = \hat{\omega}kN/K$ ，需要分别纠正这些相偏值才能相加为一个相关量，即实现这个符号的完全解扩：

$$\mathbf{R} = \sum_{i=0}^{N/K-1} R(k) \cdot \exp(-j\hat{\omega}kN/K) \quad (6-1-24a)$$

采用各种可能的频偏值  $\hat{\omega}$ ，分别由上式求得的  $|\mathbf{R}|^2$  的值将不同，其中能使  $|\mathbf{R}|^2$  取得最大值的  $\hat{\omega}$ ，就是频偏的正确估值，即：



$$\hat{\omega} = \underset{\omega \in (-\pi, \pi)}{\text{Arg max}} \left| \sum_{k=0}^{N/K-1} R(k) \cdot \exp(-j\omega kN/K) \right|^2 \quad (6-1-24b)$$

这就是频域搜索法；这里频域搜索计算  $\mathbf{R}$  值的过程，实际上可用 FFT 快速实现，因为(6-1-22a)实际上就是一种 DFT 表达式。

## 6.2 数字解调中的载波同步技术

由接收信号  $\mathbf{r}(t)$  进行正交下变频时，如果载波没有同步所得零中频信号是存在频偏和相偏的，即  $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{s}_l(t) e^{j(\omega_c - \hat{\omega}_c)t + j(\phi - \hat{\phi}_c)}$

载波同步的方法有两种：

① 采用信道复用办法传输同步信息：如时分复用、频分复用或码分复用，传输一个信号段专门用于同步。

② 直接导出法：直接由数字调制信号本身提取它隐含的载波同步信息；载波同步一般采用锁相环路实现。

### 6.2.1 模拟锁相环

对于带噪声的未调载波输入信号，设为  $r(t) = \sin(\omega_c t + \phi_c) + \eta(t)$ ，可以采用负反馈控制环路法实现跟踪，即采用一个压控振荡器 (VCO) 产生正弦波  $s(t) = \cos(\hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c)$ ，使其瞬时相位跟随  $r(t)$  中  $\sin(\omega_c t + \phi_c)$  的瞬时相位一起变化。

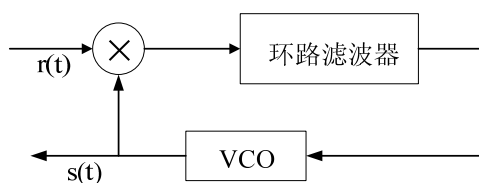


图 6-2-1(a) 锁相环的基本组成单元

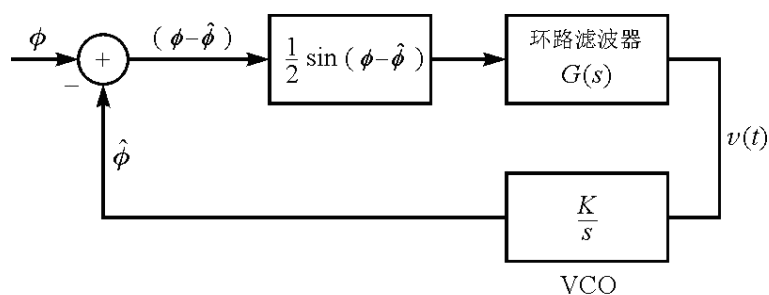


图 6-2-1(b) 锁相环闭环控制系统模型

## (1) 结构原理

这种锁相环中相位跟踪原理，可用如图 6-2-1(b)所示的闭环控制系统模型描述。其输入信号  $r(t)$  与 VCO 产生的信号  $s(t)$  相乘，得到信号：

$$\begin{aligned} e(t) &= [\sin(\omega_c t + \phi_c) + \eta(t)] \cdot \cos(\hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c) \\ &= \frac{1}{2} \sin(\phi(t)) + \frac{1}{2} \sin(2\omega_c t + \hat{\phi}_c + \phi_c) + \eta(t) \cos(\hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c) \end{aligned} \quad (6-2-1)$$

其中  $\phi(t) = (\omega_c t + \phi_c) - (\hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c)$  是这两个正弦波信号的瞬时相位  $\hat{\phi}_c(t)$  和  $\phi_c(t)$  之差，其中二者的瞬时相位  $\hat{\phi}_c(t) = \hat{\omega}_c t + \hat{\phi}_c$  和  $\phi_c(t) = \omega_c t + \phi_c$ 。

由于环路滤波器具有低通特性，因此其输出  $v(t)$  中实际上不包含有上式中第二项和第三项，而只留下与二者瞬时相位差  $\phi(t)$  有关的第一项。 $v(t)$  被放大  $K$  倍后，用于控制 VCO 的频率  $\hat{\omega}_c$  变化，其变化方向是使  $\phi(t)$  值逐步减小。

由于瞬时相位  $\phi(t)$  是频率差  $(\hat{\omega}_c - \omega_c)$  的积分，因此 VCO 对于瞬时相位的跟踪作用具有积分性质，其传递函数可表示  $K/s$ 。

具有低通滤波特性的环路滤波器  $g(t)$ ，通常选用如下较简单的传递函数：

$$G(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s} \quad (6-2-2)$$

其中  $\tau_1 \gg \tau_2$ 。

## (2) 闭环系统传递函数

当  $\phi - \hat{\phi}$  很小时，有  $\sin(\phi - \hat{\phi}) \approx \phi - \hat{\phi}$ ，这时 PLL 闭环控制系统近似为线性系统，其传递函数为：

$$H(s) = \frac{\hat{\Phi}(s)}{\Phi(s)} = \frac{\hat{\Phi}(s)}{\hat{\Phi}(s) + [\Phi(s) - \hat{\Phi}(s)]} = \frac{\hat{\Phi}(s)/[\Phi(s) - \hat{\Phi}(s)]}{1 + \hat{\Phi}(s)/[\Phi(s) - \hat{\Phi}(s)]}$$

其中  $\Phi(s)$ 、 $\hat{\Phi}(s)$  分别为  $\phi(t)$ 、 $\hat{\phi}(t)$  的拉氏变换。而根据图 6-2-1(b)可知

$$G(s) \cdot K/s = \hat{\Phi}(s)/[\Phi(s) - \hat{\Phi}(s)] \quad (6-2-3)$$

因此有

$$H(s) = \frac{G(s) \cdot K/s}{1 + G(s) \cdot K/s} = \frac{G(s) \cdot K}{s + G(s) \cdot K} \quad (6-2-4)$$

将(6-2-2)式代入(6-2-4)式，得闭环系统函数：

$$H(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + (\tau_2 + 1/K)s + (\tau_1/K)s^2} \quad (6-2-5)$$

设环路自然频率为  $\omega_n = \sqrt{K/\tau_1}$ ，它表示无阻尼时的自由振荡频率；设环路阻尼因子为  $\zeta = (\tau_2 + 1/K)/2\omega_n$ ，则上述系统函数可表示为标准形式：

$$H(s) = \frac{(2\zeta\omega_n - \omega_n/K)s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6-2-6)$$

环路的等效噪声带宽为：

$$B_{eq} = \frac{1 + K\tau_2^2/\tau_1}{4(\tau_2 + 1/K)} = \frac{1 + \tau_2^2\omega_n^2}{8\zeta\omega_n} \quad (6-2-7)$$

一般  $\tau_1 \gg 1$ 。阻尼因子  $\zeta=1$  时为临界阻尼， $\zeta$  大于 1 和小于 1 分别为过阻尼和欠阻尼。实际应用中常选择接近于临界阻尼的弱欠阻尼状态，系统对于被跟踪频率的阶跃性时变只出现一次过冲就回到稳态附近，在较小范围内波动，不仅响应快而且跟踪误差小。

在实际应用中，需要通过选择  $K$ 、 $\tau_1$  和  $\tau_2$  三个参数，使闭环系统的时频响应特性同时达到噪声抑制特性和阻尼特性两方面的要求，即具有尽可能窄的等效噪声带宽、较快的时变响应特性和尽可能高的频率和相位跟踪精度。

### (3) 加性噪声对相位估计的影响

如果闭环系统函数的极点处于右半平面，或虽然处于左半平面但非常接近于虚轴，系统将出现不稳定、不收敛的现象；此外输入信号的信噪比低于某个门限，系统也可能不收敛。

VCO 输出的相位谱密度与输入噪声及环路传输函数的关系为

$$G_{\phi}(\omega) = G(\omega) |H(\omega)|^2 \quad (6-2-8)$$

其中  $G(\omega) = N_0$ ；VCO 输出的相位的方差为

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega = \frac{N_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (6-2-9)$$

环路等效噪声带宽定义为

$$B_{eq} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (6-2-10)$$

这样当环路跟踪上输入相位时，其方差为

$$\sigma_{\phi}^2 = 2N_0 B_L \quad (6-2-11)$$

环路平均相位误差可表示为

$$E(\omega) = \phi(\omega) - \hat{\phi}(\omega) = [1 - H(\omega)]\phi(\omega) \quad (6-2-12)$$

如果减小环路带宽，意味着较窄的  $H(\omega)$ ；而  $H(\omega)$  有效带宽越窄，则环路的平均相位方差越大。因此，在进行环路带宽设计时，要权衡考虑相位跟踪的平均误差和方差。

### (4) 科斯塔斯(Costas)环

科斯塔斯环的原理如图 6-2-2 所示；它由一个正交解调器、相位误差估计器、环路滤波器和压控振荡器(VCO)构成。

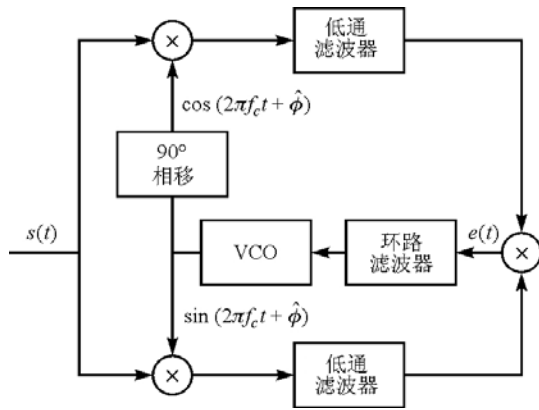


图 6-2-2 科斯塔斯 (Costas) 环

下面推导相位误差估计  $e(t)$  的表达式。

频率为  $f_c$  的两个相互正交的本地振荡分别与接收信号相乘得：

$$y_c(t) = [s(t) + \eta(t)] \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi})$$

$$= \frac{1}{2} [A(t) + \eta_c(t)] \cos \Delta\phi + \frac{1}{2} \eta_s(t) \sin \Delta\phi + \text{倍频项} \quad (6-2-13a)$$

$$y_s(t) = [s(t) + \eta(t)] \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$$

$$= \frac{1}{2} [A(t) + \eta_c(t)] \sin \Delta\phi - \frac{1}{2} \eta_s(t) \cos \Delta\phi + \text{倍频项} \quad (6-2-13b)$$

其中相位误差  $\Delta\phi = \phi - \hat{\phi}$ 。根据(6-1-17)所示的相偏估计公式，将  $y_c(t)$  和  $y_s(t)$  经低通滤波滤除倍频项后的信号相乘，即得到相位误差的估计：

$$e(t) = \frac{1}{8} \{ [A(t) + \eta_c(t)]^2 - \eta_s^2(t) \} \cdot \sin(2\Delta\phi) - \frac{1}{4} [A(t) + \eta_c(t)] \cdot \eta_s(t) \cdot \cos(2\Delta\phi) \quad (6-2-14)$$

其中  $\frac{1}{8} [A(t) + \eta_c(t)]^2 \sin(2\Delta\phi)$  包含与  $\Delta\phi$  有关的信息，其余是噪声干扰；将  $e(t)$  经环路滤波减小其中噪声后，驱动 VCO，使正交解调器输出的相位误差减小，这就构成负反馈控制的锁相环。

## 6.2.2 数字锁相环

设接收到的数字中频信号为

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{s}_l(n) \exp(j\omega_c(n)n + j\phi_0) + \boldsymbol{\eta}(n) = \mathbf{s}_l(n) \exp(j\omega_c(n) + j\hat{\phi}_{n-1}) + \boldsymbol{\eta}(n)$$

其中  $\mathbf{s}_l(n)$  为发送符号矢量序列  $\{\mathbf{v}_i\}$  的无记忆数字调制信号的预包络，即

$$\mathbf{s}_l(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_i g(n - iN_s)$$

其中  $\{g(n)\}$  为成形波， $N_s$  为每个符号时间间隔的采样点数。要使接收信号实现完全的载波解调，以便得到  $\{\mathbf{s}_l(n)\}$  和  $\{\mathbf{v}_i\}$  的正确估计，需要在本地产生一个复指数振荡信号  $\mathbf{s}_r(n) = \exp(j\hat{\omega}_c(n)n + j\hat{\phi}_0) = \exp[j\hat{\omega}_c(n) + j\hat{\phi}_{n-1}]$  作为参考信号，消除  $\{\mathbf{r}_0(n)\}$  中隐含载波的频偏和相偏；应使  $\{\mathbf{s}_r(n)\}$  的瞬时相位  $\hat{\phi}(n) = \hat{\omega}_c(n)n + \hat{\phi}_0$  跟踪接收信号中隐含的载波瞬时相位  $\phi(n) = \omega_c(n)n + \phi_0$  的推进；这就是数字锁相环的任务。

数字锁相环有两大类：有符号判决反馈的，无符号判决反馈的；下面分别进行介绍。

### (1) 利用符号判决反馈的数字锁相环

基本结构如图 6-2-3 所示，其中环路滤波器可采用以下形式的低通滤波器：

$$G(z) = \frac{1 + \alpha z^{-1}}{1 - \beta z^{-1}} \quad (6-2-15)$$

其中  $0 < \alpha, \beta \leq 1$ ；一般应取  $\beta = 1$ ，以避免反馈环路群延迟影响跟踪精度。

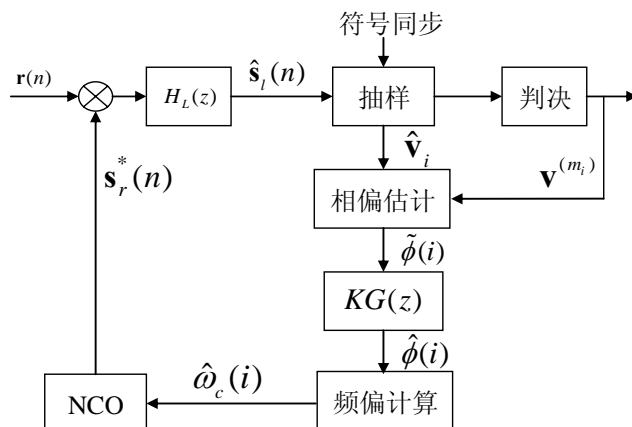


图 6-2-3 利用判决反馈的数字锁相环

#### ● 相偏估计

相偏估计的原理前面已经介绍过，可以是最大似然估计，因为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) \cdot \mathbf{s}_r^*(n) &= \{ \mathbf{s}_l(n) \exp[j(\omega_c(n)n + \phi_0)] + \boldsymbol{\eta}(n) \} \cdot \exp\{-j[\hat{\omega}_c(n)n + \hat{\phi}_0]\} \\ &= \mathbf{s}_l(n) \exp[j[\omega_c(n)n + \phi_0 - \hat{\omega}_c(n)n - \hat{\phi}_0] + \boldsymbol{\eta}(n) \exp\{-j[\hat{\omega}_c(n)n + \hat{\phi}_0]\} \\ &= \mathbf{s}_l(n) \exp[j\phi(n) - j\hat{\phi}(n)] + \boldsymbol{\eta}(n) \exp\{-j[\hat{\omega}_c(n)n + \hat{\phi}_0]\} \end{aligned}$$

其中第二项  $\boldsymbol{\eta}(n) \exp\{-j[\hat{\omega}_c(n)n + \hat{\phi}_0]\}$  是带通型复高斯白噪声，可基本上被低通滤波器滤除，剩余部分主要是第一项，看作是一个等效低通信号估计  $\hat{\mathbf{s}}_l(n)$ ，其中包含有零均值的复高斯白噪声；因此可由它的条件 PDF 而导出似然函数，对瞬时相位差  $\Delta\phi_n = \phi(n) - \hat{\phi}(n) = [\omega_c(n) + \phi(n-1)] - [\hat{\omega}_c(n) + \hat{\phi}(n-1)]$  进行 ML 估计，即

$$\Delta\hat{\phi}_n = \sin^{-1}\{\text{Im}[\mathbf{r}_0(n)\mathbf{s}_r^*(n)/\mathbf{s}_l(n)] / |\mathbf{r}_0(n)\mathbf{s}_r^*(n)/\mathbf{s}_l(n)|\} * h_L(n) \quad (6-2-16)$$

假定载波瞬时相位跟踪较好，那么将所得到的  $\hat{\mathbf{s}}_l(n)$  在每个符号中点抽样，即得到各个符号矢量的估计  $\hat{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{s}}_l(n)|_{n=iN_s}$ ，可进行符号判决；如果第  $i$  个符号是  $M$  进制调制中第  $m_i$  中符号，那么根据判决结果重构的符号矢量为  $\mathbf{v}^{(m_i)}$ ，则有  $\hat{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}^{(m_i)} \exp(j\Delta\phi_i)$ ，其中  $\Delta\phi_i = \phi(i) - \hat{\phi}(i)$ ；于是可得到  $iN_s$  时刻的瞬时相位偏差估计，如(6-1-15)式所示。

#### ● 锁相环的信号处理步骤

- ① 初始化: 令  $n_0=0, i=1, \hat{\omega}_c(0)=\bar{\omega}_c$  (标称载波角频率值),  $\hat{\phi}(0)=0, \hat{\mathbf{s}}_l(0)=\mathbf{r}(0)$ ;
- ② 用 NCO 产生本地振荡:  

$$\mathbf{s}_r(n_0+n)=\exp[jn\hat{\omega}_c(i-1)+j\hat{\phi}(i-1)] \quad n=1,2,\dots,N_s-1$$
- ③ 进行正交下变频, 包括乘本地振荡和低通滤波:  

$$\hat{\mathbf{s}}_l(n_0+n)=[\mathbf{r}(n_0+n) \cdot \mathbf{s}_r^*(n_0+n)] * h_L(n) \quad n=1,2,\dots,N_s-1$$
- ④ 在  $n_0+i N_s$  处对  $\{\hat{\mathbf{s}}_l(n_0+n)\}$  抽样, 即得第  $i$  个符号矢量的估计  $\hat{\mathbf{v}}_i=\hat{\mathbf{s}}_l(n_0+iN_s)$ ;
- ⑤ 用  $\hat{\mathbf{v}}_i$  进行符号判决, 设判决结果为  $\mathbf{v}^{(m_i)}$ ;
- ⑥ 采用(6-2-21)式计算在  $n=n_0+i N_s$  时刻载波跟踪的残留相偏  $\Delta\phi_i$ ;
- ⑦ 通过环路滤波器  $G(z)$  对  $\Delta\phi_i$  进行平滑, 并放大  $K$  倍, 以得到更好的相偏估值:

$$\Delta\hat{\phi}_i = K \cdot \Delta\phi_i + \alpha K \Delta\hat{\phi}_{i-1} + \beta \Delta\hat{\phi}_{i-1}$$

- ⑧ 修改本地频偏振荡中的震荡频率, 即令  $\hat{\omega}_c(i+1)=\bar{\omega}_c + \Delta\hat{\phi}_i / N_s$ ;
- ⑨ 令  $n_0 = n_0 + N_s, \hat{\phi}(i+1) = \hat{\phi}(i), i = i+1$ ; 然后转向第②步。

值得注意的是, 上述结构的锁相环只能在相对频偏(频偏与符号速率之比  $\Delta f_c / R_s$ )较小的条件下获得较高的载波跟踪精度, 例如:  $\Delta f_c / R_s \leq 1/5$ ; 这里  $2\pi \Delta f_c = (\hat{\omega}_c(i) - \bar{\omega}_c)$ 。如果  $\Delta f_c / R_s$  进一步增大, 其载波相位跟踪精度将显著降低; 当  $\Delta f_c / R_s > 1/2$  时上述结构的锁相环便不能正常工作, 这是因为当相偏超出  $(-\pi, \pi)$  范围时, 由相偏计算频偏就会发生差错。

这种锁相环的输入信号也可采用零中频信号, 这时标称载波频率  $\bar{\omega}_c = 0$ , 并删去低通滤波器  $H_L(z)$ 。

## (2)不依赖符号判决的数字锁相环

不依赖符号判决的数字锁相环的基本结构如图 6-2-4 所示, 为了说明锁相环的输入信号都可以采用零中频信号。图 6-2-5 还给出了锁相环载波相位跟踪的原理。

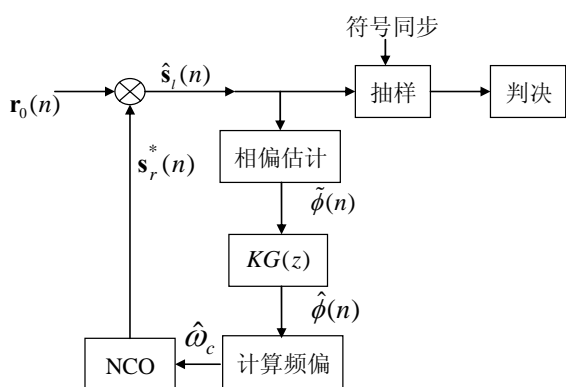


图 6-2-4 数字锁相环的结构

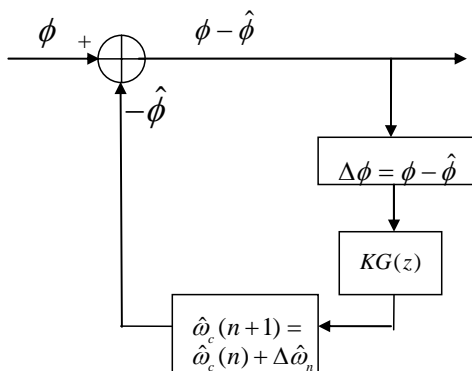


图 6-2-5 数字锁相环原理模型

其中的相偏估计不能利用符号判决反馈, 因而只能靠环路滤波的平滑作用来消除符号信息对于相偏估计的影响, 可采用(6-1-15)式进行相偏估计, 其相位跟踪精度和抗噪声性能相对地较差。但是如果采用(6-1-17)式所示的类似于符号判决反馈的公式估计相偏, 每个符号间隔的采样点数又较多的话, 其性能可接近于利用判决反馈的锁相环。



### ● 锁相环路的信号处理步骤

- ① 初始化: 令  $n=0$ ,  $\hat{\omega}_c(0)=\bar{\omega}_c=0$ (标称载波角频率值),  $\hat{\phi}(0)=0, \hat{s}_l(0)=\mathbf{r}_0(0)$ ;
- ② 令  $n=1$ , 用 NCO 产生本地振荡:  $\mathbf{s}_r(n)=\exp[j\hat{\omega}_c(n-1)+j\hat{\phi}(n-1)]$
- ③ 采用  $\{\mathbf{s}_r(n)\}$  消除  $\{\mathbf{r}_0(n)\}$  中隐含载波的频偏, 即  $\mathbf{r}_0(n) \cdot \mathbf{s}_r^*(n)$ ;
- ④ 采用(6-1-16)式或(6-1-17)式计算  $\mathbf{r}_0(n) \cdot \mathbf{s}_r^*(n)$  在  $n$  时刻的残留载波相偏  $\Delta\phi_n$ , 即:

$$\Delta\phi_n = \text{Re}[\mathbf{r}_0(n)] \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(n)]$$

$$\text{或 } \Delta\phi_n = \text{Sgn}\{\text{Re}[\mathbf{r}_0(n)]\} \cdot \text{Im}[\mathbf{r}_0(n)] - \text{Sgn}\{\text{Im}[\mathbf{r}_0(n)]\} \cdot \text{Re}[\mathbf{r}_0(n)]$$

- ⑤ 通过环路滤波器  $G(z)$  对  $\Delta\phi_n$  进行平滑, 并放大  $K$  倍, 以得到更好的相偏估值:

$$\Delta\hat{\phi}_n = K \cdot \Delta\phi_n + \alpha K \Delta\phi_{n-1} + \beta \Delta\hat{\phi}_{n-1}$$

- ⑥ 修改本地频偏振荡中的震荡频率, 即令  $\hat{\omega}_c(n+1)=\bar{\omega}_c + \Delta\hat{\phi}_n$ ;
- ⑦ 令  $\hat{\phi}(n+1)=\hat{\phi}(n)$ ,  $n=n+1$ ; 然后转向第②步。

## 6.2.3 数字锁相环的闭环响应及参数设计

由于频偏估计函数一般都是一个非线性函数, 因此锁相环都应该是一个非线性的负反馈控制系统; 但由于最终趋于稳定后相偏的值很小,  $\sin^{-1}(\Delta\phi) \approx \Delta\phi$ , 因此可用线性系统近似描述。

### (1) 闭环系统函数

设如(6-2-15)式所示的环路滤波器  $G(z)$  的单位冲激响应为  $\{g_i, i=0,1,\dots,\infty\}$ ; 将瞬时相位偏差估计  $\Delta\hat{\phi}_n$  通过环路滤波器  $G(z)$  滤波, 并放大  $K$  倍后得:

$$K \sum_{i=0}^{\infty} g_i \Delta\hat{\phi}_{n-i} = K \cdot \sum_{i=0}^{\infty} g_i [\phi(n-i) - \hat{\phi}(n-i)]$$

将它看作是频率偏差  $\Delta\hat{\omega}_n$ , 而用于修改 NCO 所产生本地震荡的频率, 即

$$\hat{\omega}(n+1) = \bar{\omega}_c + \Delta\hat{\omega}_n = \bar{\omega}_c + K \sum_{i=0}^{\infty} g_i [\phi(n-i) - \hat{\phi}(n-i)]$$

则本地震荡在下一个样点间隔中瞬时相位的推进值应为:

$$\hat{\phi}_{n+1} - \hat{\phi}_n = K \sum_{i=0}^{\infty} g_i [\phi(n-i) - \hat{\phi}(n-i)] \quad (6-2-17)$$

将此式两边进行 Z 变换后得:

$$\hat{\Phi}(z) \cdot z - \hat{\Phi}(z) = K[\Phi(z) - \hat{\Phi}(z)] \cdot G(z)$$

于是有 
$$H(z) = \frac{\hat{\Phi}(z)}{\Phi(z)} = \frac{KG(z)z^{-1}}{1 - [1 - KG(z)]z^{-1}}$$

将(6-2-15)式的环路滤波器  $G(z)$  代入上式, 得

$$H(z) = \frac{K \cdot (1 + \alpha z^{-1}) z^{-1}}{1 + (K - 1 - \beta) z^{-1} + (\beta + \alpha K) z^{-2}} \quad (6-2-18)$$

设  $H(z)$  具有一对共轭极点  $z_1 = e^{-\zeta + j\omega_n}$ 、 $z_2 = z_1^* = e^{-\zeta - j\omega_n}$ , 则  $D(z)$  可表示为标准形式:

$$D(z) = (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1}) = 1 - 2e^{-\zeta} \cos \omega_n z^{-1} + e^{-2\zeta} z^{-2} \quad (6-2-19)$$

其中  $\zeta$  为阻尼因子， $\omega_n$  为环路自然频率，即无阻尼  $\zeta = 0$  时的自由震荡频率； $\zeta = 1$  为临界阻尼， $\zeta > 1$  为过阻尼， $\zeta < 1$  为欠阻尼。

将(6-2-19)式与(6-2-18)式的分母进行比较，即可得到一个方程组：

$$\begin{aligned} K - 1 - \beta &= -2e^{-\zeta} \cos \omega_n \\ \beta + \alpha K &= e^{-2\zeta} \end{aligned}$$

令  $\beta = 1$ ，于是可解得

$$K = 2 - 2e^{-\zeta} \cos \omega_n \quad (6-2-20a)$$

$$\alpha = \frac{e^{-2\zeta} - 1}{2 - 2e^{-\zeta} \cos \omega_n} \quad (6-2-20b)$$

进而可计算闭环系统的幅度-频率响应特性：

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{K |e^{j\omega} - \alpha|}{|e^{j\omega} - e^{-\zeta + j\omega_n}| \cdot |e^{j\omega} - e^{-\zeta - j\omega_n}|} \quad (6-2-21)$$

等效噪声带宽：

$$B_{eq} = \int_0^{\pi} |H(e^{-j\omega})| d\omega / \max |H(e^{-j\omega})| \quad (6-2-22)$$

## (2) 环路参数的设计方法

锁相环的设计过程：先根据希望达到的等效噪声带宽  $B_{eq}$  选择  $\omega_n$ ；暂时令  $\alpha = 1$ ，然后采用试探法选择  $\zeta < 1$  (微弱欠阻尼状态)；然后采用(6-2-20)式计算  $\beta$  和  $K$  的值。

图 6-2-6 是一个锁相环闭环系统的幅度-频率响应特性的例子，其中  $\omega_n = \pi/8 \approx 0.39$ 。从图中可见，当  $\omega_n = \pi/8$  时，取  $\zeta = 0.1$  和  $0.2$  所得  $B_{eq}$  分别为  $\pi/10$  和  $\pi/5$ ；即微弱的欠阻尼特性。

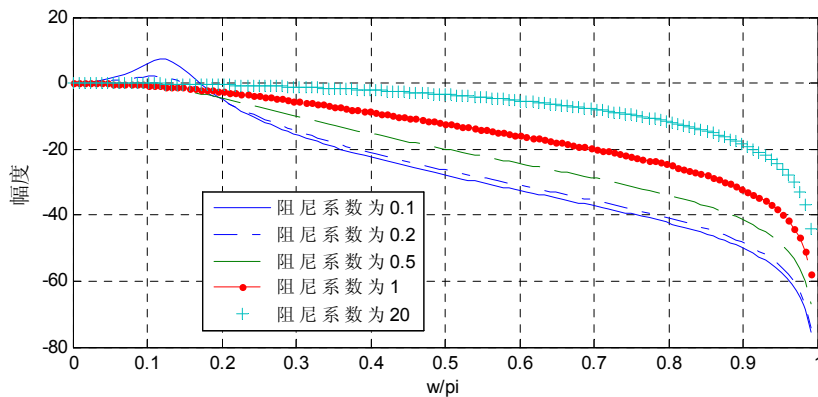


图 6-2-6 一个锁相环的闭环频率响应特性( $\omega_n = \pi/8$ )

## 6.2.4 数字锁相环的性能

### (1) 数字锁相环相位跟踪精度的估计

一般的说，闭环响应的等效噪声带宽越窄，锁相环的相位跟踪的方差越小，抗噪声能力越强。但是当等效噪声带宽减小到一定程度后再进一步减小，就可能使瞬时相位跟踪的偏差反而增大。这是因为闭环系统的输入 $\{\phi(n)\}$ 是一个带噪声的锯齿波函数，而让它的输出 $\{\hat{\phi}(n)\}$ 去跟踪 $\{\phi(n)\}$ 中的锯齿波形，不仅要尽量消除其中噪声部分，还要设法使这个锯齿波形的失真尽可能小；图 6-2-7 就是一个锁相环闭环系统输入信号和输出信号的典型例子。

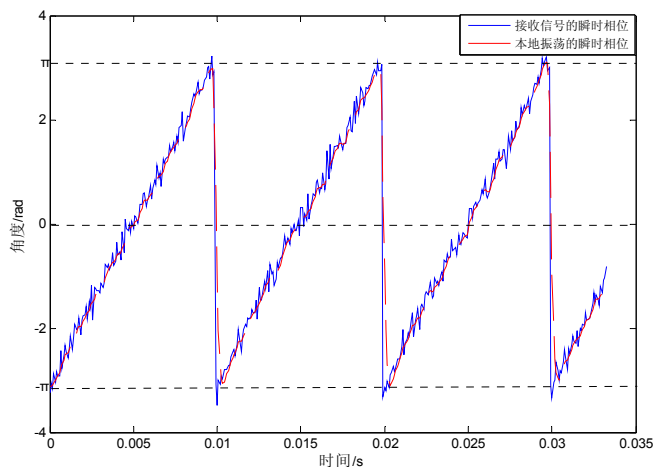


图 6-2-7 锁相环闭环系统的输入和输出信号

对于含有高斯白噪声的输入信号，当信噪比足够高并且相位偏差较小时，可以认为数字锁相环近似为一个线性系统。可以根据闭环系统响应来估计相位跟踪的偏差以及残余相偏的方差。对于如图 6-2-3 所示的基于判决反馈的锁相环，其中相偏估计算法采用(6-1-15)式所示的算法。对 $\hat{\mathbf{s}}_l(t)$ 以符号速率采样后，得到 $\hat{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{s}}_l(t)|_{t=iT} = \mathbf{v}_i + \mathbf{n}_i$ ；其中 $\{\mathbf{v}_i\}$ 是一个符号能量为 $E_s$ 的 QPSK 调制信号， $\{\mathbf{n}_i\}$ 为功率谱密度为 $N_0$ 的零均值复高斯白噪声，则接收信号的信噪比为 $\gamma_{S/N} = E_s/N_0$ 。那么在锁相环进入稳定状态后，按照(6-1-15)式进行的相偏估计所得 $\Delta\phi_n$  (弧度)应该很小，因此有 $\Delta\phi_n \approx \sin(\Delta\phi_n)$ ；其信噪比约为 $2\gamma_{S/N}(\Delta\phi_n)^2$ ，则 $\Delta\phi_n$ 中所含噪声的方差应为 $1/(2\gamma_{S/N})$ 。

如果闭环系统的等效噪声带宽为 $B_{eq}$ ，那么 $\Delta\phi_n$ 经环路滤波后变为 $\Delta\hat{\phi}_n$ ，其中所含噪声的方差减小为 $(B_{eq}/\pi)/(2\gamma_{S/N})$ ；将它放大 $K$ 倍后用于修改 $\hat{\omega}_c(n)$ ，即

$$\hat{\omega}_c(n+1) = \hat{\omega}_c(n) + K^2 \Delta\hat{\phi}_n$$

其中环路增益 $0 < K < 1$ ；因此所产生的本地振荡的瞬时相位 $\hat{\phi}(n+1)$ 中所含噪声的方差应为

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = 2K^2 (B_{eq}/\pi)/(2\gamma_{S/N}) = K^2 \frac{B_{eq}}{\pi} \frac{N_0}{E_s} \quad (6-2-23)$$

可见载波瞬时相位跟踪的方差，与接收信号的信噪比 $\gamma_{S/N}$ 成反比，与 $(B_{eq}/\pi)K^2$ 成正比。

当零中频接收信号中隐含的载波频偏 $\{\omega_c(n)\}$ 的值较大或者时变较快时，由于闭环系统函

数的低通滤波作用会使 $\{\hat{\phi}(n)\}$ 产生失真，即使没有信道噪声也会产生较大的相位跟踪偏差；设其跟踪误差绝对值的平均值为 $\Delta\bar{\phi}$ ，其大小与整个闭环系统函数 $H(z)$ 的特性密切相关；将此跟踪偏差变换到频域，则有：

$$E(\omega) = \phi(\omega) - \hat{\phi}(\omega) = [1 - H(\omega)]\phi(\omega) \quad (6-2-24)$$

可见 $H(\omega)$ 的等效带宽越窄，则 $E(\omega)$ 越大，即平均跟踪偏差 $\Delta\bar{\phi}$ 越大。因此当等效噪声带宽 $B_{eq}$ 减小到使 $\hat{\phi}(n)$ 产生失真时，会使 $\Delta\bar{\phi}$ 显著增大。

当 $B_{eq}$ 固定不变时，闭环响应是否会引起 $\{\hat{\phi}(n)\}$ 失真，关键在于接收信号中隐含载波频偏 $\{\omega_c(n)\}$ 的大小以及它随时间而变的速度，因为： $\{\hat{\phi}(n)\}$ 对于 $\{\phi(n)\}$ 的跟踪是通过改变频率实现的。设 $\{\omega_c(n)\}$ 是在一个固定频率 $\bar{\omega}_c$ （标称载波频率）附近随时间而变，即 $\omega_c(n) = \bar{\omega}_c + \Delta\omega_n$ ，本地振荡也是在 $\bar{\omega}_c$ 附近进行微调，即 $\hat{\omega}_c(n) = \bar{\omega}_c + \Delta\hat{\omega}_n$ 。那么闭环系统的输入信号 $\{\phi(n)\}$ 和输出信号 $\{\hat{\phi}(n)\}$ 中的相位推进值 $\bar{\omega}_c n$ 是相互抵消的，因此对于闭环系统响应，输入信号 $\{\phi(n)\}$ 不必看成是以 $[\bar{\omega}_c + \Delta\omega_n]$ 为斜率的三角波，而应看成是以 $\Delta\omega_n$ 为斜率的三角波；同理 $\{\hat{\phi}(n)\}$ 也应看成是以 $\Delta\hat{\omega}_n$ 为斜率的三角波。显然 $\Delta\omega_n$ 越小，随时间而变越缓慢，就可以在等效带宽越窄的闭环系统中不出现失真。

平均跟踪偏差 $\Delta\bar{\phi}$ 也与 $K$ 值的大小密切相关；一般地说 $K$ 越接近等于1， $\Delta\phi_{\max}$ 的值越小，但最终取决于 $H(z)$ 的阻尼特性； $K$ 的选择应使系统处于微弱欠阻尼才是最合理的。

## (2) 结合判决反馈对锁相环性能的影响

不结合判决反馈的载波同步方法，由于符号基带调制的相角信息直接影响载波瞬时相位的估计，其影响很难通过环路滤波消除，因此频偏或频率估计的方差都较大，因此载波跟踪的精度较低。

**结合符号判决反馈的锁相环或锁频环，只要符号判决的误码率低于 $10^{-2}$ 时上述影响就可基本消除，因此频偏或相偏估计的方差可显著减小。**据估计，在比特信噪比大于0dB时，结合判决反馈PLL的相位估计方差，比不结合判决反馈的PLL的相位估值的方差要小4-10倍；载波跟踪精度也相应地大大提高，因此得到广泛应用。

采用前述类似符号判决的方式，即用(6-1-17)式估计相偏，可以显著改善不依赖符号判决反馈的锁相环的性能；由于其相偏估计和纠正可以在一个符号内进行多次，因此其性能可与基于符号判决反馈锁相环相比拟。

## 6.2.5 数字锁频环

锁相环不允许载波频率的相对频偏太大；如果频偏太大，可以在锁相环之前再增加一个锁频环，使频偏减小到足够小后再采用锁相环锁相。有时也可以只用锁频环实现载波频率的跟踪，而采用其它办法消除残留的相位偏差，再进行符号判决。

## (1) 数字锁频环的基本结构

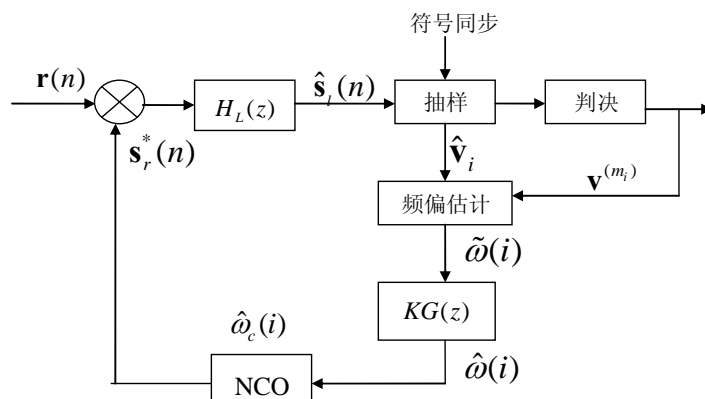


图 6-2-8 基于判决反馈的锁频环

设输入的接收信号是一个低中频的实信号  $r(n)$ ，可以把它看成虚部等于零的复信号  $\mathbf{r}(n)$ ；设标称载波频率为  $\bar{\omega}_c$ 。环路滤波器也采用(6-2-15)式的 IIR 滤波器。

## (2) 锁频环的信号处理步骤：

① 初始化：令  $n_0=0$ ,  $i=1$ ,  $\hat{\omega}_c(0)=\bar{\omega}_c$ ,  $\tilde{\phi}(0)=\tilde{\phi}(1)=0$ ,  $\hat{\phi}_c(0)=\hat{\phi}_c(1)=0$ ,  $\hat{\mathbf{s}}_l(0)=\mathbf{r}(0)$ ；

② 用 NCO 产生本地振荡：

$$\mathbf{s}_r(n_0+n) = \exp[j\hat{\omega}_c(i-1)(n_0+n) + j\hat{\phi}_c(i-1)] \quad n=1,2,\dots,N_s-1$$

③ 进行正交下变频，包括乘本地振荡和低通滤波：

$$\hat{\mathbf{s}}_l(n_0+n) = [\mathbf{r}(n_0+n) \cdot \mathbf{s}_r^*(n_0+n)] * h_L(n) \quad n=1,2,\dots,N_s-1$$

④ 在  $n_0+iN_s$  处对信号抽样，即得第  $i$  个符号矢量的估计  $\hat{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{s}}_l(n_0+iN_s)$ ；

⑤ 用  $\hat{\mathbf{v}}_i$  对第  $i$  个符号进行判决，设判决结果为  $\mathbf{v}^{(m_i)}$ ；

⑥ 采用(6-1-19)式计算在  $n_0+iN_s$  处载波跟踪的残留频偏，即

$$\Delta\omega(i) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{I_{i-1}Q_i - I_iQ_{i-1}}{I_iI_{i-1} + Q_iQ_{i-1}}\right) \text{ 或 } \Delta\omega(i) \approx \frac{I_{i-1}Q_i - I_iQ_{i-1}}{I_iI_{i-1} + Q_iQ_{i-1}}$$

$$\text{其中 } \hat{\mathbf{v}}_i (\mathbf{v}^{(m_i)})^* = I_i + jQ_i$$

⑦ 通过环路滤波器  $G(z)$  进行平滑，并放大  $K$  倍，以得到更好的频偏估值，即：

$$\Delta\hat{\omega}(i) = K \cdot \Delta\omega(i) + K\alpha \Delta\omega(i-1) + \beta \Delta\hat{\omega}(i-1)$$

⑧ 修改本地振荡中的载波频率估值，即令  $\hat{\omega}_c(i) = \hat{\omega}_c(i-1) + \Delta\hat{\omega}(i)$ ；

⑨ 令  $n_0 = n_0 + N_s$ ,  $i = i + 1$ ，然后转向第②步。

注意：采用点积叉积公式估计频偏，只能在最大相对频偏  $|\Delta f_c / R_s| < 1/4$  的条件下适用。

锁频环也可单独用于相干解调系统，只要载波频偏基本消除了，残留相偏是可以通过差分相位检测等办法消除的。

当接收信号为扩频信号时，频偏估计可在一个符号时间间隔以内，甚至更短时间估计频偏。此时允许频偏在很大范围内快速时变，即可在高动态条件下进行载波跟踪。

### (3) 锁频环的闭环系统函数

当环路滤波器也采用(6-2-5)式的一阶滤波器  $G(z) = (1 + \alpha z^{-1}) / (1 - \beta z^{-1})$  时, 这种锁频环的闭环系统传递函数与前面锁相环的相同。即闭环系统的传递函数

$$H(z) = \frac{K \cdot (1 + \alpha z^{-1}) z^{-1}}{1 + (K - 1 - \beta) z^{-1} + (\beta + \alpha K) z^{-2}} \quad (6-2-27)$$

也可以表示为标准型令  $\beta=1$  而解得

$$K = 2 - 2e^{-\zeta} \cos \omega_n \quad (6-2-28a)$$

$$\alpha = \frac{e^{-2\zeta} - 1}{2 - 2e^{-\zeta} \cos \omega_n} \quad (6-2-28b)$$

当  $\zeta=1$  时为临界阻尼状态, 当  $\zeta < 1$  为欠阻尼状态; 当  $\zeta > 1$  为过阻尼状态。

要使系统的时变响应较快、又能收敛到最小的跟踪误差, 通常应取为微弱的欠阻尼状态。

一般载波频率的变化比较缓慢, 因此可以采用更窄等效噪声带宽的闭环响应。图 6-2-9 给出的例子是  $\alpha=1, \omega_n = \pi/16 \approx 0.196$  弧度,  $\zeta = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 20$  时的闭环频率响应特性  $|H(e^{j\omega})|$ ; 其等效噪声带宽分别为  $B_{eq} = 0.38, 0.48, 0.73, 1.16, 2.0$  (弧度)。

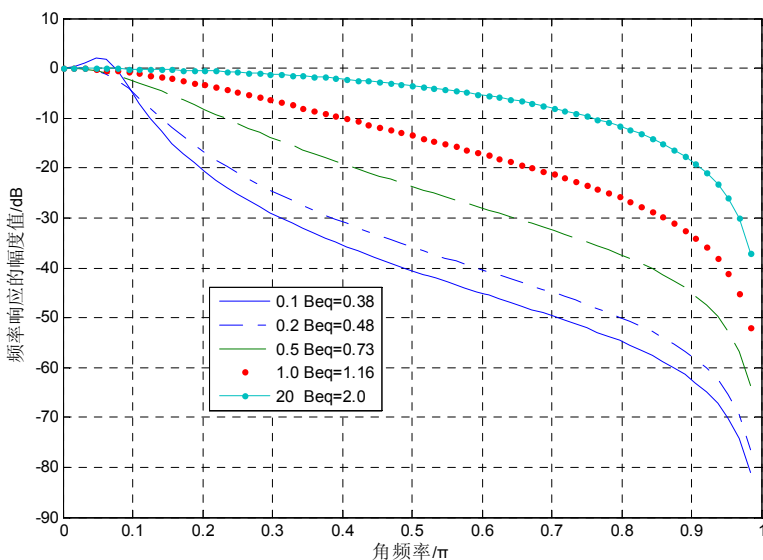


图 6-2-9  $\omega_n = \pi/16$  的二阶数字锁频环的幅度-频率响应特性

锁频环与锁相环的差别主要在于所跟踪的量不同, 前者是跟踪载波频率, 而后者是跟踪载波瞬时相位; 因此跟踪误差的估计不同, 前者实现频率跟踪后仍然可能存在很大瞬时相位偏差, 而后者实现瞬时相位跟踪的同时也实现了频率跟踪, 残留的频偏和相偏的值都很小。

当输入信号中隐含载波频率与标称值存在较大偏差, 例如角频率偏差大于  $\pi$  时, 锁相环无



法正常进行，而锁频环可在较大频偏条件下正常工作。

如果环路滤波器采用二阶 IIR 滤波器，则闭环系统函数为 3 阶 IIR 滤波器；3 阶锁频环可以在存在多普勒频移快速时变的高动态接收条件下获得比二阶环路更好的效果。

## 6.3 符号定时同步

### 6.3.1 引言

#### (1) 符号同步的必要性

当定时误差较大时将出现误码平台现象，提高信噪比不能有效改善误码特性。

#### (2) 符号同步的几种方式

①发送和接收端都同步到一个主时钟上，主时钟由主站发送，各接收站在统一时钟授时的基础上设法补偿发送与接收之间的相对延迟。

②发射机在发送信息的同时另外发送一个同步序列或时钟信号，接收机提取该同步信号，实现符号定位。

③直接从接收信号中提取符号定时同步信号实现同步。

### 6.3.2 最大似然定时估计

以 PAM 调制为例，设延迟  $\tau$  为接收端为实现符号同步的估计量，接收信号：

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{s}(t, \tau) + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (6-3-1)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{s}(t, \tau) = \sum_i \mathbf{v}_i g(t - iT - \tau) \quad (6-3-2)$$

如果利用已判决信息进行估计，解调器输出的符号当作已知发送序列，那么对数似然函数：

$$\Lambda_L(\tau) = C_L \sum_i |\hat{\mathbf{v}}_i(\tau) \cdot \mathbf{v}_i^*|^2 \quad (6-3-3)$$

$$\text{其中} \quad \hat{\mathbf{v}}_i(\tau) = \int_{T_i} \mathbf{r}(t) \cdot g(t - iT - \tau) dt \quad (6-3-4)$$

其中  $T_i$  表示第  $i$  个符号成形波所展开的时域范围。

求  $\tau$  的 ML 估计的必要条件是

$$d\Lambda_L(\tau)/d\tau = C_L \sum_i \frac{d}{d\tau} |\hat{\mathbf{v}}_i(\tau) \cdot \mathbf{v}_i^*|^2 = 2C_L \sum_n |\mathbf{v}_i|^2 \frac{d}{d\tau} |\hat{\mathbf{v}}_i(\tau)| = 0 \quad (6-3-5)$$

由此得到如图 6-3-1 所示的定时跟踪环。

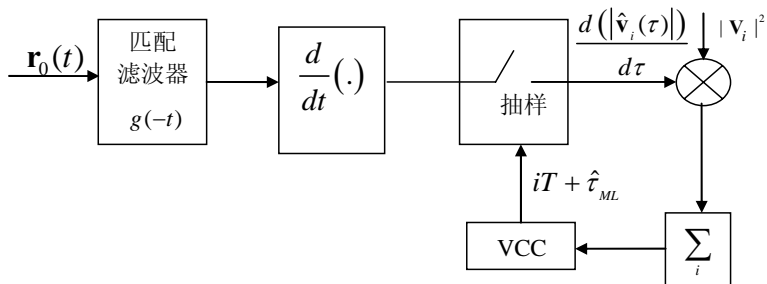


图 6-3-1 基带 PAM 的判决反馈 ML 定时估计

这个定时同步环可以直接推广应用到 QAM 或 MPSK 系统。实际实现时，可用求和代替积分，差分代替微分来实现。一般要求符号同步定时的误差小于 1/6 个符号间隔，同步误差所引起的信噪比损失才可完全忽略不计；如果接收信号的采样频率只有符号速率的二倍时，常常需要采用样点内插的办法来提高定时同步精度。

### 6.3.3 不依赖符号判决的定时估计

#### (1) 一般原理

不结合符号判决的定时估计方法，先将似然函数  $\Lambda(\tau)$  在信息符号的 PDF 上求平均得到  $\bar{\Lambda}(\tau)$ ，再将  $\bar{\Lambda}(\tau)$  或  $\bar{\Lambda}(\tau)$  对  $\tau$  求导，得到求最大似然估计的必要条件。

对于二进制 PAM 调制，并假定  $v_i = \pm 1$  等概，那么有：

$$\bar{\Lambda}_L(\tau) = \ln \cosh[C_L \int_{T_i} \mathbf{r}(t)g(t-nT-\tau)dt] = \ln \cosh[C_L \cdot |\hat{v}_i(\tau)|] \quad (6-3-6)$$

利用近似表达式  $\ln \cos(x) \approx x^2 / 2$  代入上式，并用求和代替积分，得到：

$$\bar{\Lambda}_L(\tau) \approx \frac{1}{2} C_L^2 \sum_i |\hat{v}_i(\tau)|^2 \quad (6-3-7)$$

对于多电平 PAM 调制，可以用零均值单位方差的高斯 PDF 来近似信息符号  $v_n$  的统计特性，求得的  $\bar{\Lambda}_L(\tau)$  与 (6-3-7) 式相同。

将(6-3-7)对  $\tau$  求导数，即得到延迟的最大似然估计的必要条件是：

$$\frac{d}{d\tau} \sum_i |\hat{v}_i(\tau)|^2 = 2 \sum_n |\hat{v}_i(\tau)| \frac{d|\hat{v}_i(\tau)|}{d\tau} = 0 \quad (6-3-8)$$

由此得到如图 6-3-2 所示的定时估计器。另一种形式的实现方案如图 6-3-3 所示。

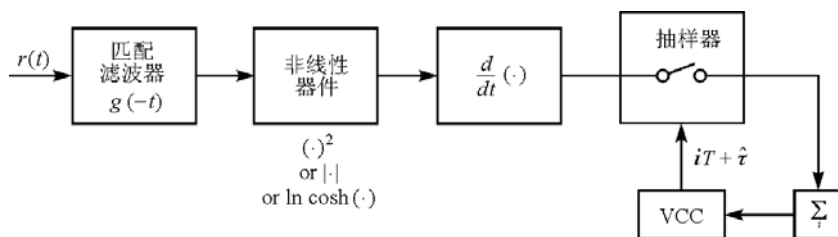


图 6-3-2 二进制基带 PAM 的非判决反馈定时估计

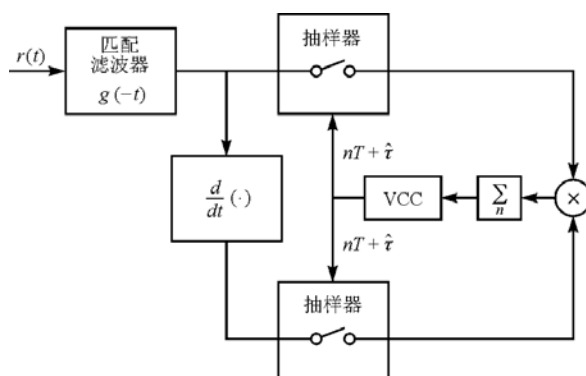


图 6-3-3 非判决反馈定时同步环

## (2)早-迟门同步器

利用匹配滤波器或相关器输出信号的对称性(如图 6-3-4), 可构成如图 6-3-5 所示的早-迟门同步器。这种同步锁定环路中环路滤波器的等效噪声带宽一般比符号速率  $1/T$  小得多, 以保证定时同步的抗噪声性能。

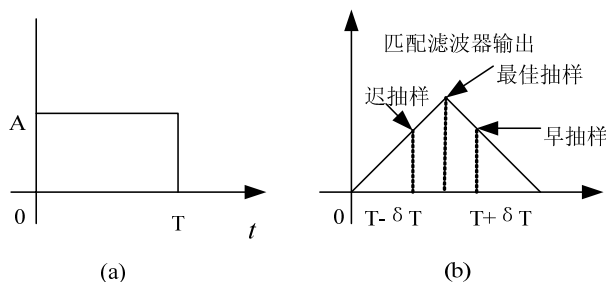


图 6-3-4 相关器输出信号的对称性

实际应用中可采用可变时间常数环路滤波器, 在同步捕获时采用较小的时间常数, 而在同步跟踪时采用较大时间常数, 既保证能够快速捕获, 又保证稳定地跟踪。

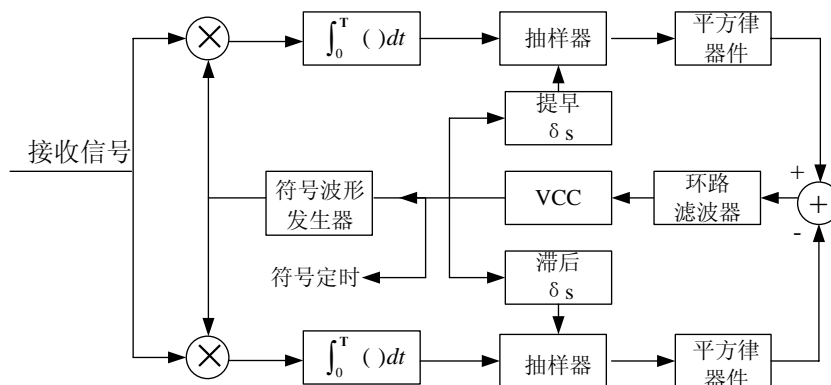


图 6-3-5 早-迟门同步器

可以证明上述早-迟门同步器近似于最大似然估计器, 为此近似计算对数似然函数的导数, 有:

$$\frac{d\bar{\Lambda}_L(\tau)}{d\tau} = \frac{\bar{\Lambda}_L(\tau + \delta) - \bar{\Lambda}_L(\tau - \delta)}{4\delta} \quad (6-3-9)$$

将它代入(6-3-8)式得

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\Lambda}_L(\tau)}{d\tau} &= \frac{C^2}{4\delta} \sum_n [|\hat{v}_n(\tau + \delta)|^2 - |\hat{v}_n(\tau - \delta)|^2] \\ &\approx \frac{C^2}{4\delta} \sum_n \{ |\int_{T_i} \mathbf{r}(t)g(t-nT-\tau)dt|^2 - |\int_{T_i} \mathbf{r}(t)g(t-nT+\tau)dt|^2 \} \end{aligned} \quad (6-3-10)$$

此式反映了图 6-3-5 早-迟门步器的原理。

### (3) GAD 定时误差提取算法

F. M. Gardner 于 1986 年提出一种十分简单的定时误差提取算法<sup>[16]</sup>，简称 **GAD 算法**，它是一种近似的最大似然估计算法，不依赖符号判决反馈。该算法只要求基带复包络信号  $\hat{s}_i(n) = \hat{I}(n) + j\hat{Q}(n)$  的采样率为符号速率的二倍，即可用下式估计同步误差

$$e(2k) = I(2k-1)[I(2k) - I(2k-2)] + Q(2k-1)[Q(2k) - Q(2k-2)] \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.3-11)$$

如果第  $2k$  个样点正好是第  $k$  个符号的中点，则  $e(2k) = 0$ ；如果符号定时超前，则  $e(2k) < 0$ ；如果符号定时滞后则  $e(2k) > 0$ 。据此即可调整采样点位置，保持偶数采样点与符号中点同步。

### 6.3.4 基于可变群延迟滤波器的高精度符号定时同步

在实际应用中，常常是采用固定时钟 A/D 变换器对接收的中频信号进行采样量化得到的数字样点序列，然后再对它进行载波解调和同步抽样。如果输入信号的采样率  $f_s$  等于  $N$  倍符号速率，即  $f_s = NR_s$ ，那么在进行符号同步时每个符号间隔  $T_s$  中抽  $N$  个样点，同步误差可以小于或等于  $T_s/(2N)$ ；如果采样率是无频谱混叠的最低采样率  $f_s = 2R_s$ ，要使同步误差显著小于  $T_s/4$ ，就必须进行样点内插了。

- 通过样点内插实现高精度同步的方法有多种，其中基于多相滤波器的重新采样法具有最好的性能<sup>[12,13,14]</sup>。
- 一个数字信号样点序列  $\{x(n)\}$  通过一个线性相移 FIR 低通滤波器  $\{h(n)\}$  滤波后，如果这个滤波器的频率响应不改变  $\{x(n)\}$  的频谱特性，那么输出信号  $y(n) = x(n) * h(n)$  与  $x(n)$  应该完全相同；用二者重构出的信号波形应该相同，只是因该滤波器存在群延迟  $\tau$ ，而使  $\{y(n)\}$  比  $\{x(n)\}$  滞后了  $\tau$  的时间。但  $\tau$  肯定等于采样间隔  $T_s$  的整数倍。
- 所谓群延迟可调的 FIR 滤波器，其群延迟  $\tau$  是可以随意调整的， $\tau$  可以是样点间隔  $T_s$  的任意分数<sup>[10,11,12]</sup>。图 5-3-6 是由一个零相移 FIR 滤波器（圆圈点）产生一个群延迟为  $\tau = T_s/3$  的 FIR 滤波器（实黑点）的示例。二者都是由同一个模拟滤波器的单位冲激响应曲线抽样得到的，前者的  $\{h(n)\}$  具有中心对称性，因而其群延迟等于 0；后者的  $\{h_\tau(n)\}$  抽样位置比前者提前了  $T_s/3$ ，因而其群延迟为  $\tau = T_s/3$ 。如果将同一个输入信号  $\{x(n)\}$  分别通过这两个滤波器，所产生的输出分别为  $y(n) = x(n) * h(n)$  和  $y_\tau(n) = x(n) * h_\tau(n)$ ；那么  $\{y_\tau(n)\}$  的波形比  $\{y(n)\}$  的波形滞后  $\tau$ 。

这就是说，如果  $\{x(n)\}$  是信号  $x(t)$  的采样样点序列，那么  $\{y_\tau(n)\}$  就是  $x(t)$  的在同样采样频率下的重新采样；其采样位置比  $\{x(n)\}$  的采样位置向前平移了  $\tau$ ，因而其波形相对于离散坐标轴  $n$  是向后推延了  $\tau$ 。

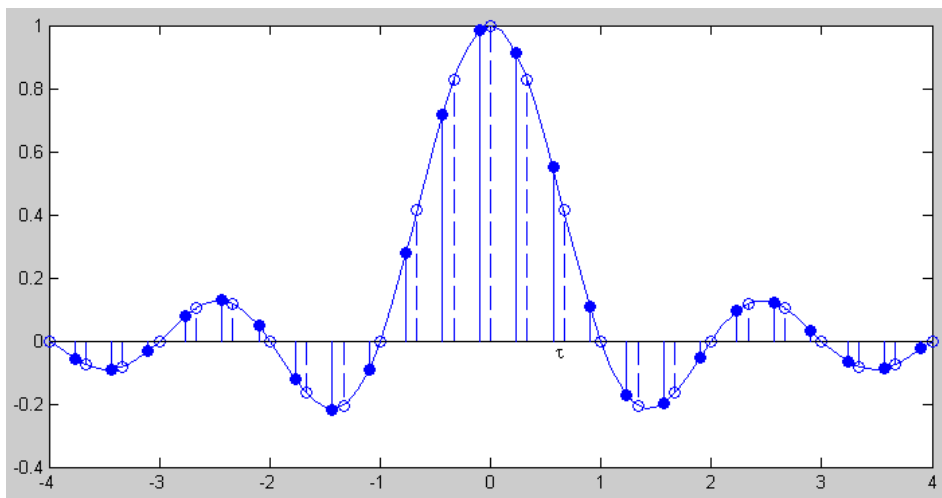


图 6-3-6 非整数样点间隔群延迟滤波器的产生

- 既然可变群延迟滤波器可以在不改变采样频率的情况下实现波形的重新采样；那么事先设计  $N$  个群延迟分别为  $\tau_k = kT_s / N$ ,  $k = 1, 2, \dots, N-1$  的滤波器(也称为多相滤波器)；用它们作为正交下变频器中的低通滤波器或匹配滤波器；当符号定时同步环路中需要调整符号采样点位置时，选用相应的群延迟滤波器，就可以精细地调整同步点；其同步位置调整精度可达到  $T_s / (2N)$ 。

当发送端采用平方根升余弦谱特性的成形滤波器进行波形成形，接收端基带解调时采用同样谱特性的滤波器进行匹配滤波时，这个匹配滤波器就很容易设计成如上所述的多相滤波器，实现符号采样位置的精细调整，以便达到足够高的符号同步精度。

## 6.4 载波相位和符号定时的联合估计

载波相位和符号定时联合起来进行估计常常可以得到更小方差的估计，在某些特殊情况下是必须将二者联合起来估计才能顺利进行的。例如对于直扩信号的接收，当频偏大于 1/4 码元速率时，载波同步与符号同步两个问题纠缠在一起，只有联合检测才能实现同步的初始捕获。

用等效低通信号表示载波相位和符号定时参数  $(\phi, \tau)$  的对数似然函数：

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = \text{Re} \left[ \frac{1}{N_0} \int_{T_n} [\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{s}_l^*(t, \phi, \tau) dt] \right] \quad (6-4-1)$$

其中的  $\mathbf{s}_l(t, \phi, \tau)$  是发送信号的等效低通信号（即复包络），它的一般形式为：

$$\mathbf{s}_l(t, \phi, \tau) = e^{-j\phi} \left[ \sum_n \mathbf{v}_n g(t - nT - \tau) + j \sum_n \mathbf{u}_n w(t - nT - \tau) \right] \quad (6-4-2)$$

其中  $\{\mathbf{v}_n\}$  和  $\{\mathbf{u}_n\}$  为两个信息符号序列。对于 PAM 来说，所有的  $\mathbf{u}_n = 0$  并且  $\{\mathbf{v}_n\}$  是实值的。对于 QAM 和

PSK 信号来说，所有的  $\mathbf{u}_n=0$ ，而  $\{\mathbf{v}_n\}$  是复值的。对于偏移 QPSK， $\{\mathbf{v}_n\}$  和  $\{\mathbf{u}_n\}$  都是非零的，且  $w(t) = g(t - T/2)$ 。

对于参数  $(\phi, \tau)$  的结合判决反馈的 ML 联合估计，其对数似然函数为：

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = \text{Re}\left\{\frac{e^{j\phi}}{N_0} \sum_n [\mathbf{v}_n^* \mathbf{y}_n(\tau) + j\mathbf{u}_n^* \mathbf{x}_n(\tau)]\right\} \quad (6-4-3a)$$

其中 
$$\mathbf{y}_n(\tau) = \int_{T_n} \mathbf{r}(t) \cdot g^*(t - nT - \tau) dt \quad (6-4-3b)$$

$$\mathbf{x}_n(\tau) = \int_{T_n} \mathbf{r}(t) \cdot w^*(t - nT - \tau) dt \quad (6-4-3c)$$

定义

$$A(\tau) + jB(\tau) = \frac{1}{N_0} \sum_n [\mathbf{v}_n^* \mathbf{y}_n(\tau) + j\mathbf{u}_n^* \mathbf{x}_n(\tau)] \quad (6-4-4)$$

则(6-4-3)式可简化为：

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = A(\tau) \cos \phi - B(\tau) \sin \phi \quad (6-4-5)$$

求得 ML 估值的必要条件是：

$$\frac{\partial \Lambda_L(\phi, \tau)}{\partial \phi} = -A(\tau) \sin \phi - B(\tau) \cos \phi = 0 \quad (6-4-6a)$$

$$\frac{\partial \Lambda_L(\phi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} \cos \phi - \frac{\partial B(\tau)}{\partial \tau} \sin \phi = 0 \quad (6-4-6b)$$

由(6-4-6a)可得到：

$$\hat{\phi}_{ML} = -\text{tg}^{-1}\left[\frac{B(\hat{\tau}_{ML})}{A(\hat{\tau}_{ML})}\right] \quad (6-4-7)$$

将(6-4-7)代入 (6-4-6b) 得：

$$\left[A(\tau) \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} + B(\tau) \frac{\partial B(\tau)}{\partial \tau}\right]_{\tau=\hat{\tau}_{ML}} = 0 \quad (6-4-8)$$

由此即可得到图 6-4-1 所示的结合判决反馈的联合跟踪环。

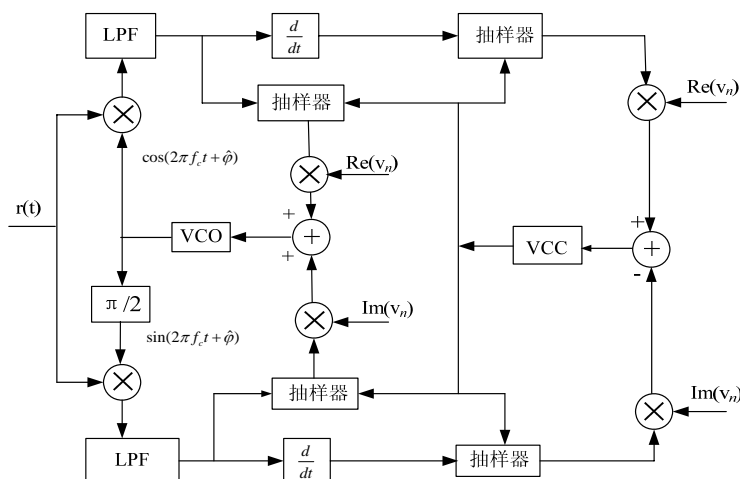


图 6-4-1 QAM 和 PSK 中载波相位和符号定时的判决反馈联合跟踪环



## 第 6 章 习 题

- 6-1 请画出与图 6-1-1 等价的二进制 PSK 的接收机框图, 要求使用匹配滤波器取代相关器。
- 6-2 假设模拟 PLL 的环路滤波器的传递函数为  $G(s) = 1/(s + \sqrt{2})$ ,
- (a) 试求闭环传递函数  $H(s)$ , 并说明环路是否稳定。
- (b) 试求环路的阻尼因子及自然频率。
- 6-3 有一个锁相环用于信号载波相位的估计, 其环路滤波器为  $G(s) = K/(1 + \tau_1 s)$
- (a) 试求闭环传递函数  $H(s)$  及其在  $f = 0$  处的增益。
- (b) 试问  $\tau_1$  和  $K$  的值在什么范围内环路才是稳定的?
- 6-4 一个如图 6-2-10 所示的锁频环, 环路滤波器中的参数  $a, b$  和增益  $K$  的值如何选择时, 闭环响应处于临界阻尼状态?
- 6-5 根据最大似然准则给出二进制启闭键控(OOK:On-Off Keying)调制的载波相位估计方法。

提示: OOK 信号表示为: 
$$s(t) = \begin{cases} s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t) & \text{bit 1} \\ s_2(t) = 0 & \text{bit 0} \end{cases} \quad \text{接收信号 } r(t) = s(t; \phi) + n(t)$$

假设  $n(t)$  是 AWGN, 则估计相位的似然函数为:  $\Lambda(\phi) = \exp\{-\frac{1}{N_0} \int_{\tau_0} [r(t) - s(t; \phi)]^2 dt\}$ ; 再求发送信号的平均似然函数, 并对其求导, 令导数等于零, 即得结果。

- 6-6 用 MATLAB 仿真设计实现一个包括数字锁相环在内的 QPSK 解调器, 输入信号为中频实信号  $\{r(n)\}$ , 载波频率为符号速率的 4 倍 (载频变化范围 20%), 信号采样率 16 样点/符号间隔; 环路滤波器为  $G(z) = (1 + \alpha z^{-1})/(1 - \beta z^{-1})$ , 计算环路参数  $K, \alpha, \beta$ , 并进行仿真验证, 给出最终的锁相精度。