

图 3.8 中所示的相位估计算法是将相位波动或频率波动看作对理想信号的相位或频率调制，这样可以按照调相信号解调或调频信号解调的算法实现相位波动和频率波动的提取。也可采用其它的相位波动提取算法，如本文 3.2 节介绍的信号相位噪声的数字提取方法。

总的来讲，直接数字化方法目前还不能达到硬件相位提取方法所能达到的技术指标，但是直接数字化方法实现时系统具有更好的灵活性、更小的体积和更低的成本，在便携式和自动测试类应用中具有一定的优势。本文第七章讨论的基于 PXI 的相位噪声自动测试系统和手持式晶体振荡器相位噪声测试仪两种应用研究中均不同程度地采用了直接数字化方法的思想。

3.2 信号相位噪声的数字提取方法

振荡器信号一般为正弦信号形式，相位噪声测量中常采用专门的硬件电路提取被测信号的相位信息。本节提出一种基于参数估计的正弦信号相位信息提取的数字信号处理方法，该方法可通过对正弦信号四个参数进行估计，提取被测信号的相位信息。

在基于鉴相法的相位噪声测量中，作为鉴相器的双平衡混频器要求参考信号和被测信号同频且正交，测量电路中常采用锁相环电路调整参考源相位来保证这一要求。然而在实际测量中，锁相环不能在任意时刻完全确保参考源信号与被测源信号同频，这样鉴相器输出将产生一个频率差信号，该信号会影响相位噪声测量系统的测量效果。本文提出的相位噪声数字提取方法^[34]也可应用于基于鉴相法的相位噪声测量系统，消除该频率差信号的影响。该方法通过对相位噪声信号建模、参数估计，从而消除频差信号的影响，保证相位噪声测量系统的测量效果和指标。

3.2.1 振荡器信号相位噪声提取模型

振荡器信号一般为正弦信号形式，被测信号和参考源信号可分别表示为：

$$V_I(t) = A_I \sin[\omega_I t + \theta_I + \varphi_I(t)] \quad \text{式(3.44)}$$

$$\begin{aligned} V_R(t) &= A_R \sin[\omega_R t + \theta_R + \frac{\pi}{2} + \varphi_R(t)] \\ &= A_R \cos[\omega_R t + \theta_R + \varphi_R(t)] \end{aligned} \quad \text{式(3.45)}$$

其中， $V_I(t)$ 为被测信号， θ_I 是被测源信号的初始相位， $\varphi_I(t)$ 是被测源信号的相位噪声； $V_R(t)$ 是参考源信号， $\theta_R + \pi/2$ 是参考源信号的初始相位。 $\varphi_R(t)$ 是参考源信号的相位噪声。

那么鉴相器的输出信号 $V_d(t)$ 为：

$$\begin{aligned}
 V_d(t) &= V_I(t) \cdot V_R(t) \\
 &= A_I \cdot A_R \sin[\omega_I t + \theta_I + \varphi_I(t)] \cos[\omega_R t + \theta_R + \varphi_R(t)] \\
 &= \frac{1}{2} A_I \cdot A_R \{ \sin[(\omega_I + \omega_R)t + \theta_I + \theta_R + \varphi_I(t) + \varphi_R(t)] \\
 &\quad + \sin[(\omega_I - \omega_R)t + \theta_I - \theta_R + \varphi_I(t) - \varphi_R(t)] \}
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

鉴相器的输出信号通过低通滤波器和低噪声放大器后用 $y(t)$ 表示, 即:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= A \sin[(\omega_I - \omega_R)t + \theta_I - \theta_R + \varphi_I(t) - \varphi_R(t)] \\
 &= A \sin[\Delta\omega t + \theta_0 + \varphi(t)]
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

其中, A 为信号 $y(t)$ 的幅值, $\Delta\omega$ 为被测源信号和参考源信号的频率差, θ_0 为被测源信号和参考源信号的初始相位差, $\varphi(t) = \varphi_I(t) - \varphi_R(t)$ 为被测源信号相对于标准参考源信号的相位噪声。

在实际测试中, 通过低噪声放大器后的信号可能带有直流分量, 故将式(3.47)重写为:

$$y(t) = A \sin[\Delta\omega t + \theta_0 + \varphi(t)] + C \tag{3.48}$$

其中 C 表示直流分量。

式(3.48)可展开为:

$$y(t) = A \sin(\Delta\omega t + \theta_0) \cos[\varphi(t)] + A \cos(\Delta\omega t + \theta_0) \sin[\varphi(t)] + C \tag{3.49}$$

在理想条件下, 参考源和被测源频率相等, 即 $\Delta\omega = 0$; 参考源和被测源相位正交, 即 $\theta_0 = 0$ 。同时由于相位噪声 $\varphi(t) \ll 1$, 可认为 $\sin[\varphi(t)] \approx \varphi(t)$ 。这样式(3.49)可近似表示为:

$$y(t) \approx A\varphi(t) + C \tag{3.50}$$

因此, 被测信号的相位波动 $\varphi(t)$ 的功率谱密度可由低噪声放大器的输出信号 $y(t)$ 的功率谱密度计算得到。

而在实际测量条件下, 由于调整参考源与被测源同频且正交的锁相环电路具有误差, 低噪声放大器的输出信号 $y(t)$ 中 $\Delta\omega \neq 0$, $\theta_0 \neq 0$ 。因而在实际测量中式(3.49)应表示为:

$$y(t) \approx A \sin(\Delta\omega t + \theta_0) + A \cos(\Delta\omega t + \theta_0) \varphi(t) + C \tag{3.51}$$

由式(3.51)可知, 相位噪声信号 $\varphi(t)$ 的功率谱密度不能直接由低噪声放大器的输出信号 $y(t)$ 来计算得到。尤其是在被测源信号和参考源信号的频率差 $\Delta\omega$ 比较大的情况下, 直接以式(3.51)中 $y(t)$ 的功率谱作为 $\varphi(t)$ 功率谱的近似对测量结果的影响将更为明显。为了消除被测源信号和参考源信号的频率差 $\Delta\omega$ 对测量结果的影响, 从低噪声放大器的输出信号 $y(t)$ 中提取出相位噪声信号 $\varphi(t)$, 本文提出了用软件的方法来消除其对测量结果的影响, 即频差消除算法。本算法用来估计式(3.48)中

信号的参数，提取相位噪声 $\varphi(t)$ 并消除参考源与被测源信号之间的频率差对相位噪声测量结果的影响。

由式(3.51)可得，相位噪声信号 $\varphi(t)$ 可表示为：

$$\varphi(t) = \frac{y(t) - A \sin(\Delta\omega t + \theta_0) - C}{A \cos(\Delta\omega t + \theta_0)} \quad \text{式(3.52)}$$

如果可由实际测量数据对式(3.52)中的参数 A ， $\Delta\omega$ ， θ_0 和 C 进行估计，则被测源信号相对于参考源信号的相位噪声可由式(3.53)计算得：

$$\varphi(t) = \frac{y(t) - \hat{A} \sin(\Delta\hat{\omega} t + \hat{\theta}_0) - \hat{C}}{\hat{A} \cos(\Delta\hat{\omega} t + \hat{\theta}_0)} \quad \text{式(3.53)}$$

其中 \hat{A} ， $\Delta\hat{\omega}$ ， $\hat{\theta}_0$ 和 \hat{C} 是参数 A ， $\Delta\omega$ ， θ_0 和 C 的估计值

3.2.2 参数估计算法

为提取被测信号的相位噪声，需要对式(3.53)给出的相位噪声提取模型中的参数 A ， $\Delta\omega$ ， θ_0 和 C 进行估值，可由低噪声放大器的输出信号 $y(t)$ 的测量值根据式(3.48)进行参数估计。

式(3.48)可表示为：

$$\begin{aligned} y(k) &= A \sin(\Delta\omega t_k + \theta_0) + C \\ &= A \cos \theta_0 \sin(\Delta\omega t_k) + A \sin \theta_0 \cos(\Delta\omega t_k) + C \\ &= P \sin(\Delta\omega t_k) + Q \cos(\Delta\omega t_k) + C \end{aligned} \quad \text{式(3.54)}$$

其中 $P = A \cos \theta_0$ ， $Q = A \sin \theta_0$ ， k 为测量的样点序号。

参数估计和相位噪声提取算法的主要步骤如下：

1. 首先由实际采样得到的数据，通过其傅里叶变换估计出初始频率 $\Delta\hat{\omega}_0$ 和它所在的大致频率范围 $[\omega_{il}, \omega_{ih}]$ ，其中 i 是迭代的次数且在第一次迭代过程中 $i=0$ 。估计频率的初始频率误差为 $\delta\omega_0$ 且 $\delta\omega_0 = \omega_{0h} - \omega_{0l}$ 。
2. 令 $i=i+1$ ， $\omega_{il} = \Delta\hat{\omega}_{i-1} - \delta_{\omega_0} / M^{i-1}$ ， $\omega_{ih} = \Delta\hat{\omega}_{i-1} + \delta_{\omega_0} / M^{i-1}$ 。
3. 从频率范围 $[\omega_{il}, \omega_{ih}]$ 中选择 $2M+1$ 个频率值表示为： $\Delta\omega_{ij}$ ， $j=0,1,2,\dots,2M$ ，并通过式(3.55)~式(3.59)计算出每个频率点对应的参数 A_{ij} 、 θ_{ij} 、 C_{ij} 和在该频率点处的均方误差 E_{ij} 。

在最小二乘解下，参数 A_{ij} 、 θ_{ij} 和 C_{ij} 由式(3.55)~式(3.58)计算可得。

设：

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\omega_j t_0) & \sin(\Delta\omega_j t_0) & 1 \\ \cos(\Delta\omega_j t_1) & \sin(\Delta\omega_j t_1) & 1 \\ \cos(\Delta\omega_j t_2) & \sin(\Delta\omega_j t_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\Delta\omega_j t_{N-1}) & \sin(\Delta\omega_j t_{N-1}) & 1 \end{bmatrix} \quad \text{式(3.55)}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} \quad \text{式(3.56)}$$

则有:

$$\begin{bmatrix} P_{ij} \\ Q_{ij} \\ C_{ij} \end{bmatrix} = (D_{ij}^T D_{ij})^{-1} (D_{ij}^T Y) \quad \text{式(3.57)}$$

此时 A_{ij} 和 θ_{ij} 可由下式计算得到:

$$A_{ij} = \sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}, \theta_{ij} = \arcsin\left(\frac{Q_{ij}}{A_{ij}}\right) \quad \text{式(3.58)}$$

各频率点的均方误差的计算式为:

$$\begin{aligned} E_{ij} &= \sum_k (y(t_k) - A_{ij} \sin(\Delta\omega_j t_k + \theta_{ij}) - C_{ij})^2 \\ &= \sum_k (y(t_k) - P_{ij} \sin(\Delta\omega_j t_k) - Q_{ij} \cos(\Delta\omega_j t_k) - C_{ij})^2 \end{aligned} \quad \text{式(3.59)}$$

4. 计算步骤 3 中的 $2M + 1$ 个频率值的均方误差, 并找出均方误差最小的那个频率点, 记该频率点为 $\Delta\omega_i$, 该频率点对应的三个估计参数分别记为 \hat{A}_i 、 $\hat{\theta}_i$ 和 \hat{C}_i 。这是四参数估计法的第 i 次估计, 第 i 次估计的最大频率误差为 $\delta_{\omega_i} = \delta_{\omega_0} / M^i$ 。
5. 重复步骤 2-步骤 4, 直到满足所要求得频率误差后, 循环停止, 此时得到的 $\Delta\hat{\omega}$ 、 \hat{A} 、 $\hat{\theta}_0$ 和 \hat{C} 即为符合要求的参数值。
6. 将 $\Delta\hat{\omega}$ 、 \hat{A} 、 $\hat{\theta}_0$ 和 \hat{C} 四个参数代入式(3.53), 即可得到所估计的相位噪声信号。

图 3.9 所示为相位噪声的数字提取方法流程图。

实际测量的过程中, 给出的往往是相位噪声的允许误差, 而计算步骤 5 中的循环是由频率允许误差控制的, 该频率允许误差是由相位噪声的允许误差来计算的。

由式(3.53)和误差转换方程可得, 将给定的相位噪声允许误差转换为频率允许误差为:

$$\delta_\varphi = \frac{\hat{C} - y(t)}{\hat{A}^2 \cos(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0)} \delta_A + \frac{t(y(t) - \hat{C}) \sin(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0) - \hat{A}t}{\hat{A} \cos^2(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0)} \delta_\omega + \tag{3.60}$$

$$\frac{(y(t) - \hat{C}) \sin(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0) - \hat{A}}{\hat{A} \cos^2(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0)} \delta_{\theta_0} + \frac{-1}{\hat{A} \cos(\Delta\hat{\omega}t + \hat{\theta}_0)} \delta_C$$

$$\begin{cases} \delta_A \approx \hat{A}(t/2) \delta_\omega \\ \delta_{\theta_0} \approx \hat{\theta}_0(t/2) \delta_\omega \end{cases} \tag{3.61}$$

其中， δ_φ 为给定的相位噪声的允许误差， δ_A 是信号幅度值的允许误差， δ_ω 是信号频率的允许误差， δ_{θ_0} 信号的初始相位的允许误差， δ_C 是信号直流分量的允许误差。

将式(3.61)代入式(3.60)，即可由给定的相位噪声的允许误差得到频率的允许误差。

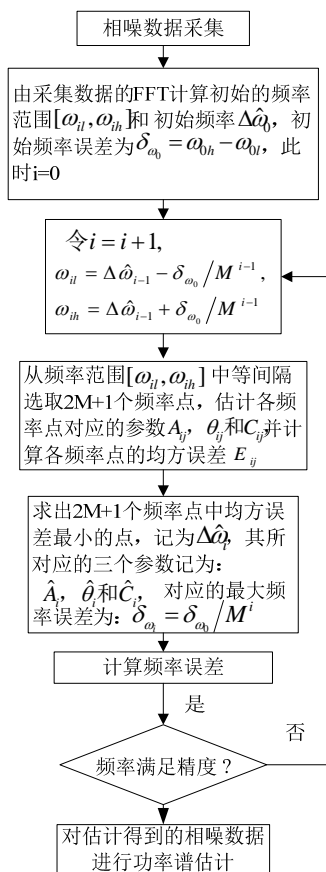


图 3.9 相位噪声的数字提取方法流程图

3.2.3 相位噪声的数字提取方法仿真研究

为了验证本文提出的相位噪声数字提取算法的有效性，本文在 Matlab 中对参数估计和相位噪声提取过程进行了仿真。采用的仿真信号形式及参数为：

$$y(t) = A\sin[\Delta\omega t + \theta_0 + \varphi(t)] + C \quad \text{式(3.62)}$$

其中 $A=3$ ， $\Delta\omega = 251.33\text{rad/s}$ ， $\theta_0 = 0.87266\text{rad}$ ， $C=1$ ， $\varphi(t)$ 表示信号的相位噪声。

仿真实验中，通过给式(3.62)中的 $\varphi(t)$ 取不同的随机信号仿真不同的相位噪声，利用本文算法对信号 $y(t)$ 中的噪声进行提取，通过与预加的 $\varphi(t)$ 进行比较来验证本文算法的有效性。

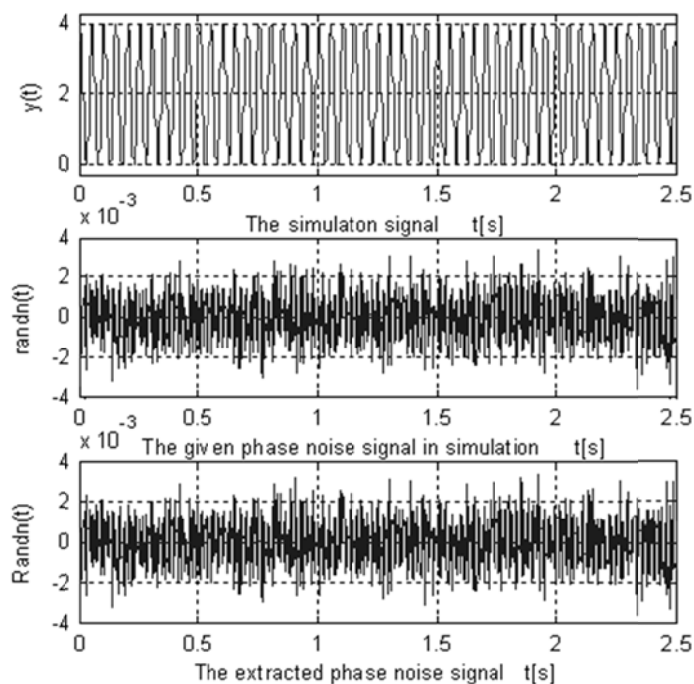


图 3.10 预设噪声为正态分布的随机信号的仿真结果

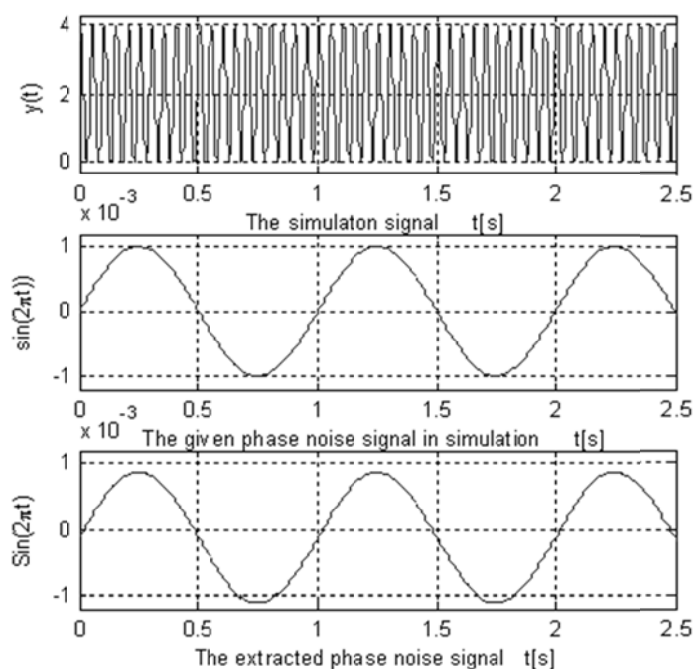


图 3.11 预设噪声为正弦信号的仿真结果

以下仿真中共采用了四种不同的随机信号作为仿真噪声： $\varphi(t) = \text{randn}(t)$ 产生

一个正态分布的随机信号序列； $\varphi(t) = \sin(2\pi t)$ 产生一个正弦信号序列； $\varphi(t) = rand(t)$ 产生一个均匀分布的伪随机信号序列； $\varphi(t) = chirp(t)$ 产生一个余弦扫频信号序列。由 Matlab 的函数直接产生以上四种随机信号，分别以此作为相位噪声 $\varphi(t)$ ，在 Matlab 中产生四个仿真信号。仿真实验中信号的采样频率为 1KHz。仿真结果如图 3.10~图 3.13 所示。

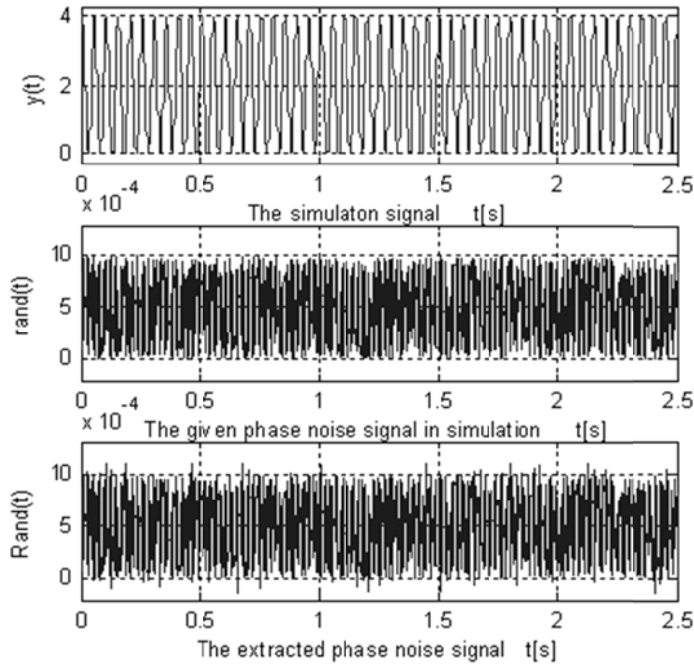


图 3.12 预设噪声为均匀分布的伪随机信号的仿真结果

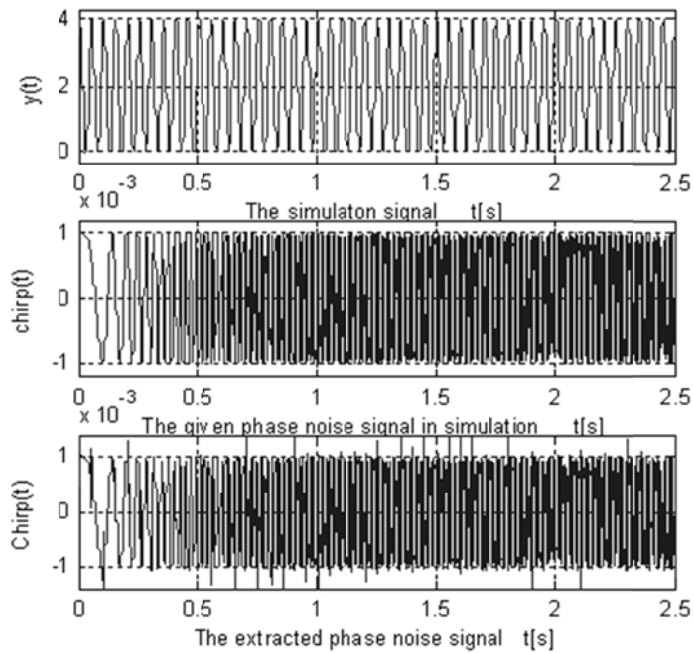


图 3.13 预设噪声为余弦扫频信号的仿真结果

如图 3.10~图 3.13，每幅图所示分别为四种不同预设相位噪声时产生的信号和利用本文相位噪声提取算法提取相位噪声的仿真结果。每幅图中上面的曲线为

调制了相应相位噪声的仿真信号；中间的曲线为仿真中预设的相位噪声信号；下面的曲线为仿真信号通过本算法提取的相位噪声信号。由图 3.10~图 3.13 中间的曲线和下面的曲线对比可以定性地说明本算法的有效性。

表 3.1 仿真中预设噪声与提取噪声数据的均方误差

仿真信号	图 3.10	图 3.11	图 3.12	图 3.13
均方误差 (10^{-6})	1.19580	0.30721	0.40462	0.38037

表 3.1 所示为四种仿真实验中预设的相位噪声与提取的相位噪声数据的均方误差。图 3.10~图 3.13 和表 3.1 的结果表明了本算法提取信号相位噪声的有效性。

3.2.4 相位噪声数字提取和频率差消除的相位噪声测量实验

如前所述，在基于鉴相法的相位噪声测量中，作为鉴相器的双平衡混频器要求参考信号和被测信号同频且正交，测量电路中常采用锁相环电路调整参考源相位来保证这一要求。然而在实际测量中，锁相环不能在任意时刻完全确保参考源信号与被测源信号同频，这样鉴相器输出将产生一个频率差信号，该信号会影响相位噪声测量系统的测量效果。利用本文提出的相位噪声提取算法，由包含频率差信号的低噪声放大器输出信号提取被测信号的相位噪声，并以此计算其功率谱进而得到被测信号的单边带相位噪声，可消除或改善参考源与被测源之间存在的频率差对相位噪声测量结果的影响。本小节对相位噪声数字提取算法和鉴相法测量中的频率差消除效果进行实验研究。

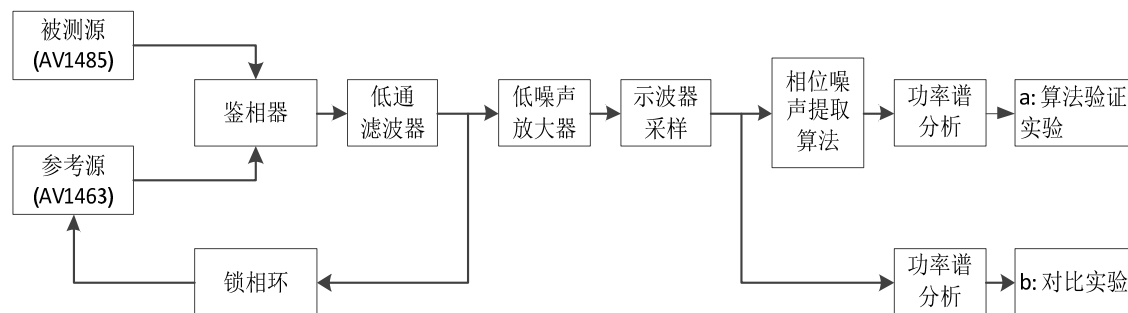


图 3.14 相位噪声数字提取和频率差消除实验方案

图 3.14 为本节采用的实验方案框图。该实验中采用信号源 AV1485 作为被测源，被测信号频率设定为 600MHz。选择信号源 AV1463 作为参考源。为比较本算法在近载波和远载波的测量效果，实验中分别采用 10kHz 和 1MHz 的采样频率对低噪声放大器输出信号进行采样。算法验证实验是按照图 3.14 中“a”标记的实验流程进行。该流程中被测信号分别经过鉴相、低通滤波、低噪声放大、采样、相位噪声提取算法、功率谱估计算法等处理。实验中采用的鉴相器电路由两个二极管 HMS2823 组成。被测源信号和参考源信号分别输入到鉴相器的两个输入端，经鉴相器混频后，输出信号通过低通滤波器和低噪声放大器进行滤波和放大处理。放

大后的信号，由泰克示波器 DPO7254 采样，得到的数据通过 USB 接口输入到计算机上进行数字信号处理。“a”流程中采用本文提出的相位噪声提取算法从采样信号中提取出相位噪声信号，然后进行功率谱估计。作为算法验证实验的对比实验如图 3.14 中“b”实验流程所示。在“b”实验流程中，按照传统鉴相法的信号处理过程，对采样信号直接进行功率谱估计。算法验证实验和对比实验采用的硬件电路和功率谱估计算法完全一样，两个实验唯一区别是：在算法验证实验中，示波器采样后的数据经过了相位噪声提取算法处理，而对比实验未经过该算法处理。因此，通过比较算法验证实验和对比实验结果的不同，可以验证本论文提出的相位噪声提取算法的有效性。

实验中采集到的低噪声放大后的信号和两种处理流程得到的相位噪声测量结果如图 3.15 和图 3.16 所示。图 3.15 为对低噪声放大后的噪声信号以 10KHz 采样后到的数据进行处理的结果，图 3.16 为对低噪声放大后的噪声信号以 1MHz 采样后到的数据进行处理的结果，由于采样率不同，因此两个测量结果的分析带宽是不一样的。图 3.15 和图 3.16 中的左图所示曲线为实际采样得到的数据曲线，右图所示为实际采样数据的相位噪声测量结果。在图 3.15 和图 3.16 右边的图中，蓝色曲线（标记为“B”）代表由实验流程“b”处理得到的相位噪声测试结果，在实验流程“b”中的实测数据没有经过本文算法的处理。红色曲线（标记为“A”）代表实验流程“a”方案的处理后得到的相位噪声测试的结果，即实测数据经过频差消除算法处理后的结果。由图 3.15 和图 3.16 所示的相位噪声测量曲线可知，在两种采样频率下，实验流程“a”均比实验流程“b”测量结果的噪声底部具有明显地改善。

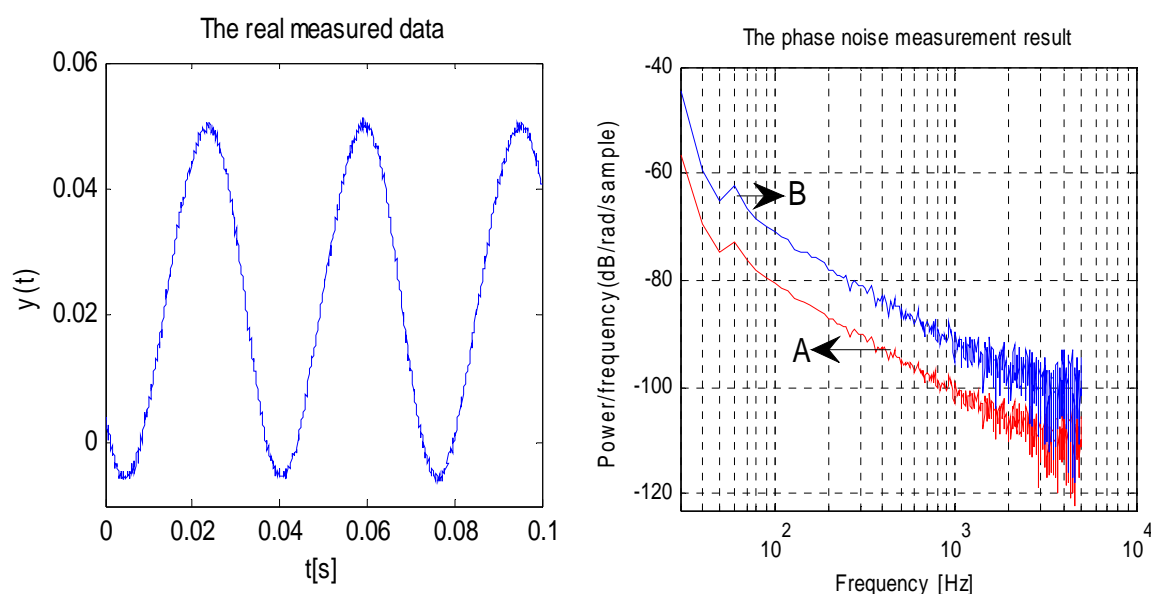


图 3.15 采样率为 10kHz 的实验结果比较

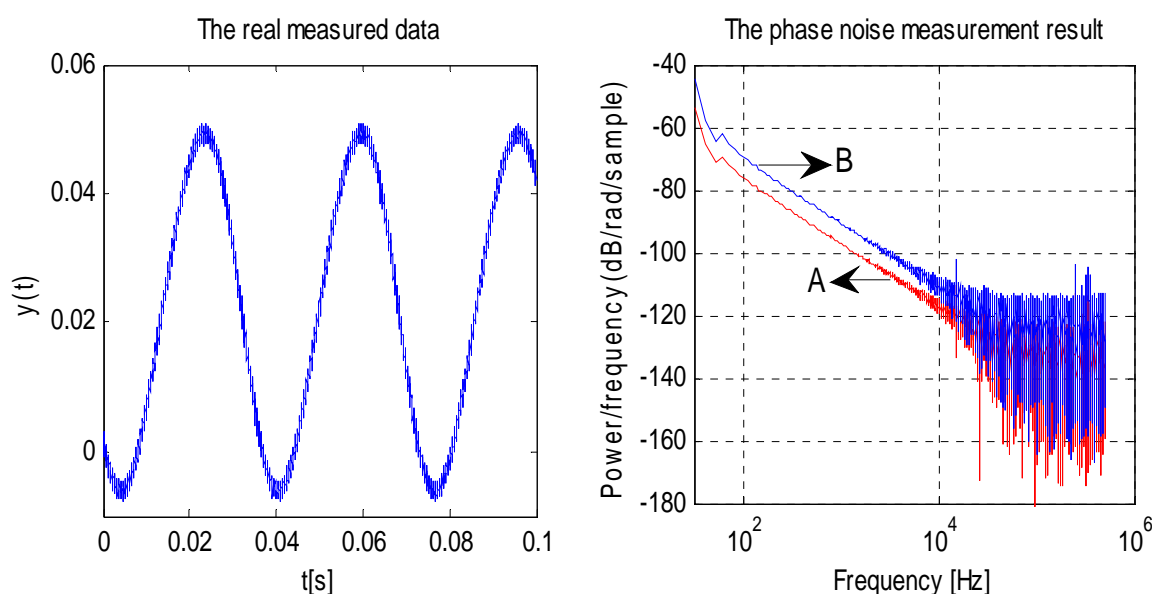


图 3.16 采样率为 1MHz 的实验结果比较

表 3.2 和表 3.3 分别给出了在不同采样频率下对应的不同点处相位噪声测量的结果的比较。其中由频谱分析仪 AV4036 的相位噪声测量模块所测试的同样载频的相位噪声的值来作为参考值。频谱分析仪 AV4036 具有专门的相位噪声测量模块，实验采用的被测源信号由信号源 AV1485 产生的，该信号源的幅度噪声远远小于其相位噪声，故在实际测量中其幅度噪声可以忽略不计。因此，由 AV4036 所测的相位噪声结果可以作为实验的参考值来说明本文算法的效果。

表 3.2 采样频率为 10kHz 时不同频率点处的相位噪声测量结果比较

频率(Hz)	100	500	1000	2500	5000	MSE ^a	噪声底部
频谱分析 AV4036 测试所得结果	-90.12	-98.30	-100.67	-105.52	-108.63	--	-123.6
由流程图“b”测试所得结果	-71.06	-87.49	-94.87	-95.64	-99.05	--	-98.3
相对 AV4036 参考值误差	19.06	10.81	5.8	9.88	9.58	10.25	--
由流程图“a”测试所得结果	-80.43	-96.07	-102.9	-111.70	-109.7	--	-108.4
相对 AV4036 参考值的误差	9.69	2.23	-2.23	-6.18	-1.07	3.17	--

注 a: 此项为各频差点的测量结果对参考值的均方误差。

表 3.2 和表 3.3 中利用不同频率点处的相位噪声测量结果计算测量误差并以此说明算法的有效性。表 3.2 中的数据对应的采样频率为 10kHz，未经相位噪声提取

算法处理时测量结果的噪声底部为-98.3dB，经过算法处理后，测量结果的噪声底部降低至-108.4dB，改善了10.1dB。以频谱分析仪AV4036所测得的结果作为参考，测量结果的均方误差(MSE)在未采用相位噪声提取算法处理时为10.25，而采用相位噪声提取算法处理时下降为3.17。同样，表3.3中的数据对应的采样频率为1MHz，未经相位噪声提取算法处理时测量结果的噪声底部为-113.2dB，经过算法处理后，测量结果的噪声底部降低至-122.5dB，改善了9.3dB。以频谱分析仪AV4036所测得的结果作为参考，测量结果的均方误差(MSE)在未采用相位噪声提取算法处理时为8.47，而采用相位噪声提取算法处理时下降为2.14。

表 3.3 采样频率为 1MHz 时不同频率点处的相位噪声测量结果比较

频率(Hz)	500	1000	2500	5000	10000	MSE ^a	噪声底部
频谱分析 AV4036 测试所得的结果	-98.30	-100.67	-105.52	-108.63	-116.57	--	-123.6
由流程图“b”测试所得结果	-84.67	-90.79	-98.49	-104.40	-105.69	--	-11.32
相对 AV4036 参考值的误差	13.63	9.88	7.03	4.23	10.88	8.47	--
由流程图“a”测试所得结果	-91.13	-97.28	-105.10	-110.90	-118.50	--	-122.5
相对 AV4036 参考值的误差	7.17	3.39	0.42	-2.27	-1.93	2.14	--

注 a: 此项为各频差点的测量结果对参考值的均方误差。

该实验结果表明，本文提出的相位噪声数字提取算法能够有效地提取被测信号的相位噪声，改善鉴相法测量相位噪声的性能。由图 3.14 实验方案可知，验证算法实验和对比实验所采用的电路和功率谱密度估计方法均相同，两个实验流程唯一区别是验证算法实验采用了相位噪声提取算法来处理采样后的数据，然后对处理后的数据进行功率谱密度估计。而对比实验则是直接将采样得到的数据进行功率谱密度估计。因此，实验“a”相对于实验“b”在测试系统性能方面的提高（包括噪声底部和精度的改善）是由相位噪声数字提取算法所带来的。根据不同的采样频率，表 3.2 中实验的频率分析范围为 100Hz~5kHz，表 3.3 中实验的频率分析范围为 500Hz~500kHz。实验结果表明该算法同样具有测试远载波和近载波相位噪声的能力。