# 第三章 相位噪声测量方法

3.1 相位噪声测量方法分析

目前有多种相位噪声测量方法,主要依据采用的相位信息提取电路对不同的 方法进行分类,如直接频谱分析仪测量法、差拍法、鉴频法、鉴相法、直接数字 化法等。不同的测量方法采用了不同的相位信息提取方法,相位提取电路的性能 直接决定着分析带宽、频率分辨率等相位噪声测量性能。因此不同的测量方法适 用于不同的测量要求。图 3.1 给出了主要的相位噪声测量方法分类<sup>[110]</sup>。



图 3.1 相位噪声测量方法分类

### 3.1.1 直接频谱分析仪测量法

按照式(2.19)所给出的相位噪声定义,利用频谱分析仪测量被测信号的功率谱, 即可得到信号测量带宽内的噪声功率分布,进而可求出信号各频偏处的相位噪声, 这种方法称为直接频谱分析仪测量法。图 3.2 给出了该方法测量相位噪声的示意图。



图 3.2 直接频谱分析仪测量法示意图

按照式(2.19)给出的相位噪声的定义,考虑到频谱分析仪的分辨率带宽、检波

器和放大器的影响,修正后的相位噪声测量公式为:

$$\mathscr{L}(f_m) = 10 \lg \frac{P_{SSB}}{P_0} = \Delta - \lg(1.1 \times RBW) + A_{det} + A_{lg}$$
  
$$\vec{\mathfrak{R}}(3.1)$$

 $=\Delta - \lg(1.1 \times RBW) + 2.5 dB$ 

其中 RBW 为频谱分析仪的分辨率带宽, A<sub>det</sub> 为峰值检波修正因子, A<sub>lg</sub> 为对数放大器修正因子。

直接频谱分析仪测量法是一种简易的相位噪声测量方法,其测量的分辨率、 灵敏度、动态范围等性能指标完全依赖于使用的频谱分析仪的指标。另外由于相 位噪声和幅度噪声都会使信号产生噪声边带,由信号的功率谱无法区分两种噪声。 因此对于包含幅度噪声的信号无法利用直接频谱分析仪测量法准确的测量信号的 相位噪声。工程上可采用限幅电路对被测信号处理,消除其幅度噪声后采用该方 法测量其相位噪声。

3.1.2 鉴频法

鉴频法<sup>[111]</sup>主要指利用硬件电路提取被测信号的频率波动,在此基础上实现被测信号相位噪声的测量。一般采用延迟线或微波腔体作为鉴频元件,测量不需采用参考源,因此也称为单一信号源法。本文以延迟线作为鉴频元件为例说明本方法。

鉴频法将被测信号源的频率波动  $\Delta f$  由鉴频器变换为电压波动  $\Delta V$ ,用频谱分析仪进行测量,得到该电压波动信号的功率谱即为被测信号的  $S_{\Delta f}(f)$ ,由此可进一步求出被测信号的  $S_{\varphi}(f)$ 或  $\mathcal{L}(f)$ 。一种基于延迟线鉴频器电路的相位噪声测量系统结构如图 3.3 所示。



#### 图 3.3 基于延迟线鉴频器电路的相位噪声测量系统结构图

被测信号经过功分器分成两路,一路信号经时延为 $\tau$ 的宽带延迟线,产生固定的相移 $\varphi = 2\pi f_0 \tau$ ,待测源的频率波动 $\Delta f$ 通过延迟线变为相位波动 $\Delta \varphi = 2\pi \Delta f \tau$ 后进入鉴相器,另一路经宽带可变移相器相移后进入鉴相器,两路信号进行正交鉴相,鉴相器将被测信号相位波动转化为噪声电压,经过低通滤波和低噪声放大器

后,利用频谱分析仪测量噪声电压信号的功率谱 $S_{\varphi}(f)$ ,并由此可得被测信号的相对单边带相位噪声 $\mathcal{L}(f)$ 。

1. 鉴频法测量分析

在实际工程中幅度噪声可通过限幅电路消除和改善,因此为简化分析,以下 假设幅度噪声远小于相位噪声,故忽略信号幅度噪声的影响。假设被测信号为:

其中 $\varphi(t) = \frac{\Delta \omega}{\omega_m} \cos(\omega_m t)$ 为信号的相位噪声。

信号经功分器分为两路,其中一路信号经过延迟线后可表示为:

另外一路信号经过移相器后可表示为:

其中 $\varphi_2$ 表示移相器的相移量。两路信号分别输入双平衡混频器的 RF 和 LO 端,则 混频器的输出可表示为:

$$\begin{aligned} v_{3}(t) &= v_{1}(t) \bullet v_{2}(t) \\ &= \frac{V^{2}}{4} \cos[\omega(t-\tau) + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos\omega_{m}(t-\tau)] \bullet \cos[\omega t + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos(\omega_{m}t) + \varphi_{2}] \\ &= \frac{V^{2}}{8} \{ \cos[\omega(t-\tau) + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos\omega_{m}(t-\tau) + \omega t + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos(\omega_{m}t) + \varphi_{2}] \\ &+ \cos[\omega(t-\tau) + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos\omega_{m}(t-\tau) - \omega t - \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos(\omega_{m}t) - \varphi_{2}] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{R}}(3.5) \\ &= \frac{V^{2}}{8} \{ \cos[2\omega t - \omega\tau + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos\omega_{m}(t-\tau) + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos(\omega_{m}t) + \varphi_{2}] \\ &+ \cos[-\omega\tau - \varphi_{2} + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos\omega_{m}(t-\tau) - \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} \cos(\omega_{m}t)] \} \end{aligned}$$

由低通滤波器滤除鉴频器输出的和频分量,得到滤波器输出为:

$$v_{4}(t) = \frac{V^{2}}{8} \cos\{-\omega\tau - \varphi_{2} + \frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} [\cos\omega_{m}(t-\tau) - \cos(\omega_{m}t)]\}$$
$$= \frac{V^{2}}{8} \cos\{-\omega\tau - \varphi_{2} + 2\frac{\Delta\omega}{\omega_{m}} [\sin\omega_{m}(t-\frac{\tau}{2})]\sin(\omega_{m}\frac{\tau}{2})\}$$
 $\mathbb{R}(3.6)$ 

通过调节移相器的相移量 $\varphi_2$ ,通过观察正交指示使得:

由于相位噪声一般较小,故最大相位波动 $\frac{\Delta \omega}{\omega_m}$ 较小时,式(3.6)可简化为:

$$v_4(t) \approx \frac{V^2}{4} \frac{\Delta \omega}{\omega_m} \sin(\omega_m \frac{\tau}{2}) [\sin \omega_m (t - \frac{\tau}{2})]$$
  $\vec{\mathbb{X}}(3.8)$ 

其中K。为鉴相系数。

这样,由式(3.9)可知,鉴频电路将被测信号的相位波动 $\Delta \phi$ 转换为电压波动 $\Delta U_4$ ,将低通滤波器输出信号经低噪声放大后,可由频谱分析仪测量其功率谱,如下:

其中 $K_d = 2\pi\tau K_{\omega}$ 为鉴频系数。

$$\Delta \varphi_{rms} \ll 1 rad, \quad f \ll \frac{1}{2\pi\tau}$$
  $\vec{\mathfrak{X}}(3.13)$ 

则被测信号的相位噪声为:

## 2. 传输响应

系统的传输响应指不同频率处鉴相器输出的电压变化与被测信号频率波动的 关系。延迟线鉴频法测量系统的传输响应可表示为:

由式(3.15)可得系统传输响应的曲线如图 3.4 所示。

3. 系统灵敏度

测量系统的灵敏度是指系统所能测量到的最小相位波动,它与系统传输响应 有着直接关系。由式(3.15)和图 3.4 可知,传输响应函数在 $f_m > 1/2\tau$ 时鉴相器输出 将出现明显的衰减,且每间隔 $1/\tau$ 会出现传输响应为零的频点,即系统灵敏度在此 处很低。因此一般认为有效灵敏度的频偏测量范围为 $f_m < 1/2\tau$ 。改变延迟线的延 迟时间τ会影响鉴频法相位噪声测量系统的分析带宽,增大延迟时间τ将降低分析带宽。如当采用延迟时间为50ns的延迟线时系统分析带宽为10MHz,而采用延迟时间为200ns的延迟线时系统分析带宽仅为2.5MHz。



图 3.4 鉴频法系统传输响应曲线

当 $f_m < 1/2\tau$ 时传输响应的幅度变化可以忽略,这样系统传输响应函数可简化为:

由式(3.16)可知,测量系统的灵敏度可以通过增大延迟时间 r 或鉴频系数 K<sub>d</sub> 来提高。 但实际上 K<sub>d</sub> 取决于延迟线输出信号的幅度,并且不能超过器件最大承受限度,而 增大延迟线延迟时间 r 延迟线的输出功率将减小,鉴相器的灵敏度也会变差。因此 需要在延迟时间和衰减量两方面找到最佳平衡点以获得合适的灵敏度。

灵敏度与延迟线衰减量的关系为:

灵敏度 = 
$$K_L V_m L_X (10)^{-L_Z/20}$$
 式(3.17)

其中 $K_L$ 是鉴相器的工作效率, $V_m$ 是延迟信号输入的电压, $L_x$ 是延迟线的灵 敏度, $L_z$ 是延迟线的衰减量。图 3.5 所示为系统灵敏度与延迟线的衰减量的关系 曲线。系统组成后,首先要精确测量延迟线的输出电平。根据理论分析,当延迟 线衰减为 8.7dB 时可获得最大的系统灵敏度。由图 3.5 可知,当延迟线的衰减控制 在 4~16dB 范围内时,系统可获得较高的灵敏度。



图 3.5 灵敏度与延迟线的衰减量的关系曲线

35

#### 3.1.3 鉴相法

由于鉴相法具有测量灵敏度高、分析带宽宽、近端和远端测量性能相当等诸 多优点,许多相位噪声测量系统包括 HP3048A、HP3047A、E5500 系列和 PN9000 系列,都采用正交鉴相技术。鉴相法又称为零拍法、有参考源法或双信号源法。

鉴相法<sup>[112]</sup>是用一个双平衡混频器作为鉴相器,将待测信号加到鉴相器的射频端,而将另一同频率高稳定的参考信号加到本振端。对输入到鉴相器的两个信号的相位差进行测量。鉴相器输出为包含正比于被测信号和参考信号相位差信息的电压信号,该电压信号经过低通滤波器和低噪声放大后输入到频谱分析仪上测量其功率谱,经校准修正后计算得到被测信号的单边带相位噪声。

基于鉴相法的相位噪声测量系统结构如图 3.6 所示。鉴相法测量中要求参考源 信号必须与被测源信号频率相同且相位正交。实际电路中采用锁相环电路调整参 考源的相位以保证其与被测源的频率、相位要求。正交指示器可采用直接耦合的 示波器或电压表,用于指示参考源与被测源的正交情况。



图 3.6 基于鉴相法的相位噪声测量系统结构图

设被测信号和参考源信号输出表示为:

$$v_T(t) = V_T \cdot \cos[\omega_T t + \Phi_T(t)] \qquad \qquad \vec{\mathbb{X}}(3.18)$$

则混频器输出电压 v<sub>1</sub>(t)为被测信号与参考信号的乘积,即:

$$v_{1}(t) = v_{T}(t) \cdot v_{R}(t)$$

$$= \frac{1}{2} V_{R} \cdot V_{T} \cos[(\omega_{R} - \omega_{T})t + \Phi_{R}(t) - \Phi_{T}(t)]$$

$$+ \frac{1}{2} V_{R} \cdot V_{T} \cos[(\omega_{R} + \omega_{T})t + \Phi_{R}(t) + \Phi_{T}(t)]$$

$$(3.20)$$

混频器输出经低通滤波器(假设通带增益为常数1)滤除和频分量后可表示为:

理想情况下,参考信号频率 *ω*<sub>*p*</sub> 和被测信号频率 *ω*<sub>*r*</sub> 频率相等,故式(3.21)可表示为:

$$v(t) = \frac{1}{2} V_R \bullet V_T \cos[\Phi_R(t) - \Phi_T(t)]$$
  
=  $\frac{1}{2} V_R \bullet V_T \cos\{(\Phi_{R0} - \Phi_{T0}) + [\Delta \Phi_R(t) - \Delta \Phi_T(t)]\}$   
$$\vec{\mathcal{R}}(3.22)$$

其中 $\Phi_{R0}$ 、 $\Phi_{T0}$ 为分别参考源和待测源的初始相位,其差值 $\Phi_{R0} - \Phi_{T0}$ 决定了混频器输出信号的直流分量。相位波动 $\Delta \Phi_R(t) - \Delta \Phi_T(t)$ 决定了输出信号的噪声成分。 采用双平衡混频器作为鉴相器时,要求参考信号与被测信号满足频率相等、相位 正交。因此式(3.22)中 $\cos(\Phi_{R0} - \Phi_{T0}) = 0$ ,即混频器输出信号的直流分量为零。因 此式(3.22)可进一步简化为:

对于噪声一般可认为 $\Delta \Phi(t) \ll 1$ rad,故:

$$v(t) \approx K_{\Phi} \Delta \Phi(t)$$
  $\vec{\mathfrak{X}}(3.24)$ 

因此可将混频器输出信号经低通滤波器后由频谱分析仪测量其功率谱,进而 可得到被测信号的单边带相位噪声。

3.1.4 交叉相关法



图 3.7 交叉相关法原理框图

交叉相关法<sup>[113,114]</sup>是在鉴相法基础上的一种改进方法。灵敏度对相位噪声测量 系统来讲是一项十分重要的关键指标。交叉相关法将被测信号与同一参考信号源 通过互不相关的两个鉴相法测量通道分别测量,将两个测量通道得到的包含相位 噪声信息的电压信号进行相关运算后进行功率谱估计,进而计算被测信号的单边 带相位噪声。通过相关运算,可在很大程度上消除两个互不相关的测量通道的附 加噪声,降低测量系统的噪声底部,改善灵敏度等重要指标。交叉相关法的原理 框图如图 3.7 所示。 如图 3.7 所示,设被测振荡器在两个通道产生的相位噪声分别为:

$$P_1(t) = x_1(t) + f(t) \qquad \vec{x}(3.25)$$

$$P_2(t) = x_2(t) + f(t + \varphi)$$
  $\vec{x}(3.26)$ 

其中 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 分别是两个相位检测通道带来的附加噪声, f(t)是被测振荡器的 相位噪声。 $\varphi$ 表示互不相关的两个鉴相法测量通道的相位差。则 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 的相 关函数为:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} P_1(t) P_2(t+\tau) dt$$
  
=  $\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x_1(t) + f(t)] [x_2(t+\tau) + f(t+\tau+\varphi)] dt$   
=  $\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x_1(t) x_2(t+\tau) + x_1(t) f(t+\tau+\varphi) + f(t) x_2(t+\tau) + f(t) f(t+\tau+\varphi)] dt$   
 $\vec{\mathfrak{X}}(3.27)$ 

由于两个鉴相法测量通道是互不相关的,因此两个通道产生的附加噪声 $x_1(t)$ 、  $x_2(t)$ 也是互不相关的, $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 与相位噪声测量结果 f(t)也是不相关的,它们的相关函数值为零。即:

因此式(3.27)可简化为:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} P_1(t) P_2(t+\tau) dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t) f(t+\tau+\varphi) dt \quad \vec{\mathbb{R}}(3.31)$$

设将被测信号的相位噪声由一复杂周期函数表示:

将式(3.32)代入式(3.31)可得:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t) f(t + \tau + \varphi) dt$$
  
=  $\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \sum_{i=1}^{n} A_{i} \sin(\omega_{i}t + \theta_{i}) \sum_{i=1}^{n} A_{i} \sin[\omega_{i}(t + \tau) + \varphi + \theta_{i}] dt$   $\vec{\mathfrak{R}}_{i}(3.33)$   
=  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} A_{i}^{2} \cos(\omega_{i}\tau + \varphi)$ 

进一步将鉴相法测量通道 II 的原始相位噪声  $P_2(t) 与 R_{12}(\tau)$  再次进行互相关运

算,则有:

$$\begin{split} R_{2(12)}(\tau) &= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} P_2(t) R_{12}(t+\tau) dt \\ &= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x_2(t) + f(t+\varphi)] R_{12}(t+\tau) dt \\ &= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x_2(t) R_{12}(t+\tau) + f(t+\varphi) R_{12}(t+\tau)] dt \\ &= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t+\varphi) R_{12}(t+\tau) dt \qquad \overrightarrow{\pi}_{\mathsf{c}}(3.34) \\ &= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\omega_i t + \varphi + \theta_i) \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} A_i^2 \cos(\omega_i t + \omega_i \tau + \varphi) dt \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n} A_i^3 \sin(\theta_i - \omega_i \tau) \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n} A_i^3 \sin(\omega_i t + \pi - \theta_i) \end{split}$$

对此结果进行傅立叶变换可进一步得到被测信号的单边带相位噪声。

图 3.7 中标记为 A、B 两处电压谱密度可以表示为:

$$S_A(f) = S_1(f) + S_{n1}(f)$$
  $\vec{\mathfrak{X}}(3.35)$ 

$$S_B(f) = S_2(f) + S_{n2}(f)$$
  $\Re(3.36)$ 

其中 $S_1(f)$ 、 $S_2(f)$ 分别为鉴相法测量通道输出的噪声电压功率谱密度; $S_{n1}(f)$ 、  $S_{n2}(f)$ 分别为鉴相法测量通道产生的附加噪声的功率谱密度。分别通过一个传输 函数为H(f),带宽为B的低通滤波器后输出电压分别为:

$$U_{1}(f) = H(f)S_{1}^{1/2}(f)B^{1/2}\cos(2\pi ft + \Phi_{i}) + H(f)S_{n1}^{1/2}(f)B^{1/2}\cos(2\pi ft + \Phi_{ni})$$
$$U_{2}(f) = H(f)S_{2}^{1/2}(f)B^{1/2}\cos(2\pi ft + \Phi_{j}) + H(f)S_{n2}^{1/2}(f)B^{1/2}\cos(2\pi ft + \Phi_{nj})$$
$$\vec{\mathbb{X}}(3.37)$$

进行相关运算并滤除高频成分后表示为:

$$\begin{split} U(f) &= KU_1(f)U_2(f) \\ &= \frac{1}{2}KBH^2(f)\{S_1^{1/2}(f)S_2^{1/2}(f)\cos(\Phi_i - \Phi_j) \\ &+ S_1^{1/2}(f)S_{n2}^{1/2}(f)\cos(\Phi_i - \Phi_{nj}) \\ &+ S_2^{1/2}(f)S_{n1}^{1/2}(f)\cos(\Phi_j - \Phi_{ni}) \\ &+ S_{n1}^{1/2}(f)S_{n2}^{1/2}(f)\cos(\Phi_{ni} - \Phi_{ni}) \} \end{split}$$

由于两通道对称,故 $S_1(f) = S_2(f) = S(f)$ ,  $\Phi_i = \Phi_j$ 且相关; 但 $\Phi_{ni}$ 、 $\Phi_{nj}$ 分别 由两通道随机产生,是不相关的;同样 $\Phi_i = \Phi_{nj}$ 、 $\Phi_j = \Phi_{ni}$ 也不相关。则输出电压 经过积分后(积分时间足够长),后面三项趋于零。因此最后输出积分电压为:

由噪声电压的功率谱密度就可以得到被测信号相位的功率谱密度。

$$S_{\Phi}(f)_{Meas} = S_{\Phi}(f)_{DUT} + \frac{S_{\Phi}(f)_{REF_{-1}} + S_{\Phi}(f)_{REF_{-2}} + S_{\Phi}(f)_{SYSTEM_{-1}} + S_{\Phi}(f)_{SYSTEM_{-2}}}{\sqrt{N_{Average}}}$$

式(3.40)

其中:  $S_{\Phi}(f)_{Meas}$ 为所测得的相位噪声功率谱密度;  $S_{\Phi}(f)_{DUT}$ 为待测信号源本身的 相位噪声功能功率谱密度;  $S_{\Phi}(f)_{REF_1}$ 、  $S_{\Phi}(f)_{REF_2}$ 为参考源经过功分器后两路的 相位噪声功率谱密度;  $S_{\Phi}(f)_{SYSTEM_1}$ 、  $S_{\Phi}(f)_{SYSTEM_2}$ 为两个通道电路和器件引起的 系统相噪谱密度;  $N_{Average}$ 为相关运算的次数。

一般可取:

则式(3.40)可简化为:

由式(3.43)可知,增大相关运算的次数 N<sub>Average</sub>,可使测量值更逼近实际值,但增大相关运算次数也会带来如运算量增大和计算过程产生累积误差等问题。

采用交叉相关的测量方法,可有效降低测量系统的噪声底部 20dB 左右,可以 更好地满足超低噪声高稳晶振的测试要求。

# 3.1.5 直接数字化法

直接数字化方法是指将被测信号直接采样数字化后在数字域对其相位波动或 频率波动进行估计的相位噪声测量方法。该方法不采用硬件相位信息提取电路, 因此不存在电路频率特性对相位噪声测量结果的影响。系统的测量性能主要决定 于采样电路的速度、精度、位宽和信号相位估计的算法。直接数字化方法的原理 框图如图 3.8 所示。



图 3.8 直接数字化方法的原理框图