

第六章 基于数学模型的相位噪声测量方法

第三章所述的各种相位噪声测量方法的原理和技术特点各有不同，但它们有一个共同之处，即通过专门的相位噪声提取电路提取被测信号的相位噪声信息，在此基础上实现相位噪声的测量，如鉴频法中的鉴频电路、鉴相法中的鉴相器和锁相环电路、基于采样测量方法中的采样电路等。这样相位提取电路的提取性能在很大程度上决定了相位噪声测量的性能。而且相位提取电路的频率响应也会对测量结果带来一定的影响。

本章提出一种新的基于相位噪声数学模型的相位噪声测量方法，该方法针对振荡器的相位噪声测量，建立振荡器相位噪声的数学模型，根据信号功率谱与单边带相位噪声的关系，利用信号功率谱测量数据计算模型参数，以实现对被测源相位噪声的测量。作者称之为基于数学模型的相位噪声测量方法。

6.1 振荡器相位噪声与功率谱之间的关系

6.1.1 振荡器信号的幂律相位噪声模型

第二章已经讨论，振荡器信号的相位噪声具有幂律特性。具体来说，振荡器信号可由式(6.1)表示，其中 $\varphi(t)$ 表示信号的相位波动。

$$V(t) = [V_0 + \varepsilon(t)] \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi_0 + \varphi(t)) \quad \text{式(6.1)}$$

则信号归一化频率波动的功率谱密度和归一化相位波动的功率谱密度均可看做五个相互独立的幂律过程之和，它们的功率谱可表示为：

$$S_y(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha & \text{当 } 0 < f < f_h \\ 0 & \text{当 } f > f_h \end{cases} \quad \text{式(6.2)}$$

$$S_\varphi(f) = \begin{cases} \nu_0^2 \sum_{\beta=0}^4 h_{2-\beta} f^{-\beta} & \text{当 } 0 < f < f_h \\ 0 & \text{当 } f > f_h \end{cases} \quad \text{式(6.3)}$$

其中 h_α 为模型参数， $\alpha = -2, -1, 0, 1, 2$ ， $\beta = 2 - \alpha$ 。

其单边带相位噪声 $\mathcal{L}(f)$ 为：

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{2} S_\varphi(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} \nu_0^2 \sum_{\beta=0}^4 h_{2-\beta} f^{-\beta} & \text{当 } 0 < f < f_h \\ 0 & \text{当 } f > f_h \end{cases} \quad \text{式(6.4)}$$

因此对被测信号来讲，只要设法得到其幂律模型中的噪声参数 $\nu_0^2 h_{2-\beta}$ ，就可由式(6.4)得到被测信号的相位噪声。

6.1.2 具有幂律相位噪声信号的功率谱模型

为利用式(6.4)中相位噪声模型的系数，建立具有幂律特征相位噪声的振荡器信号功率谱数学模型，需要研究振荡器信号相位噪声与其功率谱之间的关系^[67]。幂律相位噪声的每一分量与其对应的功率谱之间具有一定的关系，以下分别进行讨论。

1. 对于正比于频率 f^0 的分量：

该分量对应的功率谱数学模型为：

$$S_{f_0}(f) = 2\pi e^{-k_0 \pi \cdot f_B} \delta(f) + k_0 \quad \text{式(6.5)}$$

其中第一项表示载波分量， f_B 为截止频率， k_0 是频率 f_B 处的功率谱。在研究偏离载波一定频率处的相位噪声时不需考虑式(6.5)中表示载波信号的第一项，因此相应于式(6.4)该噪声分量对应的功率谱可表示为：

$$\tilde{S}_{f_0}(f) = k_0 = \nu_0^2 h_2 \quad \text{式(6.6)}$$

2. 对于正比于频率 f^{-1} 的分量：

该分量对应的功率谱数学模型为：

$$S_{f_1}(f) = k_1 f^{-1-\nu} \quad \text{式(6.7)}$$

由于 $\nu \ll 1$ ，因此 ν 可以忽略不计。相应于式(6.4)该噪声分量对应的功率谱可表示为：

$$\tilde{S}_{f_1}(f) = k_1 f^{-1} = \nu_0^2 h_1 f^{-1} \quad \text{式(6.8)}$$

3. 对于正比于频率 f^{-2} 的分量：

该分量对应的功率谱数学模型为：

$$S_{f_2}(f) = \frac{k_2}{(\pi k_2)^2 + f^2} \quad \text{式(6.9)}$$

由于 $f \gg \pi k_2$ ，相应于式(6.4)该噪声分量对应的功率谱可表示为：

$$\tilde{S}_{f_2}(f) = k_2 f^{-2} = \nu_0^2 h_0 f^{-2} \quad \text{式(6.10)}$$

4. 对于正比于频率 f^{-3} 的分量：

该分量对应的功率谱数学模型为：

$$S_{f_3}(f) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{K}} e^{-\frac{(2\pi f)^2}{2K}} + \mathcal{F} \left[\frac{\nu}{2} K e^{-\frac{K|\tau|^2}{2}} |\tau|^2 \ln(|\tau|) \right] \quad \text{式(6.11)}$$

其中 $K = \frac{16\pi^2 \sqrt{\pi} (2\pi)^{-\nu} \Gamma(\frac{\nu}{2}) k_3}{(2-\nu) \Gamma(\frac{3}{2} - \frac{\nu}{2})}$ 。靠近载波的地方，式(6.11)的主导项就是高斯部分

$\frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{K}} e^{-\frac{(2\pi f)^2}{2K}}$ ，在小角度近似有效的频率处， $\mathcal{F} \left[\frac{\nu}{2} K e^{-\frac{K|\tau|^2}{2}} |\tau|^2 \ln(|\tau|) \right]$ 与 f^{-3} 成正比。

即在远离载波的频段内式(6.11)可近似为：

$$\tilde{S}_{f_3}(f) = k_3 f^{-3} = \nu_0^2 h_{-1} \cdot f^{-3} \quad \text{式(6.12)}$$

5. 对于正比于频率 f^{-4} 的分量：

该分量对应的功率谱数学模型为：

$$S_{f_4}(f) = \frac{\sqrt{\rho}}{2\pi \sqrt{\pi k_4}} e^{-\frac{\rho \cdot f^2}{4\pi^2 k_4}} + \frac{\mu}{(2\pi f)^4} u(f - f_4) \quad \text{式(6.13)}$$

其中 $u(\bullet)$ 是阶跃函数， f_4 是从高斯部分过渡到幂律特征 $\mu(2\pi f)^{-4}$ 的分段点频率，且在小角度近似下， $\mu = 16\pi^4 k_4$ 。在频偏 f 低于 f_4 的频段，信号功率谱可近似为高斯型功率谱，即式(6.13)中的第一项；在频偏 f 高于 f_4 的频段，信号功率谱可近似为幂律特征型功率谱。相应于式(6.4)该噪声分量对应的功率谱可表示为：

$$\tilde{S}_{f_4}(f) = k_4 f^{-4} = \nu_0^2 h_{-2} f^{-4} \quad \text{式(6.14)}$$

正比于 f^{-3} 和 f^{-4} 信号功率谱分量模型中都有高斯成分，该项表示了在近载波频率处，主导部分是高斯成分，即在近载波处，其功率谱为高斯函数，可统一写为：

$$S_0(f) = b e^{-\frac{(2\pi \cdot f - \mu)^2}{\sigma^2}} \quad 0 < f < f_4 \quad \text{式(6.15)}$$

其中， b 是其幅值， μ 是高斯函数的均值， σ^2 是其方差。对比式(6.11)、式(6.13)和式(6.15)可知， $\mu = 0$ 。即：

$$\tilde{S}_0(f) = b e^{-\frac{(2\pi \cdot f)^2}{\sigma^2}} \quad 0 < f < f_4 \quad \text{式(6.16)}$$

总结以上所述，具有幂律相位噪声的振荡器的信号功率谱模型为：

$$\begin{aligned}
 S_f(f) &= 2\pi\delta(f) + \tilde{S}_0(f) + \tilde{S}_{f_0}(f) + \tilde{S}_{f_1}(f) + \tilde{S}_{f_2}(f) + \tilde{S}_{f_3}(f) + \tilde{S}_{f_4}(f) \\
 &= 2\pi\delta(f) + be^{-\frac{(2\pi \cdot f)^2}{\sigma^2}} + \sum_{\beta=0}^4 v_0^2 h_{2-\beta} f^{-\beta}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

式(6.17)中第一项 $2\pi\delta(f)$ 表示载波信号，位于零频偏处；第二项 $be^{-\frac{(2\pi f)^2}{\sigma^2}}$ 表示高斯分量，位于很近载波的低频偏处。对于测量带宽为距载波一定频偏处的相位噪声测量，这两项可以忽略。因此式(6.17)可近似表示为：

$$S_f(f) = \sum_{\beta=0}^4 v_0^2 h_{2-\beta} f^{-\beta} \tag{6.18}$$

该模型中参数 v_0 、 $h_{2-\beta}$ 即为式(6.3)和式(6.4)中该振荡器相位噪声模型的参数。

6.2 基于数学模型的相位噪声测量方法

6.1节建立了振荡器信号相位噪声与其功率谱数学模型之间的关系。由此就可能由振荡器信号的功率谱测量数据对式(6.18)中的参数进行拟合，将拟合得到的噪声参数值代入式(6.4)，就可实现对振荡器信号相位噪声的测量，这就是本章提出的相位噪声测量方法的基本思想。

6.2.1 基于数学模型的相位噪声测量方法

根据被测信号功率谱测量结果对式(6.18)进行拟合，可采用多种拟合方法实现拟合和参数估计过程，本文采用最小二乘法完成该拟合。由于待拟合的函数为多个幂律函数之和，故本文中所用的拟合方法为非线性最小二乘法。

本文提出的基于数学模型的相位噪声测量方法具体步骤如下：

(1) 通过频谱分析仪等仪器测出被测信号的功率谱数据，即 $\{(f_i, S_i)\} (i=1, 2, \dots, N)$ ，其中 N 为测量数据的点数，取 $N > 5$ ，为选择迭代初始值时留有数据冗余；

(2) 选取模型，确定包含参数的振荡器信号功率谱数学模型，如式(6.18)所示。

(3) 选择合适的参数拟合方法利用第一步的测量数据拟合式(6.18)中的参数。本文采用非线性最小二乘法，需要确定非线性最小二乘法拟合参数的初值，设 $a_\beta = v_0^2 h_{2-\beta}$ ， $(\beta=0, 1, \dots, 4)$ ，即需要选择 a_β 的初值。为此，将式(6.18)表示为如下的矩阵形式：

$$FA = S \tag{6.19}$$

其中：

$$F = \begin{bmatrix} 1 & f_1^{-1} & f_1^{-2} & f_1^{-3} & f_1^{-4} \\ 1 & f_2^{-1} & f_2^{-2} & f_2^{-3} & f_2^{-4} \\ 1 & f_3^{-1} & f_3^{-2} & f_3^{-3} & f_3^{-4} \\ 1 & f_4^{-1} & f_4^{-2} & f_4^{-3} & f_4^{-4} \\ 1 & f_5^{-1} & f_5^{-2} & f_5^{-3} & f_5^{-4} \end{bmatrix}_{5 \times 5} \quad \text{式(6.20)}$$

$$A = [a_0 \ a_1 \ \cdots \ a_4]^T \quad S = [S_0 \ S_1 \ \cdots \ S_4]^T \quad \text{式(6.21)}$$

矩阵 F 中所要用的数据点是从 N 个 $\{(f_i, S_i)\}$, ($i=1, 2, \dots, N$) 中选取五个频率点, 选取的数值应保证矩阵 F 是满秩可逆。

由此可得参数 a_β 的初值矩阵 $A^{(0)}$ 为:

$$A^{(0)} = [a_0^{(0)}, \dots, a_4^{(0)}]^T = F^{-1}S \quad \text{式(6.22)}$$

以 $A^{(0)} = [a_0^{(0)}, \dots, a_4^{(0)}]^T$ 为初始值进行迭代, 对矩阵 A 的值进行估计, l 表示迭代次数, 初始迭代时 $l=0$ 。

(4) 估计参数误差 $\Delta_\beta^{(l)}$ ($\beta=0, 1, \dots, 4$)。

记参数误差 $\Delta_\beta^{(l)} = a_\beta^{(l+1)} - a_\beta^{(l)}$ ($\beta=0, 1, \dots, 4$), 并在 $a_\beta^{(l)}$ 附近对式(6.18)作 Taylor 级数展开并略去 $\Delta_\beta^{(l)}$ 的二次以上各项得:

$$S(f_k, a_0^{(l)}, a_1^{(l)}, \dots, a_4^{(l)}) \approx S_k^{(l)} + \frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_0^{(l)}} \Delta_0^{(l)} + \cdots + \frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_4^{(l)}} \Delta_4^{(l)} \quad \text{式(6.23)}$$

则可根据式(6.23)列出关于参数误差 $\Delta_\beta^{(l)}$ 的线性方程组, 即:

$$\begin{aligned} b_{00}^{(l)} \Delta_0^{(l)} + b_{01}^{(l)} \Delta_1^{(l)} + b_{02}^{(l)} \Delta_2^{(l)} + b_{03}^{(l)} \Delta_3^{(l)} + b_{04}^{(l)} \Delta_4^{(l)} &= B_0^{(l)} \\ b_{10}^{(l)} \Delta_0^{(l)} + b_{11}^{(l)} \Delta_1^{(l)} + b_{12}^{(l)} \Delta_2^{(l)} + b_{13}^{(l)} \Delta_3^{(l)} + b_{14}^{(l)} \Delta_4^{(l)} &= B_1^{(l)} \\ b_{20}^{(l)} \Delta_0^{(l)} + b_{21}^{(l)} \Delta_1^{(l)} + b_{22}^{(l)} \Delta_2^{(l)} + b_{23}^{(l)} \Delta_3^{(l)} + b_{24}^{(l)} \Delta_4^{(l)} &= B_2^{(l)} \\ b_{30}^{(l)} \Delta_0^{(l)} + b_{31}^{(l)} \Delta_1^{(l)} + b_{32}^{(l)} \Delta_2^{(l)} + b_{33}^{(l)} \Delta_3^{(l)} + b_{34}^{(l)} \Delta_4^{(l)} &= B_3^{(l)} \\ b_{40}^{(l)} \Delta_0^{(l)} + b_{41}^{(l)} \Delta_1^{(l)} + b_{42}^{(l)} \Delta_2^{(l)} + b_{43}^{(l)} \Delta_3^{(l)} + b_{44}^{(l)} \Delta_4^{(l)} &= B_4^{(l)} \end{aligned} \quad \text{式(6.24)}$$

其中系数 $b_{j\beta}^{(l)}$ ($j, \beta=0, 1, \dots, 4$) 和 $B_\beta^{(l)}$ 可分别由式(6.25)和式(6.26) 求得。

$$b_{j\beta}^{(l)} = \sum_{k=1}^5 \frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_j} \cdot \frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_\beta} \quad \text{式(6.25)}$$

$$B_\beta^{(l)} = \sum_{k=1}^5 \frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_\beta} (S_k - S_k^{(l)}) \quad \text{式(6.26)}$$

其中 S_k 表示频率 f_k 处的功率谱测量值, $S_k^{(l)}$ 表示频率 f_k 处对应的功率谱的第 l 次迭代值, 即:

$$S_k^{(l)} = S_f(f_k, a_0^{(l)}, a_1^{(l)}, \dots, a_4^{(l)}) = \sum_{\beta=0}^4 a_{\beta}^{(l)} f_k^{-\beta} \quad \text{式(6.27)}$$

$$\frac{\partial S_k^{(l)}}{\partial a_{\beta}} = \frac{\partial \left[\sum_{\beta=0}^4 a_{\beta} f^{-\beta} \right]}{\partial a_{\beta}} \bigg|_{\substack{f = f_k \\ a_{\beta} = a_{\beta}^{(l)}}} \quad \text{式(6.28)}$$

当 $a_{\beta}^{(l)}$ 给定时, $S_k^{(l)}$ 、 $\partial S_k^{(l)} / \partial a_{\beta}$ 均可由 f_k 求得。然后再对方程组用高斯消元法求解 $\Delta_{\beta}^{(l)}$ 。

(5) 判断 $|\Delta_{\beta}^{(l)}|$ 是否满足误差要求。

如不满足误差要求, 则令:

$$a_{\beta}^{(l+1)} = a_{\beta}^{(l)} + \Delta_{\beta}^{(l)} \quad \text{式(6.29)}$$

$$l = l + 1 \quad \text{式(6.30)}$$

并跳至第 4 步继续迭代。

如满足误差要求, 则跳至第 6 步。

(6) 将参数值 $a_{\beta}^{(l)}$ 作为 $a_{\beta} = v_0^2 h_{2-\beta}$ ($\beta = 0, 1, \dots, 4$) 的值代入式(6.4)中, 即可得到被测信号的相位噪声, 并可由此绘制相位噪声曲线。

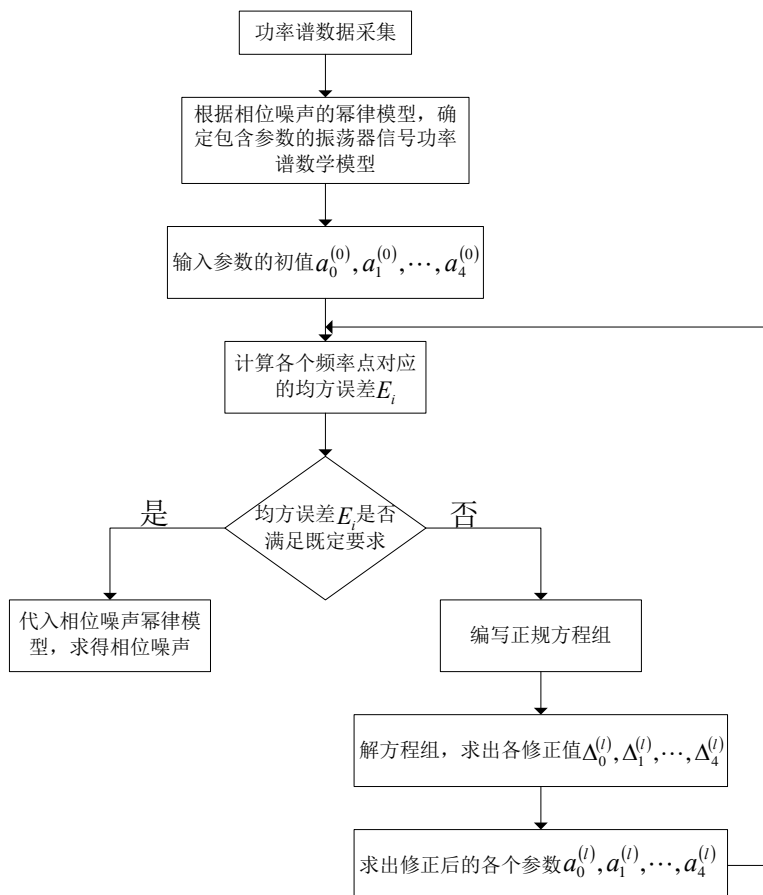


图 6.1 基于噪声模型的振荡器信号相位噪声测量方法流程图

上述测量步骤的测试流程图如图 6.1 所示。

6.2.2 测量实验及结果分析

为了验证本方法的有效性,本文按照 6.2.1 节提出的基于噪声模型的相位噪声测量方法进行了相位噪声测量实验,并以 AV4036F 的相位噪声测量模块对同一信号源的相位噪声测量结果为参考值以验证 6.2.1 节提出方法的可行性。具体实验方案如下:首先,用频谱分析仪 AV4036F 来测量被测信号的功率谱;然后,利用测量的功率谱数据按照本文 6.2.1 节的方法计算被测信号的相位噪声,给出相位噪声的测量结果;最后,将利用本章方法得到的相位噪声测量结果与利用 AV4036F 的相位噪声测量模块直接测量的结果进行比较,以说明本方法的实施过程和有效性。

实验中用到的仪器 AV4036F 是一台功能综合的频谱分析仪,其测量频率范围为 3Hz~43GHz,该仪器中集成了专用的相位噪声测量模块,可用于信号的相位噪声测量。本实验中主要利用该仪器完成两个方面的功能:一是利用其频谱分析仪功能测量被测信号的功率谱数据,而是利用其相位噪声测试功能测量被测信号的相位噪声,作为参考值对本文提出方法的测量结果进行验证。

在实验中,分别采用频率为 100MHz、600MHz、800MHz 和 2GHz 的信号作为被测信号,其测量过程类似,限于篇幅,以下给出 600MHz 信号的详细测量过程。

实验利用频谱分析仪 AV4036F 测量 600MHz 被测信号的功率谱数据,利用测试数据按照 6.2.1 节中讨论的非线性最小二乘法对式(6.18)进行拟合,估计其中参数 $v_0^2 h_{2-\beta}$ 的值,估计结果为:

$$\begin{aligned} a_0 &= v_0^2 h_2 = 0 \\ a_1 &= v_0^2 h_1 = 2.92 \times 10^{-5} \\ a_2 &= v_0^2 h_0 = 1.28 \times 10^{-2} \\ a_3 &= v_0^2 h_{-1} = -1.90 \\ a_4 &= v_0^2 h_{-2} = 63.70 \end{aligned} \quad \text{式(6.31)}$$

图 6.2 给出了利用频谱分析仪 AV4036F 测量的被测信号功率谱曲线和利用该功率谱测量数据进行非线性最小二乘法拟合的结果。

在图 6.2 中,黑色细实线代表了频谱分析仪 AV4036F 测量的被测信号功率谱,黑色粗实线代表了功率谱测量数据进行非线性最小二乘法的拟合结果,由拟合可得式(6.18)所示的被测信号功率谱模型中参数的估计值。参数估计结果如式(6.31)所示。将参数估计结果带入式(6.4)所示的被测信号单边带相位噪声模型,即可得到被测信号的单边带相位噪声测量结果。

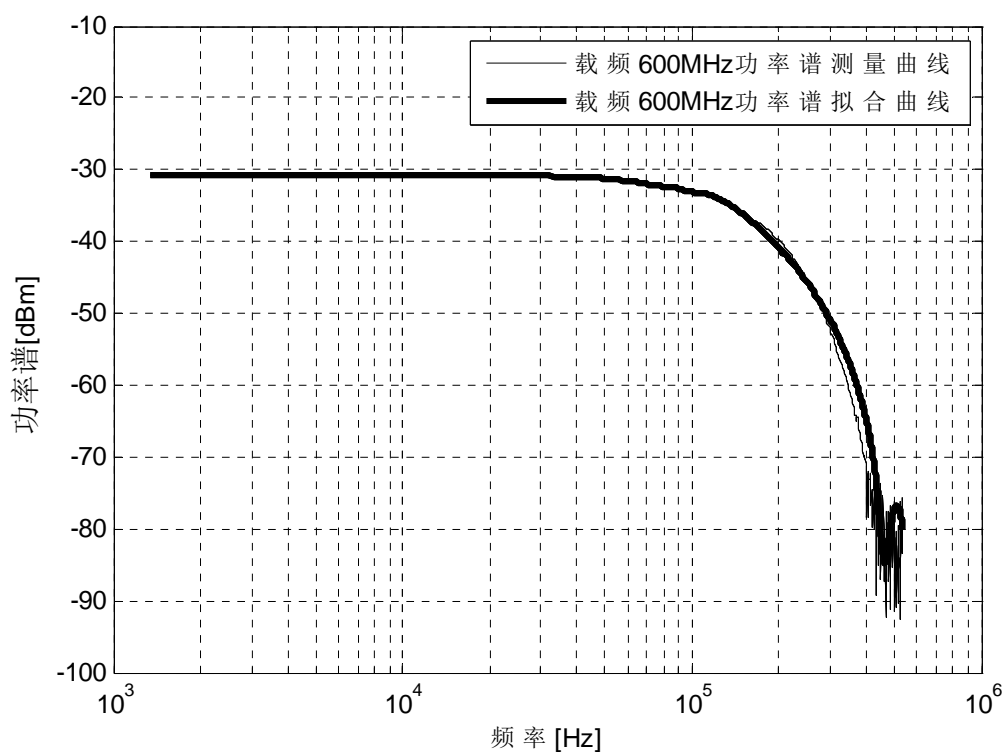


图 6.2 被测信号功率谱的测量曲线与拟合曲线

图 6.3 给出了利用本算法测量的被测信号相位噪声与 AV4036F 的相位噪声测量模块测量的被测信号相位噪声的测量结果比较。表 3.1 列出了该实验中一些频偏点处本方法测量的相位噪声与 AV4036F 相位噪声测量模块测量的相位噪声的数值比较和误差。

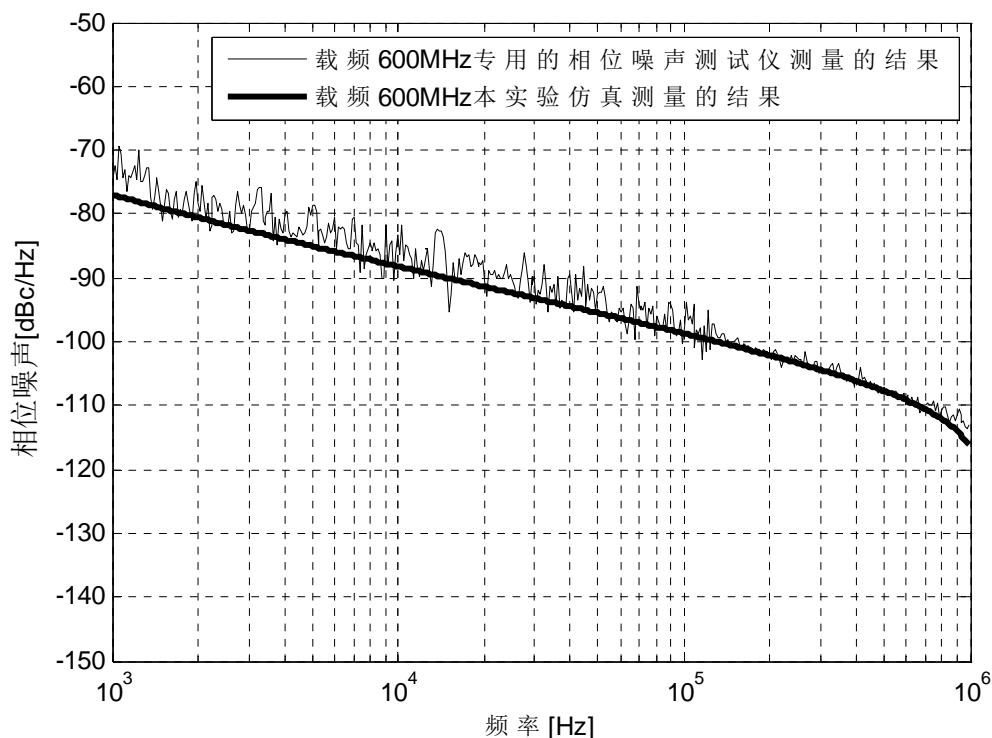


图 6.3 频率为 600MHz 的被测信号相位噪声测量结果比较

表 6.1 频率为 600MHz 的被测信号测量结果在不同频偏的数据比较

频率(Hz)	100	1K	10K	100K	500K	1M
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-68.06	-76.98	-88.21	-98.72	-107.70	-116.27
AV4036F 相位噪声测量 模块的测量结果 (dBc/Hz)	-65.04	-75.68	-83.14	-97.72	-107.23	-112.88
误差 (dBc/Hz)	3.02	1.30	5.07	1.00	0.47	3.39

表 6.2、表 6.3 和表 6.4 分别列出了载波频率为 100MHz、800MHz 和 2GHz 的被测信号利用本方法测量的相位噪声与利用频谱分析仪 AV4036F 相位噪声测量模块测量的相位噪声在一些频率点处的数值比较和误差。表 6.5 给出了这四种载波频率信号利用本章方法测得的相位噪声与仪器测量结果的均方误差。

表 6.2 频率为 100MHz 的被测信号测量结果在不同频偏的数据比较

频率(Hz)	100	1K	10K	100K	200K	500K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-91.76	-108.40	-109.16	-116.63	-118.13	-119.40
AV4036F 相位噪声测量 模块的测量结果 (dBc/Hz)	-88.75	-105.39	-106.63	-114.24	-115.38	-116.64
误差 (dBc/Hz)	3.01	3.01	2.53	2.39	2.75	2.76

表 6.3 频率为 800MHz 的被测信号测量结果在不同频偏的数据比较

频率(Hz)	100	1K	10K	100K	200K	500K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-89.16	-100.94	-112.55	-123.16	-126.66	-132.55
AV4036F 相位噪声测量 模块的测量结果 (dBc/Hz)	-86.04	-96.27	-106.40	-114.90	-126.92	-138.20
误差 (dBc/Hz)	3.12	4.67	6.15	8.26	-0.26	-5.65

表 6.4 频率为 2GHz 的被测信号测量结果在不同频偏的数据比较

频率(Hz)	100	1K	10K	100K	200K	500K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-96.71	-109.01	-111.40	-121.94	-125.43	-131.28
AV4036F 相位噪声测量 模块的测量结果 (dBc/Hz)	-93.73	-107.68	-108.16	-112.87	-126.39	-133.11
误差 (dBc/Hz)	2.98	1.33	3.24	9.07	-0.96	-1.83

表 6.5 本方法对不同频率信号的测量结果均方误差

被测信号载波频率	100MHz	600MHz	800MHz	2GHz
均方误差	1.075×10^{-19}	4.031×10^{-14}	1.016×10^{-18}	4.903×10^{-19}

注：本表中列出的均方误差是以 AV4036F 的相位噪声测量模块的测量结果作为基准值的。

上述实验结果可以说明本文提出的基于数学模型的相位噪声测量方法的可行性和正确性。由测量原理可以看出，本方法未采用专门的相位噪声提取的硬件电路，因此该方法的测量结果与相位噪声提取电路的提取性能及电路的频率响应无关。

但另一方面来讲，测量过程中采用的被测信号相位噪声模型的准确性是影响该方法测试性能的关键因素。如果所采用的相位噪声模型不能很好的反映被测信号的相位噪声特性，则测量结果将会受到很大的影响。本文实验中采用的相位噪声幂律噪声模型主要适用于振荡器信号，对于更复杂的信号源形式，需要采用合适的数学模型。

6.3 针对脉冲调制信号的改进方法

相位噪声是评估信号源短期频率稳定性和电子装备性能的重要指标。脉冲调制信号是雷达等领域中广泛应用的信号形式，其相位噪声是影响雷达探测距离、目标分辨率、抗干扰度等性能的关键指标。因此脉冲调制信号的相位噪声测量是信号分析与测量、雷达测试等领域研究的重要问题之一。

脉冲调制过程会对信号的噪声边带来一定的影响，高调制频率和小占空比等因素会给采用传统方法进行相位噪声测量带来一定的困难。如在脉冲周期内的关脉冲期间，鉴相器输出会带来后端放大电路的饱和。脉宽较窄时，连续得到的相位数据长度较短，会降低功率谱估计的频率分辨率等指标。如图 6.4 所示，由频域来看，具有相位噪声的信号在进行脉冲调制时，由相位噪声带来的噪声边带会

以脉冲重复频率为周期发生混叠，混叠后无法在频域测量信号的相位噪声边带功率。现有技术中一般认为距载波频偏为二分之一脉冲重复频率（以下称为半脉冲重复频率）以下的部分，由于频率混叠的影响较小，一般测量中可以忽略。而对频偏大于半脉冲重复频率以上的相位噪声，由于脉冲调制过程的噪声边带混叠对信号相位噪声具有一定的影响，按现有的测量方法无法精确测量。

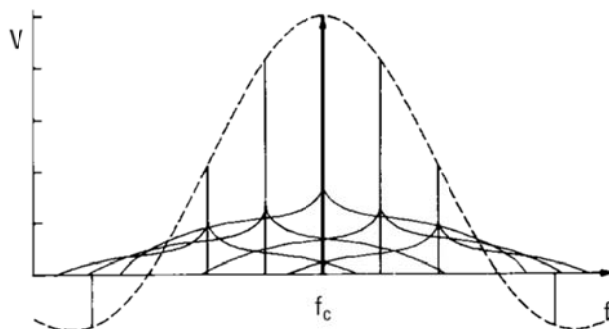


图 6.4 脉冲调制过程相位噪声混叠示意图

针对上述问题，本节在 6.2 节介绍的基于数学模型的相位噪声测量方法的基础上，建立针对脉冲调制信号的基于数学模型的相位噪声测量方法。该方法在连续信号相位噪声数学模型基础上，根据脉冲调制的频域理论，对噪声模型进行修正，得到脉冲调制后信号的相位噪声模型，进而利用被测脉冲信号测量数据估计模型中包含的参数，得到被测信号的相位噪声测量结果。

6.3.1 脉冲调制过程对信号相位噪声的影响

脉冲调制信号是矩形脉冲信号对连续信号的幅度调制，时域上是连续信号与矩形脉冲信号的乘积，在频域，脉冲调制信号的频谱是连续信号频谱与矩形脉冲信号频谱的卷积，该过程如图 6.5 所示。

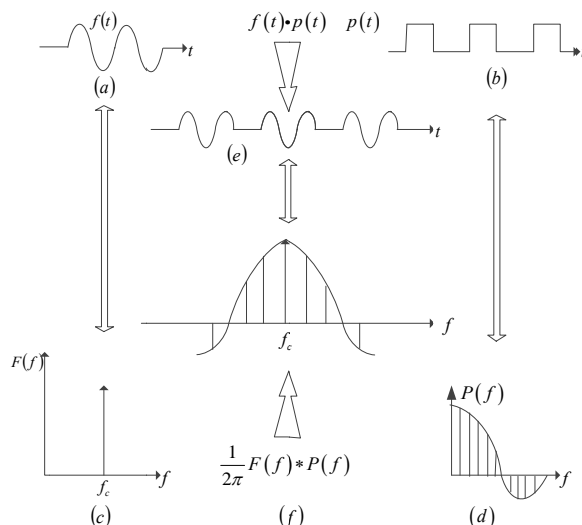


图 6.5 脉冲调制过程的时域和频域表示

1. 脉冲调制过程对振荡器信号本身的影响

先考虑脉冲调制过程对振荡器信号本身的影响，为说明该问题，暂不考虑信号的相位噪声，即设不含相位噪声的理想信号为：

$$f_1(t) = A \cos \omega_c t \quad \text{式(6.32)}$$

用于调制的矩形脉冲信号表示为：

$$f_2(t) = \frac{\tau}{T} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_0 \frac{\tau}{2}}{n\omega_0 \frac{\tau}{2}} \cos n\omega_0 t \right] \quad \text{式(6.33)}$$

由调制过程原理可知，脉冲调制后信号可表示为：

$$\begin{aligned} f_3(t) &= f_1(t) \times f_2(t) \\ &= A \frac{\tau}{T} \cos \omega_c t + A \frac{\tau}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_0 \frac{\tau}{2}}{n\omega_0 \frac{\tau}{2}} \left[\cos(\omega_c + n\omega_0)t + \cos(\omega_c - n\omega_0)t \right] \end{aligned} \quad \text{式(6.34)}$$

由式(6.34)可知，经过脉冲调制，相对于脉冲调制前的连续信号幅度，脉冲调制后载波信号的幅度减小为原来的 τ/T 倍。可以计算出调制后的载波功率（频率 f_c 处的信号功率）相对于脉冲调制前连续信号的载波功率下降量为：

$$\begin{aligned} \text{载波功率下降量 (dB)} &= 10 \log_{10} (E_2/E_1)^2 \\ &= 10 \log_{10} (A\tau/T/A)^2 \\ &= 20 \log_{10} (\tau/T) \end{aligned} \quad \text{式(6.35)}$$

其中， E_1 表示脉冲调制前连续信号的载波幅度， E_2 表示脉冲调制后载波信号的载波幅度。

脉冲调制过程将改变信号的平均功率，可以计算出脉冲调制后信号的平均功率相对于脉冲调制前连续信号的平均功率下降量为：

$$\begin{aligned} \text{平均功率的下降量 (dB)} &= 10 \log_{10} \left(\frac{P_{AVG2}}{P_{AVG1}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{PK} \frac{\tau}{T}}{P_{PK}} \right) \\ &= 10 \log_{10} \left(\frac{\tau}{T} \right) \end{aligned} \quad \text{式(6.36)}$$

其中， P_{AVG1} 表示脉冲调制前连续信号的平均功率， P_{AVG2} 表示脉冲调制后载波信号

的平均功率。

比较式(6.35)和式(6.36)可知,在脉冲调制过程中,相对于信号平均功率的下降,载波功率下降幅度更大,这是由于脉冲调制过程使原信号理想载波信号能量被分配给了包括载波和产生的谐波边带分量。因此脉冲调制过程将产生理想信号的谐波边带,减低了信号质量。

2. 脉冲调制过程对噪声边带的影响

对于实际电子设备中的脉冲调制信号来讲,调制前的连续信号为具有一定相位噪声的正弦信号,因此调制过程中信号频谱以矩形脉冲信号脉冲重复频率(PRF)进行频谱复制的过程中将会出现连续信号相位噪声边带的混叠现象,具体如图 6.6 所示。

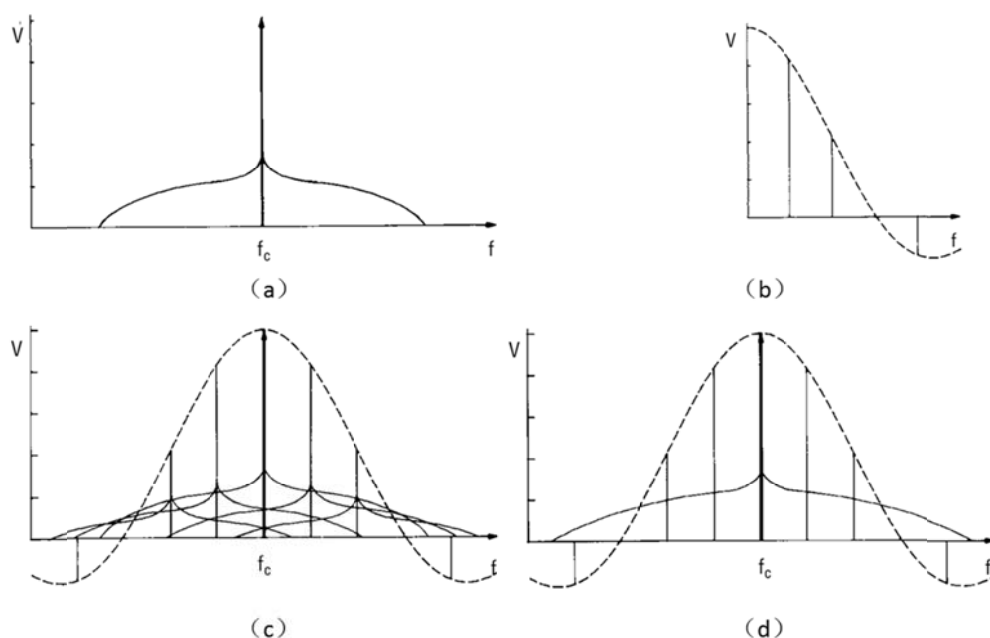


图 6.6 脉冲调制过程对信号相位噪声边带的影响

图 6.6 表示了脉冲调制过程对信号相位噪声边带的影响。其中图 6.6 (a) 表示脉冲调制前含有相位噪声的连续信号频谱,可将该信号看作带有相位噪声边带调制的载波功率为 f_c 的调相信号。图 6.6 (b) 表示用于调制的矩形脉冲信号频谱,图 6.6 (c) 表示含有相位噪声的连续信号频谱与矩形脉冲信号频谱的卷积运算过程,图 6.6 (d) 表示脉冲调制后信号的频谱。

在频域,由图 6.6 可知,在脉冲调制过程中,原信号的相位噪声边带将以脉冲重复频率(PRF)为周期进行复制,复制过程使原信号中偏离载波 $PRF/2$ 以上的噪声边带发生多重混叠。因此无法由脉冲调制后的信号准确测量未混叠时的相位噪声。

一般情况下,偏离载波频率 f_c 100Hz 以内的相位噪声曲线的功率是急剧下降的,下降斜率为 20 dB~40 dB 之间。因此可认为频率偏离在 $PRF/2$ 以上的噪声功率已经很小了,如可以忽略就可以不考虑噪声边带混叠问题。这样可以由脉冲调

制信号近似测量频率偏离在 $PRF/2$ 以内的相位噪声，但传统方法中频率偏离在 $PRF/2$ 以上的相位噪声是无法测量的。

6.3.2 基于噪声模型的脉冲调制信号相位噪声测量方法

本文 6.2 节提出的基于数学模型的相位噪声测试方法是针对振荡器输出的连续信号相位噪声幂律谱模型，利用信号相位噪声与信号功率谱关系，推导出基于相位噪声模型参数的信号功率谱模型，将被测信号功率谱数据对该模型进行拟合，估计模型中的参数值，将参数估计值代入被测信号相位噪声模型，从而得到被测信号相位噪声测试结果。为将该方法应用于脉冲调制信号相位噪声测量，本节根据脉冲调制理论脉冲调制前后信号相位噪声之间的关系，利用相位噪声模型的方法计算连续信号的相位噪声，进而得到脉冲调制后信号的相位噪声。

设连续信号 $x(t)$ 的表达式为：

$$x(t) = A \cos[2\pi\nu_0 t + \phi(t)] \quad \text{式(6.37)}$$

该信号经脉冲调制后形成的脉冲调制信号 $f(t)$ 为：

$$f(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} P(t-kT) \cos[2\pi\nu_0 t + \phi(t)] \quad \text{式(6.38)}$$

其中 $P(t-kT)$ 为用于调制的脉冲信号，具体为：

$$P(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \text{式(6.39)}$$

$$T = \frac{1}{f_{PRF}} \quad \text{式(6.40)}$$

f_{PRF} 为脉冲重复频率， τ 为脉宽。

由于：

$$\mathcal{F}\left[\frac{1}{\tau} P(t)\right] = Sa\left(\frac{2\pi f \tau}{2}\right) \quad \text{式(6.41)}$$

$$\mathcal{F}[T \delta_T(t)] = \bar{\delta}_k(f) \quad \text{式(6.42)}$$

其中 $\delta_T(t) = \sum_k \delta(t-kT)$ ， $\bar{\delta}_k(f) = \sum_n \delta(f - nf_{PRF})$ 。

可得：

$$\mathcal{F}\left[\frac{T}{\tau} \sum_k P(t-kT)\right] = Sa\left(\frac{2\pi f_{PRF} n \tau}{2}\right) \quad \text{式(6.43)}$$

故：脉冲调制信号 $f(t)$ 的相对单边带相位噪声 $\mathcal{L}_p(f)$ 为：

$$\mathcal{L}_p(f) = \sum_n Sa^2\left(\frac{2\pi f_{PRF} n\tau}{2}\right) \mathcal{L}(f - nf_{PRF}) \quad \text{式(6.44)}$$

$\mathcal{L}_p(f)$ 是脉冲调制信号的相对单边带相位噪声，是连续波相对单边带相位噪声 $\mathcal{L}(f)$ 加权叠加的结果。

对式(6.44)来说，当脉冲信号的脉宽非常小时，即 $\tau \rightarrow 0$ （一般 $< 2\mu_s$ ）时，可近似认为

$$Sa^2\left(\frac{2\pi f_{PRF} n\tau}{2}\right) \rightarrow 1 \quad \text{式(6.45)}$$

则式(6.44)可简化为：

$$\mathcal{L}_p(f) \approx \sum_n \mathcal{L}(f - nf_{PRF}) \quad |f| < \frac{f_{PRF}}{2} \quad \text{式(6.46)}$$

这表明，脉冲调制信号的单边带相位噪声 $\mathcal{L}_p(f)$ 可以近似由连续信号 $x(t)$ 的单边带相位噪声 $\mathcal{L}(f)$ 周期叠加得到。

6.3.3 测量实验及结果分析

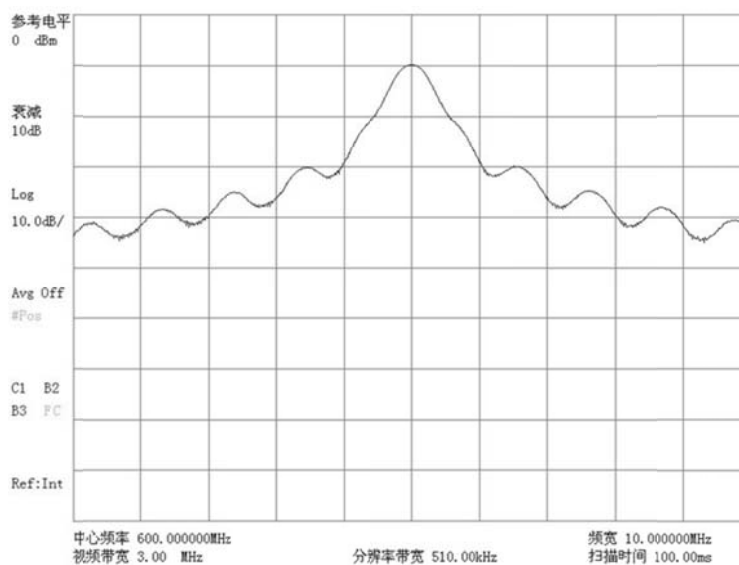


图 6.7 实验中脉冲调制信号功率谱测试曲线

为说明本方法对脉冲调制信号相位噪声测量的有效性，本节利用该方法进行了脉冲调制信号相位噪声测量实验。实验中采用信号发生器 AV1485 产生所需要的脉冲调制信号，利用频谱分析仪 AV4036F 来测量被测信号的功率谱。实验中采用的被测信号频率为 600MHz，信号带宽设置为 10MHz，脉冲调制设置为脉冲重复频率 $f_{PRF} = 10kHz$ ，脉冲宽度 $\tau = 10\mu s$ 。

利用频谱分析仪 AV4036F 测量的该脉冲调制信号的功率谱如图 6.7 所示。

利用基于噪声模型的相位噪声测量方法，得到连续波的相位噪声，将其代入

式(6.46)，计算脉冲调制信号的相位噪声，并将其结果与利用 AV4036F 的相位噪声测量模块直接测量的结果比较如图 6.8 所示。表 6.6 列出了该实验中在典型频偏处测量的相位噪声与频谱分析仪 AV4036F 相位噪声测量模块测量的相位噪声的数值比较及误差。

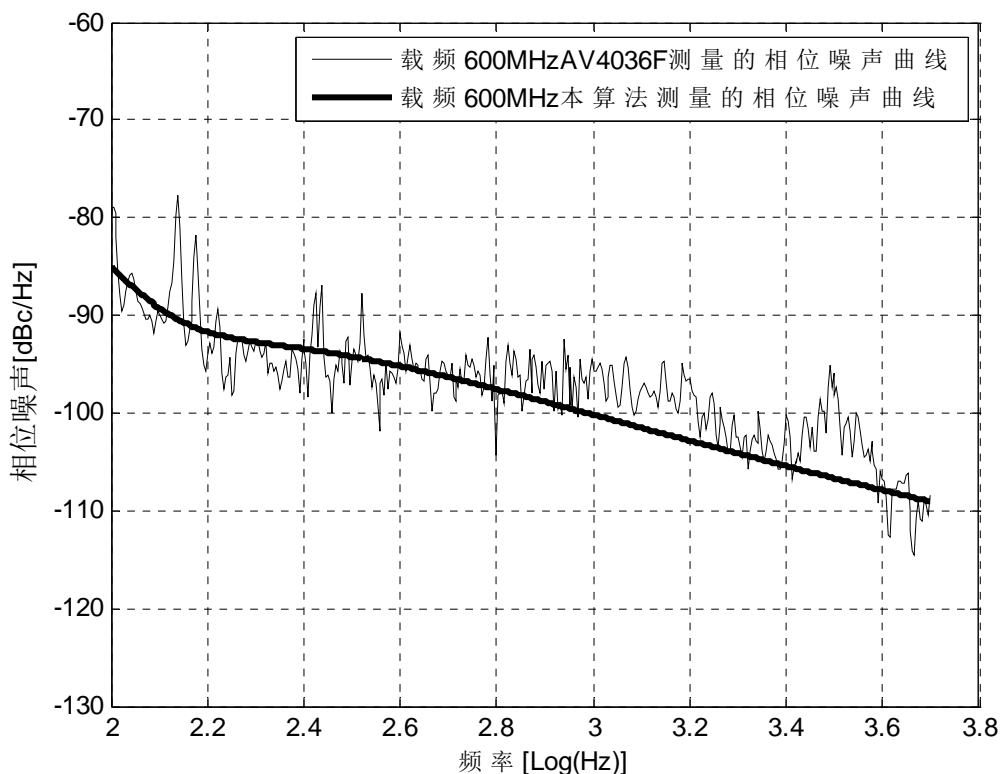


图 6.8 本文方法与 AV4036F 测量的脉冲调制信号相位噪声结果比较

表 6.6 频率为 600MHz 的脉冲调制信号典型频偏处相位噪声测量结果比较

频率 (Hz)	100	200	500	1K	2K	5K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-84.79	-92.71	-96.28	-100.13	-104.11	-109.03
AV4036F 相位噪声测量模块的测量结果 (dBc/Hz)	-84.52	-92.68	-96.14	-94.5	-102.43	-108.41
误差 (dBc/Hz)	0.27	0.03	0.14	5.63	1.68	0.62

为进一步说明本方法的测量效果，实验中还利用本方法和 AV4036F 分别测量了频率为 100MHz、800MHz 和 2GHz 的脉冲调制信号的相位噪声，表 6.7、表 6.8 和表 6.9 列出了这些信号在典型频偏处测量的相位噪声与频谱分析仪 AV4036F 相位噪声测量模块测量的相位噪声的数值比较及误差。

表 6.7 频率为 100MHz 的脉冲调制信号典型频偏处相位噪声测量结果比较

频率(Hz)	100	200	500	1K	2K	5K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-92.27	-98.13	-95.50	-95.69	-97.47	-100.76
AV4036F 相位噪声测量模 块的测量结果 (dBc/Hz)	-92.70	-94.10	-96.92	-94.59	-96.14	-94.69
误差 (dBc/Hz)	-0.43	4.03	-1.42	1.1	1.33	6.07

表 6.8 频率为 800MHz 的脉冲调制信号典型频偏处相位噪声测量结果比较

频率(Hz)	100	200	500	1K	2K	5K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-83.08	-92.64	-95.59	-99.96	-104.87	-111.24
AV4036F 相位噪声测量模 块的测量结果 (dBc/Hz)	-79.61	-89.09	-96.86	-93.02	-99.95	-109.99
误差 (dBc/Hz)	3.47	3.55	-1.27	6.94	4.92	1.25

表 6.9 频率为 2GHz 的脉冲调制信号典型频偏处相位噪声测量结果比较

频率(Hz)	100	200	500	1K	2K	5K
本方法的测量结果 (dBc/Hz)	-77.06	-84.92	-88.27	-92.90	-98.14	-105.20
AV4036F 相位噪声测量模 块的测量结果 (dBc/Hz)	-67.95	-80.72	-88.54	-87.48	-96.94	-106.57
误差 (dBc/Hz)	9.11	4.20	-0.27	5.42	1.2	-1.37

由图 6.8 和表 6.6、表 6.7、表 6.8、表 6.9 的测试结果可知，本论文提出的方法与专用仪器的测量结果基本一致，该结果证明了本文提出方法的可行性和正确性。

6.4 本章小结

传统相位噪声测量方法的共同之处是其通过专门的相位噪声提取电路提取被测信号的相位噪声信息，在此基础上实现相位噪声的测量，这样相位提取电路的提取性能在很大程度上决定了相位噪声测量的性能。而且相位提取电路的频率响应也会对测量结果带来一定的影响。本章提出一种新的基于相位噪声数学模型的相位噪声测量方法，该方法针对振荡器相位噪声测量，建立振荡器相位噪声数学

模型，研究了信号功率谱与单边带相位噪声的关系，建立了幂律谱相位噪声模型下信号功率谱的数学模型。利用信号功率谱测量数据对建立的功率谱模型进行拟合，估算模型中被测信号相位噪声模型参数，以实现对被测源相位噪声的测量。实验测量结果验证了本方法的正确性和可行性。本章还根据脉冲调制理论研究了脉冲调制过程对被测信号相位噪声的影响，将该方法扩展到脉冲调制信号的相位噪声测量。实验测量结果也验证了该方法针对脉冲调制信号的相位噪声测量的有效性。