

doi:10.3969/j.issn.1001-2400.2012.04.025

## 脉冲调制信号相位噪声测量中的功率谱估计方法

陈晓龙, 王家礼, 孙璐, 冯丹

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 针对脉冲调制信号相位噪声测量中的噪声功率谱估计问题,建立了信号相位噪声的数学模型,分析了信号相位噪声与噪声功率谱之间的关系,提出了一种基于 Welch 法的噪声谱估计方法.该方法依据被测信号脉冲调制参数选择 Welch 法的数据分段和窗函数长度.仿真实验结果表明,该方法较传统的快速傅里叶变换方法或自相关法具有更好的谱估计性能.

**关键词:** 脉冲调制信号;相位噪声;功率谱密度;Welch 法

**中图分类号:** TN98    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1001-2400(2012)04-0138-06

### Method for estimating power spectral density in pulsed carrier phase noise measurements

CHEN Xiaolong, WANG Jiali, SUN Lu, FENG Dan

(School of Mechano-electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** To improve the performance of power spectral density estimation used in pulsed carrier phase noise measurement, the mathematical model of phase noise is established, the relation between phase noise and power spectrum of noise is analyzed, and a power spectral density estimation method based on the Welch method is developed. According to this method, the scheme for the data segment and the length of the window function are determined by the pulsed modulation parameter of the measured signal. Simulation results show that the proposed method has better performance on spectrum estimation than the existing ones.

**Key Words:** pulsed carrier signal; phase noise; power spectral density; Welch method

信号的短期频率稳定度是衡量信号质量的重要因素,它直接影响着系统的性能.相位噪声是描述信号短期频率稳定度的重要指标,特别是在雷达、通信、导航等领域,相位噪声成为提高系统性能的关键因素.因此,相位噪声测量技术及仪器越来越成为电子测量领域研究的重要内容.根据相位噪声信号的不同提取方法,相位噪声测量主要有直接频谱仪法、鉴频法、鉴相法和全数字化等方法<sup>[1]</sup>.

不同的相位噪声测量方法由于在测量带宽、灵敏度和动态范围等方面具有不同的性能,分别适用于不同的测量领域.近年来,鉴相法由于其测量灵敏度高、频率分辨率高、输出频率范围宽、对幅度噪声具有较好的抑制能力等优点而受到越来越多的关注,在测量系统和仪器中得到更多的应用.

在鉴相法相位噪声测量技术中,鉴相结果的功率谱估计是测量的关键技术之一<sup>[2]</sup>.文献[3]研究了射频振荡器相位噪声的模型,分析了相位噪声与噪声功率谱模型的关系.文献[4]研究了鉴相法测量相位噪声时功率谱估计前的噪声提取方法,通过处理有效地提高了测量精度,降低了测量系统的噪声底部.文献[5]讨论了几种可用于雷达信号相位噪声测量的高分辨率频谱估计方法,并利用频谱估计程序库(Fastest Fourier Transform in the West, FFTW)进行了射频信号高分辨率谱估计.文献[6]在快速傅里叶变换频谱连续细化

收稿日期:2012-03-06

网络出版时间:2012-03-21

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(K50510040011, K50511040009)

作者简介:陈晓龙(1976-),男,副教授,西安电子科技大学博士研究生,E-mail: xlchen@mail.xidian.edu.cn.

网络出版地址: [http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1076.TN.20120321.1538.201204.175\\_025.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1076.TN.20120321.1538.201204.175_025.html)

法的基础上,采用局部频谱连续细化算法进行频谱估计,用于解决噪声环境下多普勒频率快速、精确估计问题.文献[7]采用复调制 ZOOM-FFT 算法,通过分段实现了谱估计过程中的局部频谱细化,在局部频段内实现了更高的频谱分辨率.但由于相位噪声信号具有很强的随机性,不具有稳定的频谱分布,快速傅里叶变换方法不能很好地反映信号的时变特性.文献[8]分析了各种非参数模型功率谱估计算法,对各种算法的谱估计质量进行了理论分析和仿真研究.文献[9]利用矩形窗和 Welch 法进行海浪信号的谱估计,取得很好的估计效果.文献[10]研究了不同的窗函数对 Welch 法功率谱估计性能的影响,并将其应用于卡尔曼滤波.这些文献对随机信号功率谱估计及其在相位噪声测量中的应用进行了有益的研究,但针对相位噪声测量的要求来讲,以快速傅里叶变换为基础的方法不能很好地适应噪声信号的随机性.另一方面,这些研究没有考虑雷达等应用领域中被测信号的脉冲调制给谱估计效果带来的影响.

针对脉冲调制信号相位噪声测量中的功率谱估计问题,笔者提出一种基于 Welch 法的功率谱估计算法,根据被测信号的调制参数对 Welch 法进行调整,实现对脉冲调制信号相位噪声功率谱估计性能的改善.

## 1 相位噪声模型和测量方法

相位噪声是调制于被测信号相位的噪声信息,根据其产生的机制一般分为随机性相位噪声和周期性杂散.因此,相位噪声可表示为

$$\phi(t) = \phi_n(t) + \phi_{m1}(t) \cos(\omega_{m1}t) + \phi_{m2}(t) \cos(\omega_{m2}t) + \dots, \quad (1)$$

其中,  $\phi_n(t)$  为随机相位噪声;  $\phi_{mi}(t) \cos(\omega_{mi}t)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ , 为周期性杂散信号.以下仅分析随机相位噪声的测量.

### 1.1 相位噪声测量的数学模型

实际应用中由于噪声很小,可假设  $\phi_n(t) \ll 1$  且  $\phi_n(t)$  是一个平稳的随机过程,因此被测信号可表示为

$$v(t) = V_0 \cos[2\pi v_0 t + \phi_n(t)] \approx V_0 \cos(2\pi v_0 t) - V_0 \phi_n(t) \sin(2\pi v_0 t), \quad (2)$$

其中,噪声电压  $V_n(t) = V_0 \phi_n(t) \sin(2\pi v_0 t)$ ,  $V_0$  表示被测信号的幅度,  $v_0$  表示被测信号的载波频率.根据相关函数理论:

$$\begin{aligned} R_{V_n}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_n(t) V_n(t+\tau) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_0^2 \phi_n(t) \phi_n(t+\tau) \sin(2\pi v_0 t) \sin(2\pi v_0 (t+\tau)) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_0^2 \phi_n(t) \phi_n(t+\tau) \frac{1}{2} [\cos(2\pi v_0 \tau) - \\ &\quad \cos(4\pi v_0 t) \cos(2\pi v_0 \tau) + \sin(4\pi v_0 t) \sin(2\pi v_0 \tau)] dt. \end{aligned} \quad (3)$$

由于  $\phi_n(t) \phi_n(t+\tau)$  与  $\cos(4\pi v_0 t)$  和  $\sin(4\pi v_0 t)$  为不相关,当  $\tau$  一定时,  $\cos(2\pi v_0 \tau)$  为常数,故

$$\begin{aligned} R_{V_n}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \frac{1}{2} V_0^2 \phi_n(t) \phi_n(t+\tau) \cos(2\pi v_0 \tau) dt = \\ &= \frac{1}{2} V_0^2 \cos(2\pi v_0 \tau) R_{\phi_n}(\tau), \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $R_{\phi_n}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \phi_n(t) \phi_n(t+\tau) dt$ , 是  $\phi_n(t)$  的自相关函数.

根据维纳-辛钦定理,相位噪声  $\phi_n(t)$  的双边带功率谱密度  $S_{\phi_n}(\omega)_2$  可以表示为

$$S_{\phi_n}(\omega)_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\phi_n}(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau. \quad (5)$$

因此,噪声电压  $V_n(t)$  的双边带功率谱密度  $S_{V_n}(\omega)_2$  为

$$\begin{aligned} S_{V_n}(\omega)_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_{V_n}(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} V_0^2 \cos(2\pi v_0 \tau) R_{\phi_n}(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} V_0^2 R_{\phi_n}(\tau) \exp(-j\omega\tau) \frac{\exp(-ju_0\tau) + \exp(ju_0\tau)}{2} d\tau = \end{aligned}$$

<http://www.xdx.net>

$$\frac{P_s}{2} [S_{\phi_n}(\omega + u_0)_2 + S_{\phi_n}(\omega - u_0)_2] \quad , \quad (6)$$

其中,  $P_s = V_0^2/2$ , 为载频信号功率;  $u_0 = 2\pi\nu_0$ .

噪声电压的单边带功率谱密度为

$$S_{V_n}(\omega) = 2S_{V_n}(\omega)_2 = P_s [S_{\phi_n}(\omega + u_0)_2 + S_{\phi_n}(\omega - u_0)_2] \quad , \quad (7)$$

其中,  $S_{\phi_n}(\omega + u_0)_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\phi_n}(\tau) \exp(-j(\omega + u_0)\tau) d\tau$ ,  $S_{\phi_n}(\omega - u_0)_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\phi_n}(\tau) \exp(-j(\omega - u_0)\tau) d\tau$ , 分别是  $u = \pm u_0$  的射频噪声双边带功率谱度.

噪声电压的相对单边带功率谱密度为

$$L_{V_n}(\omega) = \frac{S_{V_n}(\omega)}{P_s} = S_{\phi_n}(\omega + u_0)_2 + S_{\phi_n}(\omega - u_0)_2 = 2S_{\phi_n}(\omega - u_0)_2 = S_{\phi_n}(\omega - u_0) = S_{\phi_n}(\omega + u_0) \quad . \quad (8)$$

又因为射频单边带功率谱密度  $S_{\phi_n}(\omega - u_0)$  与基带单边带功率谱密度  $S_{\phi_n}(\Delta\omega)$  有以下关系:

$$S_{\phi_n}(\omega - u_0) = S_{\phi_n}(\Delta\omega)/2 \quad , \quad (9)$$

其中,  $\Delta\omega$  为基带调制角频率, 因而式(8)可写为

$$L_{V_n}(\omega) = \frac{1}{2} S_{\phi_n}(\Delta\omega) \quad ,$$

即

$$L_{V_n}(u_0 + \Delta\omega) = \frac{1}{2} S_{\phi_n}(\Delta\omega) \quad . \quad (10)$$

式(10)中将角频率代换为傅氏频率  $f$ , 则可表示为

$$L(f) = \frac{1}{2} S_{\phi_n}(f) = S_{\phi_n}(f)_2 \quad . \quad (11)$$

式(11)表明被测信号的单边带相位噪声  $L(f)$  等于噪声信号  $\phi_n(t)$  的单边带功率谱密度  $S_{\phi_n}(f)$  的一半, 由此可通过计算噪声信号  $\phi_n$  的功率谱密度测量被测信号的单边带相位噪声.

## 1.2 脉冲调制对信号相位噪声的影响

图 1 为在频域表示的信号脉冲调制的过程, 其中图 1(a) 为脉冲调制前含有相位噪声的单频信号, 图 1(b) 为用于调制的脉冲信号, 图 1(c) 为含有相位噪声的单频信号和脉冲信号的卷积示意图, 图 1(d) 为脉冲调制后信号的功率谱. 图 1 表示了脉冲调制过程对信号相位噪声的影响.

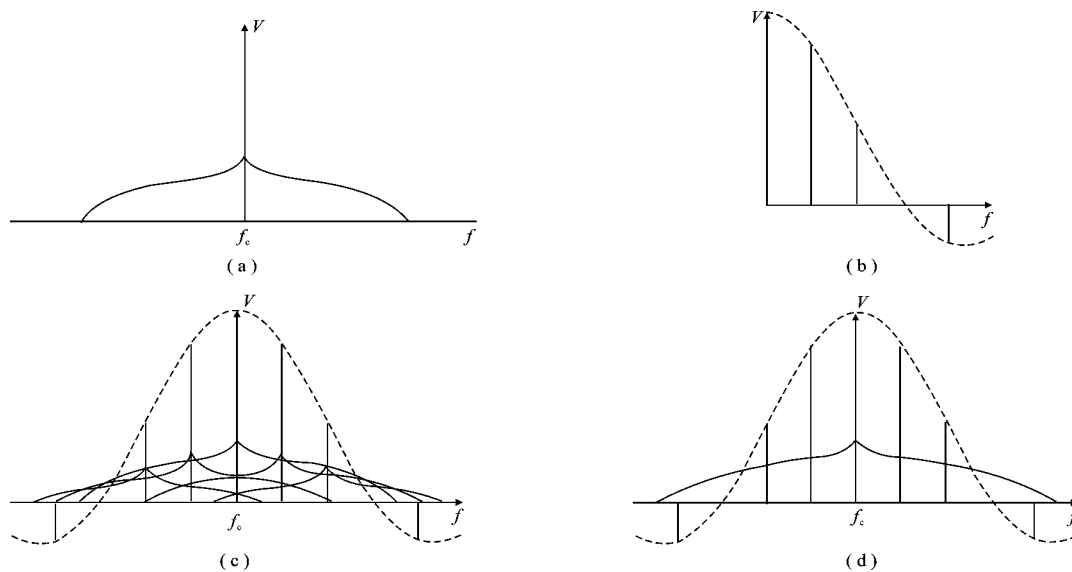


图 1 脉冲调制过程对信号相位噪声的影响

一般情况下, 在信号近载波处(频偏约  $0 \sim 100$  Hz)信号噪声功率曲线的下降斜率约为每 10 倍频偏  $20 \sim 40$  dB. 由图 1 可知, 脉冲调制过程主要会对信号噪声功率带来两个方面的影响: (1) 在脉冲重复频率(PRF)

的整数倍处会出现周期性杂散; (2) 在其他频偏处信号噪声功率将下降。

由此可知, 脉冲调制过程会对信号的噪声功率带来影响. 在要求不高的测量中可以忽略该影响, 采用与连续信号相同的功率谱估计算法. 但在要求较高的相位噪声测量中, 这将不可忽略, 必须对噪声功率谱估计方法进行改进.

## 2 基于 Welch 法的噪声功率谱估计方法

功率谱估计是数字信号处理技术的重要内容. 信号的功率谱估计方法主要分为非参数模型法和参数模型法, 其中 Welch 法是针对非参数模型法估计方差问题的一种改进算法. Welch 法采用平均分段的方法, 通过段间重叠增加分段段数, 更好地改进了功率谱估计的方差性能. 通过每段不同的窗函数在分辨率和频谱泄漏之间进行平衡.

### 2.1 Welch 法功率谱估计的性能

Welch 法是对自相关法的一种改进方法, 是在 Bartlett 法的基础上允许重叠分段和加矩形窗以外的窗函数. 在数据分段时允许数据之间有重叠, 就增加了谱估计过程中被平均的周期图数, 这样可以获得更好的方差改善效果; 在计算周期图时引入时间窗可以更好地控制估计结果的偏差和分辨率特性; 时间窗对每一段子样本序列末端数据的加权较小, 这样对相邻段数据具有去相关的作用, 可以更有效地减小谱估计的方差, 在实际测量中也有利于改善脉冲开关瞬间鉴相器瞬态输出的影响.

Welch 法功率谱估计式为

$$\tilde{P}_w(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \hat{P}_i(\omega) = \frac{1}{MUL} \sum_{i=1}^L \left| \sum_{m=1}^M x_i(m) d(m) \exp(-j\omega m) \right|^2, \quad (12)$$

其中,  $\tilde{P}_w(\omega)$  为 Welch 法功率谱估计结果;  $\hat{P}_i(\omega)$  为第  $i$  段的功率谱估计;  $L$  为总的分段数;  $M$  为每段的数据点数;  $d(m)$  为窗函数.  $U = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |d(m)|^2$ , 为归一化因子.

$$\begin{aligned} \tilde{P}_w(\omega) &= \frac{1}{MUL} \sum_{i=1}^L \left| \sum_{m=1}^M x_i(m) d(m) \exp(-j\omega m) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{MU} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M d(m) d^*(n) \left[ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x_i(m) x_i^*(n) \right] \exp(-j\omega(m-n)) \approx \\ &= \frac{1}{MU} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M d(m) d^*(n) \tilde{r}(m-n) \exp(-j\omega(m-n)) = \\ &= \sum_{\tau=-(M-1)}^{M-1} \left[ \frac{1}{MU} \sum_{m=1}^M d(m) d^*(m-\tau) \right] \tilde{r}(\tau) \exp(-j\omega\tau) = \\ &= \sum_{\tau=-(M-1)}^{M-1} W(\tau) \tilde{r}(\tau) \exp(-j\omega\tau), \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $W(\tau) = \frac{1}{MU} \sum_{m=1}^M d(m) d^*(m-\tau)$ , 为时间窗的归一化功率. 因此, 使用的时间窗函数对 Welch 法谱估计结果有着重要影响.

### 2.2 针对脉冲调制信号相位噪声测量的谱估计方法改进

针对脉冲调制信号相位噪声测量中鉴相器输出为等周期分段的噪声信号, 结合 Welch 法中数据分段的思想, 笔者利用该方法对分段的噪声信号进行功率谱估计以完成其相位噪声测量要求. 针对脉冲调制信号噪声特征的分段方法如图 2 所示.

利用该方法进行脉冲调制信号噪声功率谱估计有以下优势: 根据脉冲调制信号测量时鉴相器输出呈现周期脉冲的特点, 可以很好地利用 Welch 法的数据分段思想; 在实际测量中, 鉴相器在脉冲开关瞬间, 即每段脉冲数据两端时可能产生致使放大器饱和的瞬态输出, Welch 法加窗减小这部分数据计算权值的处理可以有效地减小这一影响. 但 Welch 法的分段具有平均的特点, 所加窗函数的主瓣宽度会影响估计结果的分辨率.

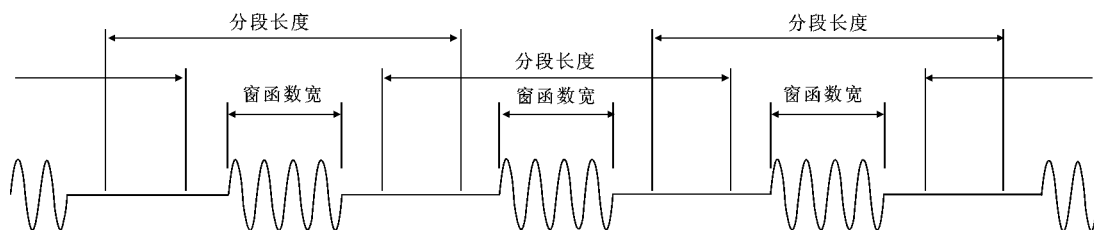


图 2 针对脉冲调制信号的 Welch 法数据分段和加窗方案示意图

分辨率,因此 Welch 法在改善谱估计方差和上述问题的同时降低了相位噪声测量结果的频率分辨率.实际测量中可通过增加采样样本点数来缓解这一影响.表 1 列出了针对脉冲调制信号相位噪声测量中 Welch 法和其他常用方法的比较.

表 1 针对脉冲调制信号相位噪声测量中 Welch 法和其他常用方法的比较

方法	针对脉冲调制信号相位噪声测量的优势	针对脉冲调制信号相位噪声测量的不足
Welch 法	分段和窗函数改善方差,解决脉冲性、脉冲开关瞬间鉴相器的瞬态输出等问题	分辨率降低,可通过增加采样点数缓解
Bartlett 法	分段改善方差,解决被测信号脉冲性问题	分段段数少,不易改善脉冲开关瞬间输出问题
自相关法	计算量小	方差大,不能解决脉冲调制信号的脉冲性问题
直接法	计算量小,方法直观.性能与自相关法等价	方差大,不能解决脉冲调制信号的脉冲性问题

### 3 实验结果及分析

仿真实验采用带有相位噪声的正弦信号作为被测信号,其中相位噪声采用高斯白噪声和闪烁噪声构成.包含噪声的连续波仿真信号为

$$f(t) = 5 \sin(2\pi ft + \varphi(t)) \quad (14)$$

其中,  $f=1000$  Hz,  $\varphi(t)$  是由高斯白噪声和闪烁噪声相加构成的仿真噪声.仿真中脉冲调制的占空比为 50%.仿真在 Matlab 软件中进行.工程中常利用快速傅里叶变换计算信号功率谱的方法称为直接法.直接法的性能与自相关法等价,因此,限于篇幅,下面只给出 Welch 法与自相关法的功率谱估计结果比较.

图 3 所示为利用自相关法进行噪声功率谱估计的仿真结果.由仿真结果可以看出,由于脉冲调制过程的影响,脉冲调制后的功率谱曲线出现了许多谐波噪声,谐波频率点外的噪声功率有所下降,不能很好地测量信号本身的相位噪声.

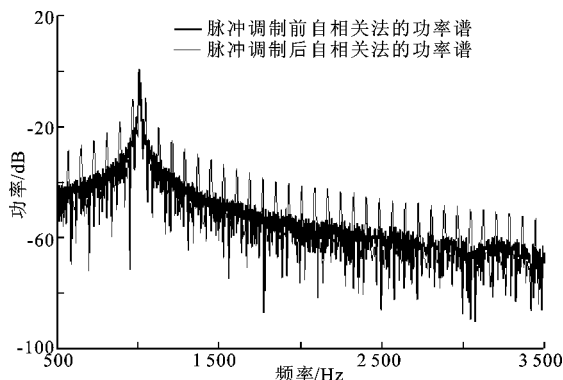


图 3 脉冲调制前后自相关法谱估计效果比较

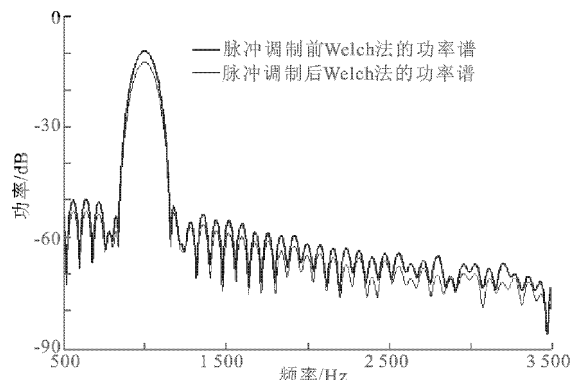


图 4 脉冲调制前后 Welch 方法谱估计效果比较

图 4 所示为采用 Welch 方法进行噪声功率谱估计的仿真结果.仿真中采用的窗函数是海明窗 (hamming) 函数,窗宽为 1250 点,重叠度为 4%.由仿真结果可以看出,采用基于 Welch 法的噪声功率谱估计方法,估计结果的方差性能有了很大的改善,脉冲调制前后噪声谱曲线的差异很小,由脉冲调制后的信号能较好地测量脉冲调制前信号的相位噪声.但较自相关法,该方法仿真结果的分辨率有所下降,这与 2.2 节

中的分析是一致的。

图3中脉冲调制前后噪声功率谱估计结果的均方误差为6.992 dB;图4中脉冲调制前后噪声功率谱估计结果的均方误差为3.204 dB.图5给出了采用笔者提出的Welch法估计的脉冲调制前后信号的噪声功率谱的误差的绝对值曲线和自相关法估计的脉冲调制前后信号的噪声功率谱的误差的绝对值曲线的比较.此仿真结果表明该方法在脉冲调制信号相位噪声测量中的正确性和有效性。

## 4 总 结

笔者将Welch法应用于脉冲调制信号相位噪声测量中,针对脉冲调制信号的调制参数选择Welch法功率谱估计的参数,解决在脉冲调制下噪声功率相互混叠造成噪声功率减退情况下的相位噪声测量问题.相对于传统的快速傅里叶变换方法或自相关法,笔者采用的方法很好地适应了噪声信号的随机性和脉冲性,利用具有重叠度的数据分段提高了谱估计的方差性能;利用时间窗函数调整谱估计的偏差和分辨率特性;利用时间窗函数的权值消除脉冲开关点可能存在的鉴相器瞬态输出的影响.仿真结果表明了该方法的正确性和有效性.在仿真中,利用该方法可正确测量脉冲调制信号的噪声功率谱,相对于脉冲调制前,噪声功率谱的均方误差由自相关法的6.992 dB降低至3.204 dB.

### 参考文献:

- [1] Barnes J A. Characterization of Frequency Stability[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1971, 20(2): 105-120.
- [2] Angrisani L, Baccigalupi A, D'Arcy M. Evaluating Phase Noise Power Spectrum with Variable Frequency Resolution [J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2004, 53(3): 685-691.
- [3] Chorti A, Brookes M. A Spectral Model for RF Oscillators with Power-law Phase Noise[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2006, 53(9): 1989-1999.
- [4] Chen X L, Zhang X F, Wang J L. A New Algorithm for Eliminating the Frequency Difference in Phase Noise Measurement of the Microwave Signal[J]. Progress in Electromagnetics Research M, 2012, 23: 13-28.
- [5] 庄瑞. 高分辨率射频脉冲信号谱估计的研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2003.
- [6] 薛海中, 李鹏, 张娟, 等. 基于局部频谱连续细化的高精度频率估计算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2007, 34(1): 21-25.  
Xue Haizhong, Li Peng, Zhang Juan, et al. High-accuracy Frequency Estimation Based on the Continuous Zoom in the Local Spectrum[J]. Journal of Xidian University, 2007, 34(1): 21-25.
- [7] 杨远望. 射频脉冲谱估计的研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2004.
- [8] 张佳明. 非参数模型谱估计算法性能比较[J]. 天津理工大学学报, 2009, 25(4): 19-22.  
Zhang Jiaming. Nonparametric Model Power Spectrum Density Estimation and Comparison [J]. Journal of Tianjin University of Technology, 2009, 25(4): 19-22.
- [9] 陈虹丽, 李爱军, 贾红宇. 海浪信号的实时仿真和谐估计[J]. 电机与控制学报, 2007, 11(1): 93-96.  
Chen Hongli, Li Aijun, Jia Hongyu. Real Time Simulation and Spectral Analysis of Sea Wave Signal [J]. Electric Machines and Control, 2007, 11(1): 93-96.
- [10] Zolfaghari R. A Comparison between Different Windows in Spectral and Cross Spectral Analysis Techniques with Kalman Filtering for Estimating Power Quality Indices[J]. Electric Power Systems Research, 2012, 84(1): 128-134.

(编辑: 郭 华)

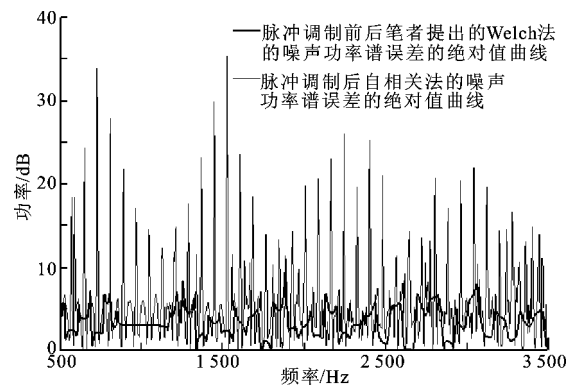


图5 Welch方法和自相关法估计结果的误差比较