《大学物理》课程教师简介

个人主页

教师： 汪加洁

Email: wangjiajie@xidian.edu.cn

个人简介：

■物理学博士（光学方向），副教授（西安电子科技大学 物理与光电工程学院 ）

学术经历：

■2016.03-2017.03 德国莱布尼茨材料科学研究所（Leibniz Institute of Material Science） 访问学者

■2008.09-2011.12 法国国立应用科学学院鲁昂分院（INSA De Rouen）物理学博士学位

■2002.09-2006.07 西安电子科技大学 电子信息科学与技术 理学学士学位

主要研究方向：

■激光波束的调控及光场计算；数字全息及应用；微粒的光操纵及应用；复杂目标对调控电磁（激光）波束的散射特性研究；电磁波束在复杂随机介质中的传播与散射；

项目简介：

■主持并完成有国家自然科学基金项目，陕西省自然科学基金项目，留学回国人员科研启动基金项目，国家博士后科学基金项目，浙江大学重点实验室开放基金项目等，并作为主要完成人参与了法国驻华大使馆资助的中法合作项目，国家自然科学基金项目，973子课题，欧盟区域发展基金项目等。已发表学术论文40余篇，参与编写专著或教材2部。

§ 12-7　能量均分定理

引言：

在分子的热运动中，若把分子看成质点，则运动形式仅仅具有平动。

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2}kT$$

但是如果考虑分子的具体结构，则：

分子的运动形式：	平动	转动	振动
分子的能量形式：	平动动能	转动动能	振动能

为了分析分子热运动能量分布的统计规律，引入**自由度**概念。

§ 12-7　能量均分定理

一、自由度 *i*

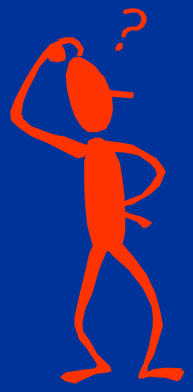
——确定一个物体空间位置所需要的独立坐标数。

1. 自由运动质点的自由度 （平动自由度）

三维空间自由运动：　$i=3$　（如：飞机）

平面/曲面上自由运动：　$i=2$　（如：轮船）

直线/曲线上自由运动：　$i=1$　（如：汽车）



思考：

若质点作平面上作圆周运动，　$R^2=x^2+y^2$，

那么，$i=?$

2. 轴对称刚棒的自由度

质心位置： $i_{平} = 3$

棒的方位取向： $i_{转} = 2$ ⇒ $i = 5$

3. 不规则刚体的自由度（如：飞机）

质心位置： $i_{平} = 3$

轴的方位取向：

绕轴转动角度： $i_{转} = 3$ ⇒ $i = 6$

4. 理想气体分子的自由度

单原子分子： $i=3$ （如：He、Ne、Ar、Kr……）

双原子分子： $i=5$ （如：H_2、O_2……）

多原子分子： $i=6$ （如：H_2O、NH_3……）

（CO_2等直线型排布结构的分子除外）

二、能量按自由度均分定理

对于平衡态下的理想气体分子，根据统计假设，由于分子间的极其频繁的碰撞，使得分子沿各个方向运动的几率相等；

理想气体分子的平均平动动能为：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$\frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon^2} = \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_x^2} + \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_y^2} + \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_z^2}$$

$$\frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_x^2} = \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_y^2} = \frac{1}{2}\mu\overline{\upsilon_z^2} = \frac{1}{2}kT$$

气体分子平动时，每个自由度上具有相同的热运动能量。

结论：在温度为T的平衡状态下，分子的每个自由度的平均动能均为 $\frac{1}{2}kT$ 。 ——能量按自由度均分定理。

说明：

(1) 能量均分定理是分子热运动动能的统计规律。

能量按自由度均分是大量分子统计平均的结果，是分子间的频繁碰撞而致。

(2) 在温度为*T* 的平衡状态下，

分子的每个自由度的平均动能均为 $\frac{1}{2}kT$ 。

若某种刚性气体分子具有*t* 个平动自由度和*r* 个转动自由度

则每个气体分子的平均总动能为 $\frac{1}{2}(t+r)kT$

设气体分子自由度为*i*，则该分子的平均总动能为

$$\frac{1}{2}(t+r)kT=\frac{i}{2}kT$$

三、理想气体的内能

内能 ——系统中与热现象有关的那部分能量

理想气体的内能 ＝平动动能＋转动动能＋分子之间势能

$\frac{1}{2}kT$ ——一个分子、一个自由度上具有的平均动能；

$\frac{3}{2}kT$ ——一个分子的平均平动动能；

$\frac{i}{2}kT$ ——自由度为*i* 的一个分子的平均动能；

$N_0 \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}RT$ ——自由度为*i* 的1mol理想气体的内能；

$\frac{m}{M_{mol}} \cdot \frac{i}{2}RT = \nu \cdot \frac{i}{2}RT$ ——自由度为*i* 的*νmol* 理想气体的内能；

$$\boxed{E = \frac{m}{M_{mol}} \cdot \frac{i}{2}RT = \frac{i}{2}\nu RT}$$

讨论

$$E=\frac{m}{M_{mol}}\cdot\frac{i}{2}RT=\frac{i}{2}\nu RT$$

1. 一定量的理想气体的内能完全取决于气体分子的自由度*i*和温度T，而与气体的P、V无关。

2. 对同一种气体△T相同， 则△E相同，与具体过程无关。

$$\Delta E=\frac{m}{M_{mol}}\cdot\frac{i}{2}R\Delta T=\frac{i}{2}\nu R\Delta T$$

3. 对不同气体，如均为1mol的He、O_2、H_2O，温度升高相同的△T， 则内能的增量△E分别为:

He: $\Delta E=\frac{3}{2}R\Delta T$

O_2: $\Delta E=\frac{5}{2}R\Delta T$

H_2O: $\Delta E=\frac{6}{2}R\Delta T$

例：一容器内理想气体N_2的温度为273K，压强为$p=1.0\times10^{-3}$atm

求：(1) 气体分子的平均平动动能和平均转动动能？

(2) 单位体积内气体分子的总平动动能？

(3) 设该气体有0.3 mol，气体的内能？

解 (1)

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times273 = 5.56\times10^{-21}\ \mathrm{J}$$

$$\bar{\varepsilon}_r = kT = 1.38\times10^{-23}\times273 = 3.77\times10^{-21}\ \mathrm{J}$$

(2) 单位体积内气体分子的总平动动能为

$$E_t = \bar{\varepsilon}_t\cdot n = \bar{\varepsilon}_t\cdot\frac{p}{kT} = 5.56\times10^{-21}\times\frac{1.013\times10^{2}}{1.38\times10^{-23}\times273}$$

$$= 1.52\times10^{2}\ \mathrm{J/m^3}$$

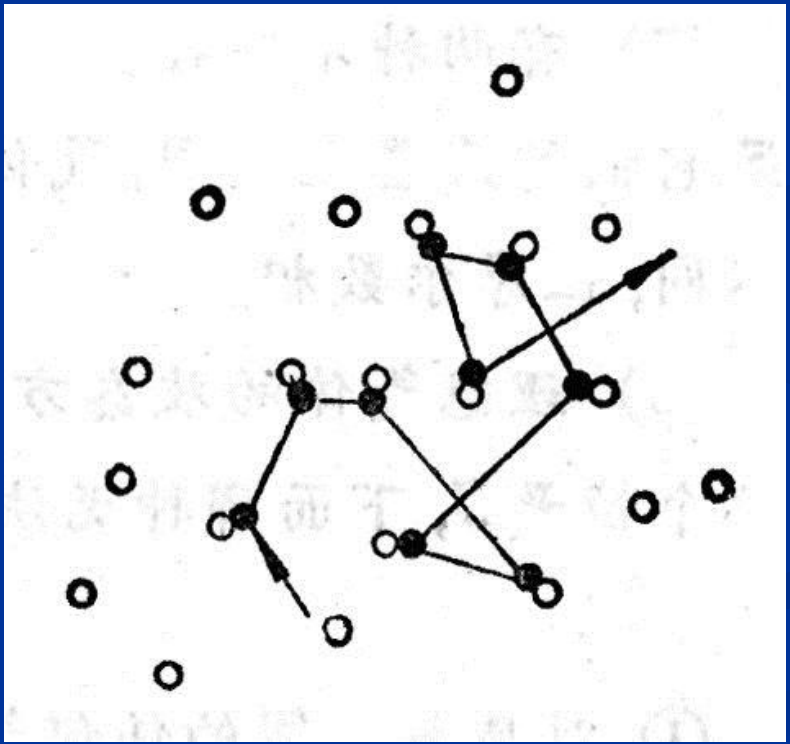
(3) 由气体的内能公式，有

$$E = \frac{m}{M}\cdot\frac{i}{2}RT = 0.3\times\frac{5}{2}\times8.31\times273 = 1.70\times10^{3}\ \mathrm{J}$$

45分钟内容（课间休息）

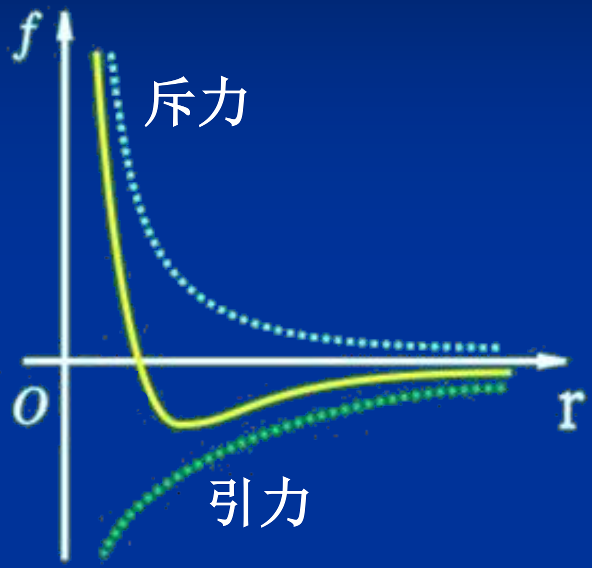
§ 12-10　气体分子的碰撞和平均自由程

引言： 常温下分子的平均速率可达上百甚至上千米每秒。但是如果在教室的前排开启一瓶香水，后排的同学能马上闻到香水味吗？为什么不能？



§ 12-10 气体分子的碰撞和平均自由程

分子的有效直径：d



(分子力与分子间距离的关系)

由分子力与分子距离的关系，有

$f=0 \longrightarrow r_0 \approx 10^{-10}\ \mathrm{m}$

(平衡位置)

$r>r_0$ 分子力表现为引力

$r<r_0$ 分子力表现为斥力

分子碰撞过程：

引力作用下，分子加速靠近	→	r_0处引力为零，仍具动能	→	斥力作用下，减速靠近

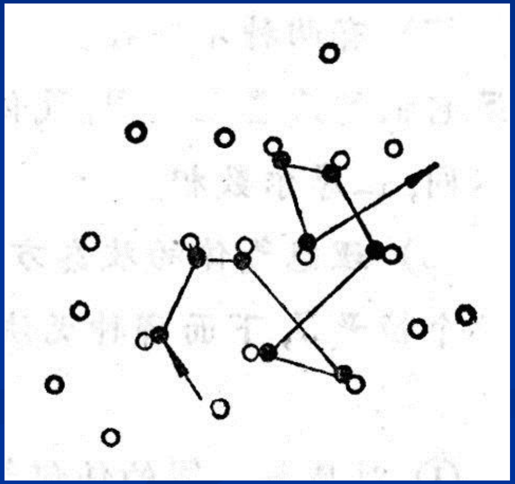
设动能为零时，r＝d ——分子的有效直径

一、平均自由程　平均碰撞频率

自由程λ：　一个分子连续二次碰撞之间通过的路程。

碰撞频率z：一个分子在1s内和其它分子碰撞的次数。

（偶然的、不可预测的）



平均自由程 $\bar{\lambda}$　平均碰撞频率 $\bar{z}$

对大量分子、多次碰撞的统计平均值

二者关系：$\bar{\lambda}\cdot\bar{z}=\bar{\upsilon}\cdot 1s$

二、$\bar{z}$ 和 $\bar{\lambda}$ 的统计规律

(1) 同种分子 分子有效直径 $d\sim 10^{-10}m$

(2) 只有一个分子动，其余不动，相对运动速度为 $\bar{u}$

(3) 弹性碰撞

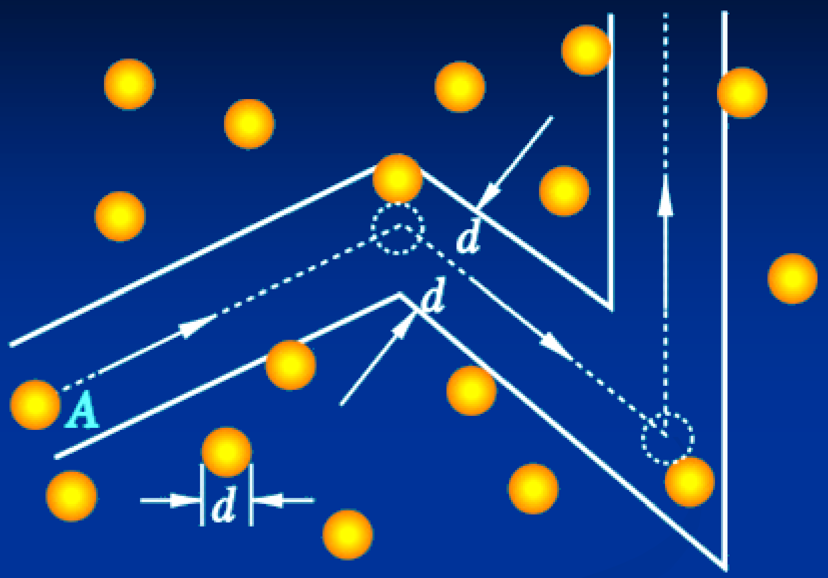
(4) 分子数密度为 ***n***

单位时间内与分子 A 发生碰撞的分子数为

$$n\pi d^2 \bar{u}$$

平均碰撞频率为

$$\bar{Z} = n\pi d^2 \bar{u}$$



上述是假定一个分子运动的结果。考虑到所有分子实际上都在运动时。例如，一个分子速度 $\vec{\upsilon}'$，另一分子速度 $\vec{\upsilon}$，则相对速度 $\vec{u} = \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}'$

$$u^2 = \upsilon^2 + \upsilon'^2 - 2\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}'$$

$$u^2 = \upsilon^2 + \upsilon'^2 - 2\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}'$$

取平均 $\overline{u^2} = \overline{\upsilon^2} + \overline{\upsilon'^2}$ $\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}'$平均值为零

忽略速率方均与均方的差别，则 $\bar{u}^2 \simeq \bar{\upsilon}^2 + \bar{\upsilon}'^2$

当所有分子是全同时，$\bar{u} = \sqrt{2}\bar{\upsilon}$。则

平均碰撞频率：$\bar{Z} = \sqrt{2}\, n\pi d^2 \bar{\upsilon}$

平均自由程：$\bar{\lambda} = \dfrac{\bar{\upsilon}}{\bar{Z}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

平均碰撞频率： $\bar{Z}=\sqrt{2}\,n\pi d^2\bar{v}$

平均自由程： $\bar{\lambda}=\dfrac{\bar{v}}{\bar{Z}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

用宏观量 p、T表示的平均碰撞频率和平均自由程：

$$\bar{Z}=\sqrt{2}\,n\pi d^2\sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}}$$

$$\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

讨论

1. 平衡态下，对确定的气体，$\bar{Z}$、$\bar{\lambda}$是确定的值 。

2. 当平均速率 $\bar{v}$增大时，平均自由程 $\bar{\lambda}$是否也随之增大？

$$\overline{Z} = \sqrt{2}\, n\pi d^2 \overline{v}$$

例：估算氢气分子在标准状态下的平均碰撞频率

解：在标准状态下，有

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}} \qquad \overline{v} \approx 1.70\times 10^3\ \mathrm{m/s}$$

$$n = \frac{P}{kT} \qquad n \approx 2.7\times 10^{25}\ \mathrm{m}^{-3}$$

（**Loschmindt constant**）

标准状态下单位体积内的分子数，称为洛喜密托常数。

对氢气分子取 $d \approx 2\times 10^{-10}\ \mathrm{m}$，则 $\overline{Z} \approx 7.95\times 10^9\ \mathrm{s}^{-1}$

常温常压下，一个分子在一秒内平均要碰撞几十亿次，可见气体分子之间的碰撞是多么的频繁！

例： 真空管的线度为 10^{-2} m，其中真空度为 1.33×10^{-3} Pa 。
设空气分子的有效直径为 3×10^{-10} m 。

求： 27℃ 时单位体积内的空气分子数、平均自由程

解： 由气体的状态方程, 有

$$n=\frac{p}{kT}=\frac{1.33\times10^{-3}}{1.38\times10^{-23}\times300}=3.21\times10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$$

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi(3\times10^{-10})^2\times3.21\times10^{17}}$$

$$=7.79\,\mathrm{m}$$

在这种情况下气体分子相互之间很少发生碰撞，只是不断地来回碰撞真空管的壁，因此气体分子的平均自由程就应该是容器的线度。 即

$$\bar{\lambda}=10^{-2}\,\mathrm{m}$$

45分钟内容（本节课结束）