《大学物理》课程教师简介

Email: wangjiajie@xidian.edu.cn

个人简介:

■物理学博士(光学方向),副教授(西安电子科技大学物理与光电工程学院)



学术经历:

- ■2016.03-2017.03 德国莱布尼茨材料科学研究所(Leibniz Institute of Material Science) 访问学者
- ■2008.09-2011.12 法国国立应用科学学院鲁昂分院(INSA De Rouen)物理学博士学位
- ■2002.09-2006.07 西安电子科技大学 电子信息科学与技术 理学学士学位

主要研究方向:

■激光波束的调控及光场计算;数字全息及应用;微粒的光操纵及应用;复杂目标对调控电磁(激光)波束的散射特性研究;电磁波束在复杂随机介质中的传播与散射;

项目简介:

■主持并完成有国家自然科学基金项目,陕西省自然科学基金项目,留学回国人员科研启动基金项目,国家博士后科学基金项目,浙江大学重点实验室开放基金项目等,并作为主要完成人参与了法国驻华大使馆资助的中法合作项目,国家自然科学基金项目,973子课题,欧盟区域发展基金项目等。已发表学术论文40余篇,参与编写专著或教材2部。

§ 12-5 麦克斯韦速率分布律

引言:

在没有外力场的情况下,气体达到平衡态时:

宏观上: 分子数密度、压强和温度处处相等;

理想气体状态方程

$$PV = \nu RT$$
 $P = n K T$

微观上: 分子处于无规则运动,各个分子的速率不相等;

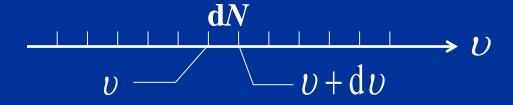
单个分子: 速率是随机的,取值[0,c)内的任意值;

大量分子: 速率分布遵从确定的、稳定的分布规律:

§ 12-5 麦克斯韦速率分布律

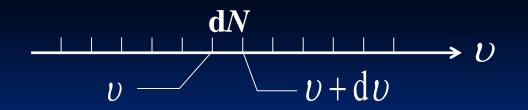
一、速率分布函数及其意义

假设有N个分子,分子速率取值区间[0, c); 将取值区间分成大小间距等大的速率区间 d υ



dv 宏观上足够小 ——不计偏差,此区间内粒子速率均为v 微观上足够大 ——区间内仍包含大量分子

速率	$v_1 \sim v_2$	$v_2 \sim v_3$	 $v_{\rm i} \sim v_{\rm i} + { m d} v$	
分子数 按速率分布	$\mathrm{d}N_1$	$\mathrm{d}N_2$	 $\mathrm{d}N_{\mathrm{i}}$	
分子数比率 按速率的分布	dN_1/N	dN_2/N	 $\mathrm{d}N_{\mathrm{i}}/\mathrm{N}$	



速率	$v_1 \sim v_2$	$v_2 \sim v_3$	 $v \sim v + dv$	
分子数 按速率分布	$\mathrm{d}N_1$	dN_2	 $\mathrm{d}N$	
分子数比率 按速率的分布	dN_1/N	dN_2/N	 dN/N	

dN/N与那些因素有关?

- (1) dN与区间大小dv成正比;
- (2) dN与速率 U 有关, 即与速率区间位置有关;

 $[v_1 \sim v_2] 的 dN_1 \neq [v_2 \sim v_3] 的 dN_2$

引入f(v): 分子速率分布函数

dN/N与那些因素有关?

- (1) dN与区间大小dv成正比;
- (2) dN与速率 U 有关, 即与速率区间位置有关;

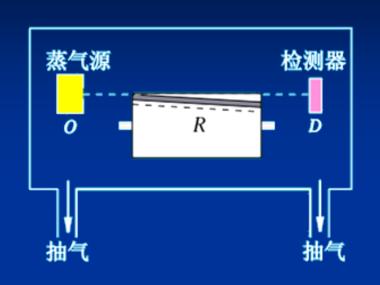
 $[v_1 \sim v_2] \text{的d}N_1 \neq [v_2 \sim v_3] \text{的d}N_2$

引入f(v): 分子速率分布函数

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = f(v)\mathrm{d}v$$

$$f(v) = \frac{dN}{N} \frac{1}{dv}$$
 在速率v附近单位速率区间中的
分子数占总的分子数的比率

二、气体分子速率的实验测定

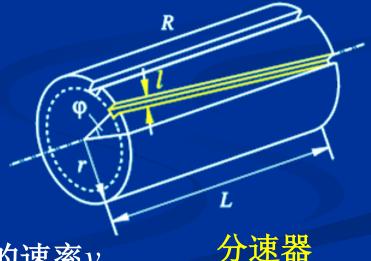


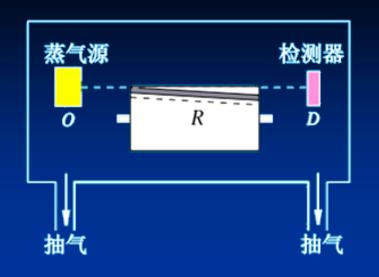
铝合金圆柱R(分速器): L=20.4cm,r=10cm,螺 旋形细槽的入口与出口间夹角 φ 的大小4.8°,角速度 ω

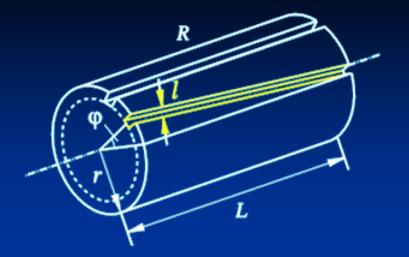
1、能通过细槽的分子所满足的条件:

$$\frac{L}{v} = \frac{\varphi}{\omega} \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{\omega}{\varphi}L$$

通过改变角速度 ω 的大小,选择不同的速率 ν







(1) 通过改变角速度 ω 的大小,选择速率 ν

$$v = \frac{\omega}{\varphi}L$$

(2) 改变细槽的宽度,选择不同的速率区间大小

$$\frac{\left|\Delta\upsilon\right|}{\upsilon} = \frac{\Delta\phi}{\phi}$$

(3) 沉积在检测器上的金属层厚度正比于通过的分子数

$$\frac{\Delta d}{d} \propto \frac{\Delta N}{N}$$

三、麦克斯韦速率分布律

在没有外力场情况下,处于平衡态的理想气体,单位速率 区间内分子数占总分子数的百分数按速率v的分布规律。

速率	$v_1 \sim v_2$	$v_2 \sim v_3$	 $v \sim v + \mathrm{d}v$	
分子数按速率 的分布	$\mathrm{d}N_1$	$\mathrm{d}N_2$	 $\mathrm{d}N$)
分子数比率 按速率的分布	dN_1/N	dN_2/N	 dN/N	

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = f(v)\mathrm{d}v$$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\mu v^2/2kT}$$

 μ — 单个分子的质量 k — 玻尔兹曼常数

—— 麦克斯韦速率分布函数

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\mu v^2/2kT}$$

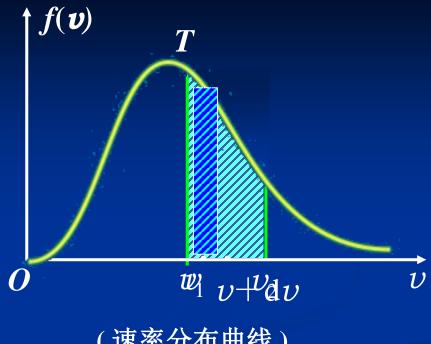
——麦克斯韦速率分布函数

1. f(v) 的物理意义:

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv$$
 — 速率 v 处单位速率区间内的分子数占总分子数的百分比 $f(v)dv = \frac{dN}{N}$ — $v \sim v + dv$ 内的分子数占总分子数的百分比 $N f(v)dv = dN$ — $v \sim v + dv$ 内的分子数 $\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \frac{\Delta N}{N}$ — $v_1 \sim v_2$ 内的分子数占总分子数的百分比 $\int_{0}^{\infty} f(v)dv = 1$ — 整个速率区间内的分子数占总分子数的百分比

2. 麦氏速率分布曲线

- >由图可见, 气体中速率 很小、速率很大的分子数 都很少。
- ▶ 窄条面积: $f(v)dv = \frac{dN}{N}$ 表示速率分布在v~v+ dv 中的分子百分数



(速率分布曲线)

$$\triangleright$$
 宽条面积:
$$\int_{\nu_1}^{\nu_2} f(\nu) d\nu = \frac{\Delta N}{N}$$

表示速率分布在在火1~火2区间内的分子百分数

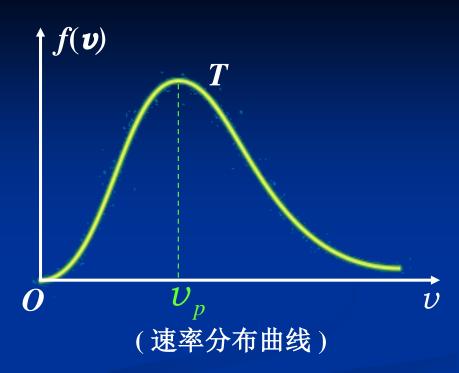
$$\rightarrow$$
曲线下总面积: $\int_0^\infty f(v) dv = 1$

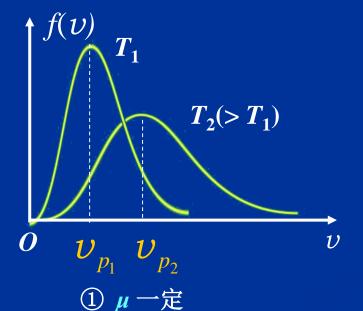
表示速率分布函数的归一化条件

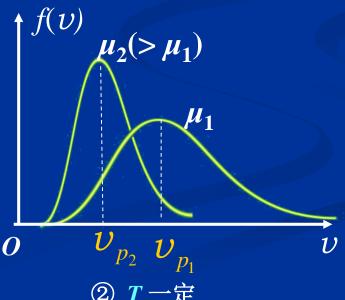
四、麦氏速率分布律的应用

1. 最概然 (可几) 速率 $v_{\rm p}$:

$$f(\nu_p) = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{8\mu}{\pi kT}} = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{8M_{mol}}{\pi RT}}$$







2. 利用
$$f(v)$$
求统计平均值:

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = f(v)\mathrm{d}v$$

平均速率
$$\bar{v} = \frac{\sum v_i \Delta N_i}{N} = \int v \frac{dN}{N}$$

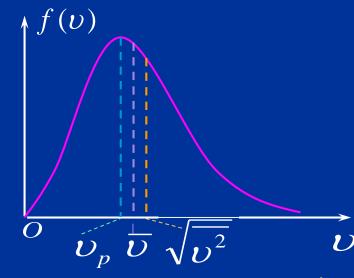
$$\overline{v} = \int_0^\infty v f(v) dv$$
$$= \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}} = 1.6\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

▶方均根速率

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{\sum \upsilon_i^2 \Delta N_i}{N} = \int \upsilon^2 \, \frac{\mathrm{d}N}{N}$$

$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{u}$$

$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{\mu} \qquad \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$$



讨论速率分布一般用 υ_p 讨论分子的碰撞次数用 7 讨论分子的平均平动动能用 12

$$\sqrt{\overline{v^2}} > \overline{v} > \overline{v}_p$$

讨论 1. 下列各式的物理意义:

$$f(v) \qquad f(v) dv \qquad \int_0^\infty f(v) dv \qquad \int_{v_p}^\infty f(v) dv$$

$$N f(v) \qquad N f(v) dv \qquad N \int_0^{v_p} f(v) dv \qquad N \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$$

$$\int_0^\infty v f(v) dv \qquad \int_0^\infty v^2 f(v) dv \qquad \int_0^\infty \frac{1}{2} \mu v^2 f(v) dv$$

2. υ1~υ2 区间内分子的平均速率:

$$\int_{o_1}^{b_2} \mathcal{V} f(v) \mathrm{d}v$$

$$\bar{\upsilon} = \frac{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} \upsilon dN}{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} dN} = \frac{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} \upsilon Nf(\upsilon) d\upsilon}{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} Nf(\upsilon) d\upsilon} = \frac{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} \upsilon f(\upsilon) d\upsilon}{\int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} f(\upsilon) d\upsilon}$$

45分钟内容(课间休息)

§ 12-8 玻尔兹曼分布律

当无外力场作用时,理想气体分子均匀分布在容器中, 宏观状态量(P,n,T)等处处相等:满足理想状态方程。

$$PV = \nu RT$$
 $P = n K T$

问题:

若有外力场存在,分子数密度如何分布呢? e.g. 重力场作用下分子数分布?

- (1) 分子热运动使分子的空间分布趋于均匀化
- (2) 重力场作用使得分子趋于地面

分子在空间形成一种非均匀的稳定分布。

(非均匀的稳定分布)

h+dh

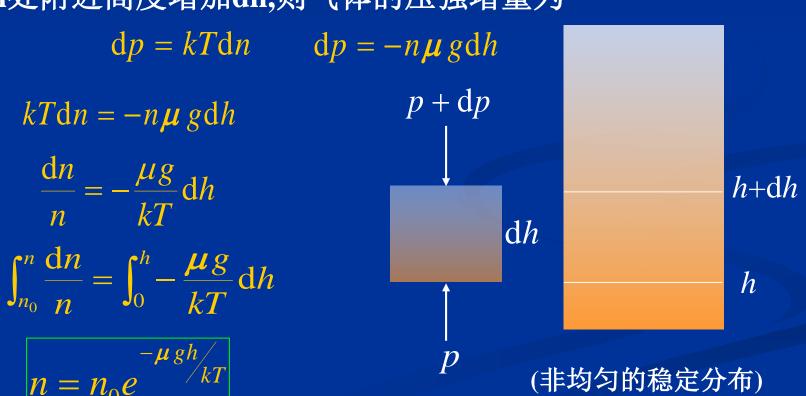
h

一、重力场中粒子按高度的分布

平衡态下气体的温度处处相同,h处气体的压强为

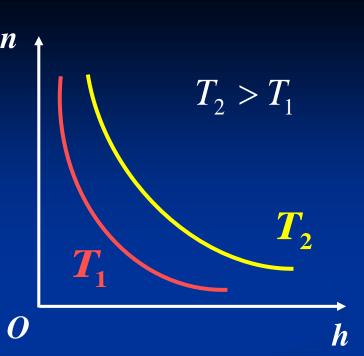
$$p = nkT$$
 $p = \rho gh = n\mu gh$

h处附近高度增加dh,则气体的压强增量为



$$n = n_0 e^{-\mu g h / kT}$$

在重力场中,粒子数密度随高度增大而减小, μ 越大,T 越小,n 减小越迅速。



$$p = nkT = n_0 kTe^{-\mu gh/kT} = p_0 e^{-\mu gh/kT} = p_0 e^{-M_{mol} gh/RT}$$

式中 p_0 是高度为零处的压强

在T均匀的条件下,大气压P随h按指数减小。

由压强计修正为高度计。

二、玻尔兹曼分布

—在温度为T的平衡态下,处于保守场中的理想气体的分子数按能量的分布规律。

$$n = n_0 e^{-\mu g h / kT}$$
 $\varepsilon_p = \mu g h$ $n = n_0 e^{-\varepsilon_p / kT}$

它适用于任何形式的保守力场

平衡态下温度为T的气体中,位于空间某一区间的分子数为

$$N = Ce^{-\varepsilon/kT}$$
 —— 玻耳兹曼分布律 (玻耳兹曼因子)

它表明,粒子总能量越大,该状态的粒子数越少。

从统计规律看,分子总是优先占据势能较低的状态。

§ 12-6 理想气体温度的微观解释

理想气体分子的平均平动动能为 $\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{u}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$

$$\sqrt{\overline{\nu^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\overline{v^2} = \frac{1}{2}\mu \cdot \frac{3kT}{\mu} = \frac{3}{2}kT$$
 $\overline{\varepsilon_k} = \frac{3}{2}kT$

- 1. 上式给出宏观量T和微观量 $\bar{\varepsilon}_{k}$ (单个分子平均动能) 的关 系,揭示了气体温度的统计意义。
 - T—气体分子平均平动动能的量度。分子热运动剧烈程 度的标志。
- 2. 热力学第三定律: 热力学温度零点永远不可能达到。

若**T=0**,则
$$\varepsilon_k = 0$$
 即热运动停止。

与分子运动论基本观点相矛盾。

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{3}{2}kT$$

- 3. 分子平均平动动能只与温度T有关,和气体种类无关。
- 4. 阿伏加德罗定律

$$p = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon} = \frac{2}{3}n \cdot \frac{3}{2}kT = \frac{N}{V}\frac{R}{N_0}T \implies \frac{pV = vRT}{p = nkT}$$

在相同的温度和压强下,各种气体的分子数密度相等。

例: 道尔顿分压定律"混合气体的压强等于各种气体分压强之和"

解:设几种气体贮于一密闭容器中,并处于平衡态,且分子数密度分别为 n_1 、 n_2 、 n_3 …,则

混合气体的分子数密度为 $n = n_1 + n_2 + \cdots$

假定混合气体的温度T一定,则每种气体分子的平均平动动能相等,且只与温度T有关,和气体种类无关。

$$\overline{\varepsilon_{k1}} = \overline{\varepsilon_{k2}} = \overline{\varepsilon_{k3}} = \dots = \frac{3}{2}kT = \overline{\varepsilon_k}$$

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_k} = \frac{2}{3} (n_1 + n_2 + \dots) \overline{\varepsilon_k} = \frac{2}{3} n_1 \overline{\varepsilon_{k1}} + \frac{2}{3} n_2 \overline{\varepsilon_{k2}} + \dots$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots$$

45分钟内容(本节课结束)