Ⅶ. 复 杂 网 络

西安电子科技大学，电子工程学院
苏 涛

Ⅶ. 复 杂 网 络

一、前 言

二、连接若干负载的复杂网络

三、复杂连接网络

Ⅶ. 复 杂 网 络

一、前 言

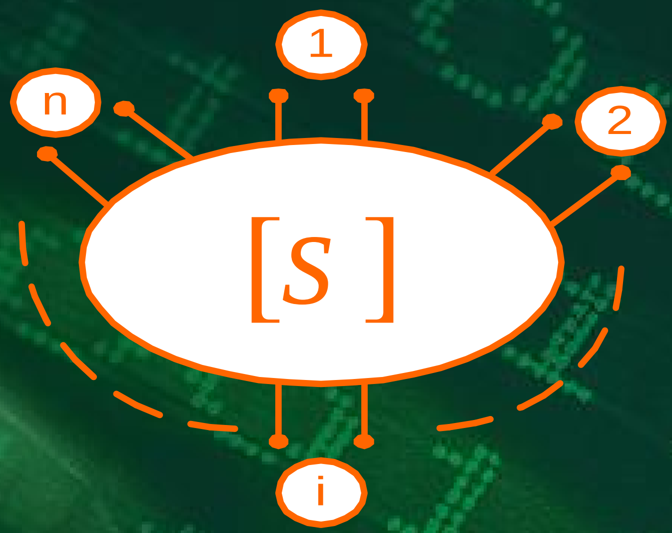
二、连接若干负载的复杂网络

三、复杂连接网络

建立“数学模型”是成功的一半。

- 整理想法思路
- 明确问题（条件、目标、详略等）
- 可能给求解指明方向
- 好的模型可以使问题更加有条理，更容易分析，可能更容易揭示本质

请注意体会本章中关于网络连接的讨论。



$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

- 网络特性，端口物理量的关系；
- 各端口不接具体的源，或者负载；
- 适于任意源和负载；

Ⅶ. 复 杂 网 络

一、前 言

二、连接若干负载的复杂网络

三、复杂连接网络

多端口网络，部分端口接负载，求新网络的参数。

如何建立数学模型是关键!

已知n端口网络，其中p个端口接负载，求m=n-p个端口的新网络的参数。其中，m个端口先编号。

- 重排端口序号，不失一般性，易于处理。
- 接负载的端口，“端口吸收”。

把端口分类
存在/吸收

→

工具
分块矩阵

→

负载条件
端口吸收

$$
\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \\ \hline b_{m+1} \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{cccc|ccc}
S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1m} & S_{1(m+1)} & \cdots & S_{1n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mm} & S_{m(m+1)} & \cdots & S_{mn} \\
\hline
S_{(m+1)1} & \cdots & \cdots & S_{(m+1)m} & S_{(m+1)(m+1)} & \cdots & S_{(m+1)n} \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
S_{n1} & \cdots & \cdots & S_{nm} & S_{n(m+1)} & \cdots & S_{nn}
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ \hline a_{m+1} \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}
$$

加负载条件

$$
\begin{bmatrix} a_{m+1} \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \Gamma_{L(m+1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Gamma_n \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} b_{m+1} \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}
$$

已知：

$$\begin{bmatrix} b_I \\ b_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{I\,I} & S_{I\,II} \\ S_{II\,I} & S_{II\,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_I \\ a_{II} \end{bmatrix}$$

$$[a_{II}] = [\Gamma_L][b_{II}]$$

求：

$$[b_I] = [S_m][a_I]$$

数学模型的建立是研究的第一步，也是至关重要的一步。

解：

$$\begin{cases} b_I = S_{II} a_I + S_{III} a_{II} \\ b_{II} = S_{III} a_I + S_{IIII} a_{II} \end{cases}$$

代入负载条件

$$\begin{cases} b_I = S_{II} a_I + S_{III} \Gamma_L b_{II} \\ b_{II} = S_{III} a_I + S_{IIII} \Gamma_L b_{II} \end{cases}$$

由上面第2式得到，

$$b_{II} = \left(I - S_{IIII} \Gamma_L\right)^{-1} S_{III} a_I$$

代入上面第1式得到，

$$b_I = \left[S_{I\,I} + S_{I\,II} \Gamma_L \left(I - S_{II\,II} \Gamma_L \right)^{-1} S_{II\,I} \right] a_I$$

即，

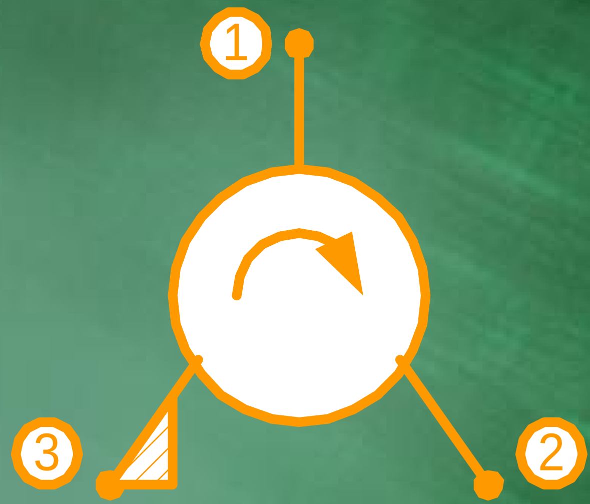
$$\boxed{\left[S_m \right] = S_{I\,I} + S_{I\,II} \Gamma_L \left(I - S_{II\,II} \Gamma_L \right)^{-1} S_{II\,I}}$$

联想，

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

矩阵是数的推广，但矩阵要严格注意顺序。

例：分析环行器构成的隔离器



$$S_{ii}\ \mathbf{L}\ \Gamma$$

$$S_{ij}\ \mathbf{L} \begin{cases} S' & \text{同向} \\ S'' & \text{反向} \end{cases}$$

环行器3端口接负载，求新的双口网络特性

$$[S]=\left[\begin{array}{cc|c} \Gamma & S'' & S' \\ S' & \Gamma & S'' \\ \hline S'' & S' & \Gamma \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned}
[S_m] &= S_{I\,I}+S_{I\,II}\Gamma_L\left(I-S_{II\,II}\Gamma_L\right)^{-1}S_{II\,I} \\
&=\begin{bmatrix}\Gamma & S'' \\ S' & \Gamma\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}S' \\ S''\end{bmatrix}\Gamma_L\left(1-\Gamma\cdot\Gamma_L\right)^{-1}\begin{bmatrix}S'' & S'\end{bmatrix} \\
&=\begin{bmatrix}\Gamma & S'' \\ S' & \Gamma\end{bmatrix}+\frac{\Gamma_L}{1-\Gamma\cdot\Gamma_L}\begin{bmatrix}S' \\ S''\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S'' & S'\end{bmatrix} \\
&=\begin{bmatrix}\Gamma & S'' \\ S' & \Gamma\end{bmatrix}+\frac{\Gamma_L}{1-\Gamma\cdot\Gamma_L}\begin{bmatrix}S'\cdot S'' & S'^2 \\ S''^2 & S'\cdot S''\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$[S_m]=\begin{bmatrix}\Gamma & S''\\ S' & \Gamma\end{bmatrix}+\frac{\Gamma_L}{1-\Gamma\cdot\Gamma_L}\begin{bmatrix}S'\cdot S'' & S'^2\\ S''^2 & S'\cdot S''\end{bmatrix}$$

讨论：

$$|S_{21}|=\left|S'+\frac{S''^2\Gamma_L}{1-\Gamma\Gamma_L}\right| \qquad |S_{12}|=\left|S''+\frac{S'^2\Gamma_L}{1-\Gamma\Gamma_L}\right|$$

理想环行器 $|\Gamma|\to 0 \quad |S'|\to 1 \quad |S''|\to 0$

理想环行器，3端口接匹配负载 $|S_{21}|\to 1 \; |S_{12}|\to 0$

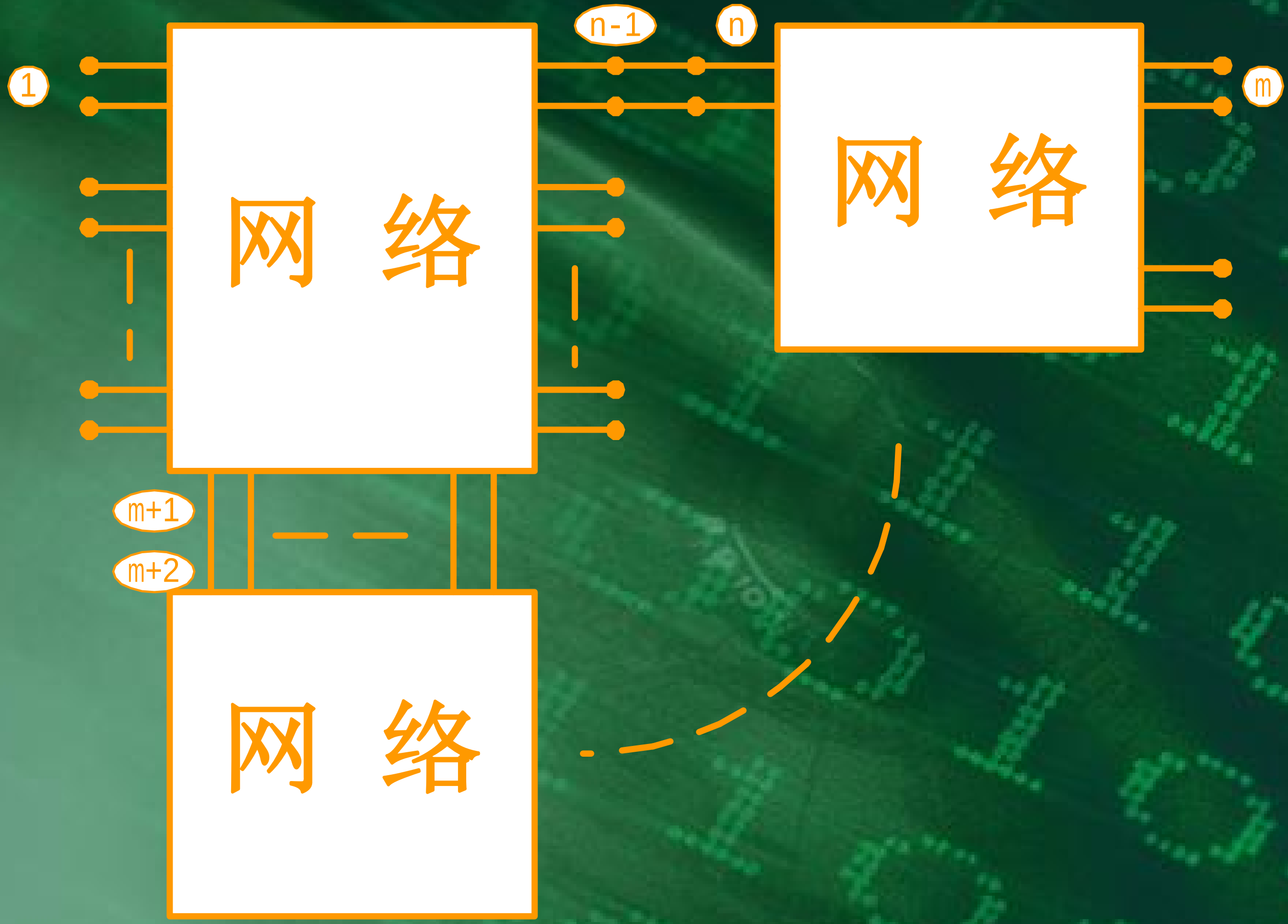
即，1→2传输， 2→1隔离。

Ⅶ. 复 杂 网 络

一、前 言

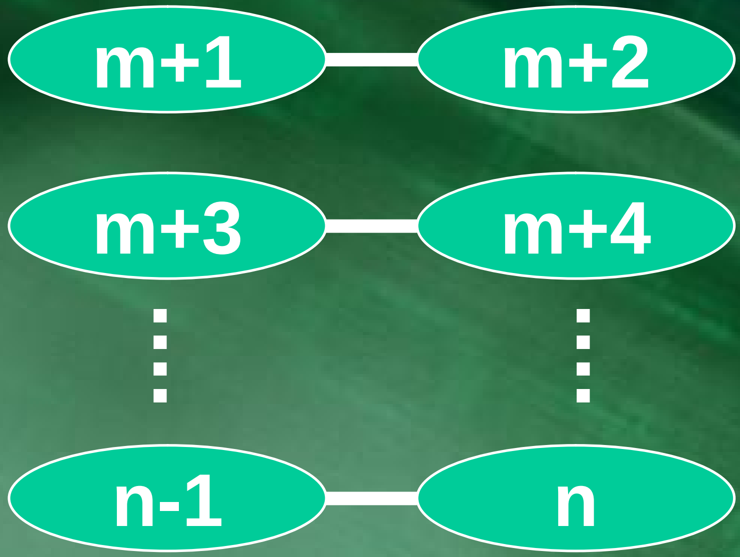
二、连接若干负载的复杂网络

三、复杂连接网络



注：为了方便，未连接端口1~m先编号；

连接端口，排列序号相邻



$$a_{m+2} = b_{m+1} \qquad b_{m+2} = a_{m+1}$$

$$a_{m+4} = b_{m+3} \qquad b_{m+4} = a_{m+3}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$a_{n-1} = b_{n} \qquad b_{n-1} = a_{n}$$

$$\begin{bmatrix} b_{m+1} \\ b_{m+2} \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & 0 \\ 1 & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & 1 \\ 0 & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{m+1} \\ a_{m+2} \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_{n} \end{bmatrix}$$

$$
\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \\ b_{m+1} \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{cccc|ccc}
S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1m} & S_{1(m+1)} & \cdots & S_{1n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mm} & S_{m(m+1)} & \cdots & S_{mn} \\
\hline
S_{(m+1)1} & \cdots & \cdots & S_{(m+1)m} & S_{(m+1)(m+1)} & \cdots & S_{(m+1)n} \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
S_{n1} & \cdots & \cdots & S_{nm} & S_{n(m+1)} & \cdots & S_{nn}
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ a_{m+1} \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}
$$

加连接条件

$$
\begin{bmatrix} a_{m+1} \\ a_{m+2} \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & 1 & & & 0 \\
1 & 0 & & & \\
 & & \ddots & & \\
 & & & 0 & 1 \\
0 & & & 1 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} b_{m+1} \\ b_{m+2} \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix}
$$

已知：

$$\begin{bmatrix} b_I \\ b_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{I\,I} & S_{I\,II} \\ S_{II\,I} & S_{II\,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_I \\ a_{II} \end{bmatrix}$$

$$[a_{II}] = [e][b_{II}]$$

求：

$$[b_I] = [S_m][a_I]$$

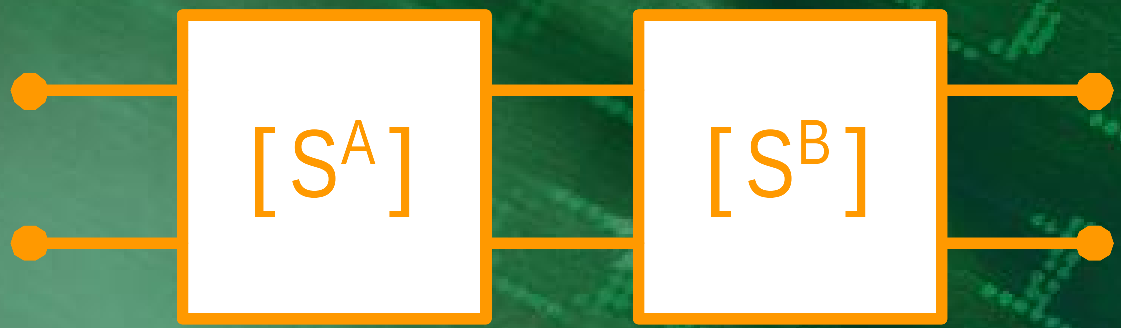
$$[a_{II}] = [e][b_{II}]$$

$$[e] = [e]^{-1}$$

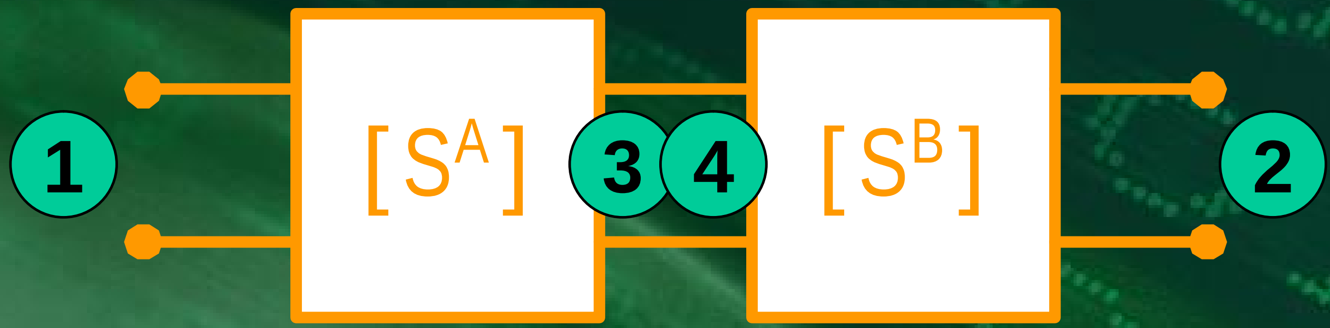
网络连接和网络接负载是同样的问题，称其为广义负载。

$$\boxed{[S_m] = S_{II} + S_{III}\Gamma_L\left(I - S_{IIII}\Gamma_L\right)^{-1} S_{III}}$$

例： S参数级联



$$[S^A] = \begin{bmatrix} S_{11}^A & S_{12}^A \\ S_{21}^A & S_{22}^A \end{bmatrix} \qquad [S^B] = \begin{bmatrix} S_{11}^B & S_{12}^B \\ S_{21}^B & S_{22}^B \end{bmatrix}$$



注：需要重新编号

$$[S^A] = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} S_{11}^{A} & S_{12}^{A} \\ S_{21}^{A} & S_{22}^{A} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$[S^B] = \begin{array}{c} \\ 4 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 4 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} S_{11}^{B} & S_{12}^{B} \\ S_{21}^{B} & S_{22}^{B} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$[S_4] = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} S_{11}^{A} & 0 & S_{12}^{A} & 0 \\ 0 & S_{22}^{B} & 0 & S_{21}^{B} \\ S_{21}^{A} & 0 & S_{22}^{A} & 0 \\ 0 & S_{12}^{B} & 0 & S_{11}^{B} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$[S_m] = S_{II} + S_{III}\Gamma_L\left(I - S_{IIII}\Gamma_L\right)^{-1}S_{III}$$

得到，

$$[S_2] = \begin{bmatrix} S_{11}^A + \dfrac{S_{12}^A S_{21}^A S_{11}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} & \dfrac{S_{12}^A S_{12}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \\ \dfrac{S_{21}^A S_{21}^B}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} & S_{22}^B + \dfrac{S_{12}^B S_{21}^B S_{22}^A}{1 - S_{22}^A S_{11}^B} \end{bmatrix}$$