

1、二元阵与方向图乘积定理

已知天线阵的排列方法：即天线个数、间距、各天线上电流的振幅和相位，分析它的方向性，这种方法叫做**天线阵的分析理论**。

另一种是给出所需方向图，反过来求形成该方向图天线阵的组成和天线个数、间距、线元电流的振幅和相位分布等，这种理论称为**天线阵的综合理论**。

我们分析用第一种方法，而实际应用则采用第二种方法。

方向图乘积定理：天线阵总的方向图等于天线单独存在时的方向图（方向函数）乘以排列的阵因子（阵函数）方向图。

设由空间取向一致的两个结构尺寸相同的天线构成一个二元阵，如图所示。两元的距离为 d ，电流分别为 I_1 ，和 I_2 ，且有 $I_2 = mI_1 e^{j\xi}$ ，这里 m 为两电流的振幅比， ξ 为两电流的相位差。由于观察点 M 距天线很远，故可认为阵元“1”和“2”至 M 点的两射线相互平行，则

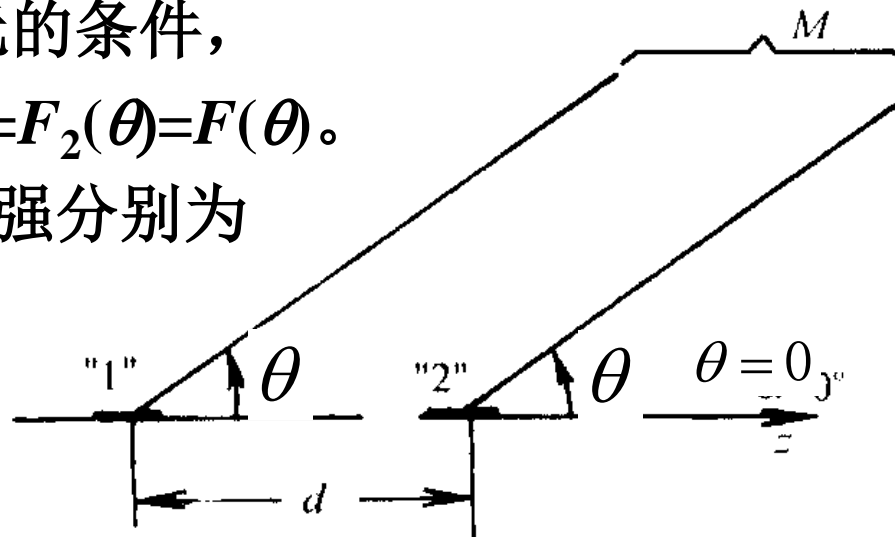
$$r_2 = r_1 - d \cos \theta$$

式中， θ 为射线与阵轴之间的夹角。

由于两天线元符合相似元的条件，因此其归一化方向函数 $F_1(\theta) = F_2(\theta) = F(\theta)$ 。则两天线元在 M 点产生的场强分别为

$$E_1 = E_{1m} F(\theta)$$

$$E_2 = mE_{1m} F(\theta) e^{j(\xi + kd \cos \theta)}$$



M 点的合成场为

$$E = E_1 + E_2 = E_{1m} F(\theta) (1 + me^{j\psi})$$

其中 $\psi = \xi + kd \cos \theta$

设 $f_a(\theta) = 1 + me^{j\psi}$

则 $E = E_{1m} F(\theta) f_a(\theta) = E_{1m} f_{\text{阵列}}(\theta)$

其中 $f_{\text{阵列}}(\theta) = F(\theta) f_a(\theta)$

上式即为方向图乘积定理，即由相似元所构成的天线阵列的方向性函数等于各阵元单独存在时的方向性函数 $F(\theta)$ （称为元因子）和阵方向函数 $f_a(\theta)$ （称为阵因子）的乘积。

等幅二元阵 ($m = 1$) 的阵因子为:

$$\begin{aligned} \left| f_a(\theta) \right| &= \left| 1 + me^{j\psi} \right| = \left| 1 + e^{j\psi} \right| \\ &= 2 \left| \cos \frac{\psi}{2} \right| = 2 \left| \cos \frac{\xi + kd \cos \theta}{2} \right| \end{aligned}$$

下面讨论几种等幅二元阵 ($m = 1$) 的阵因子。

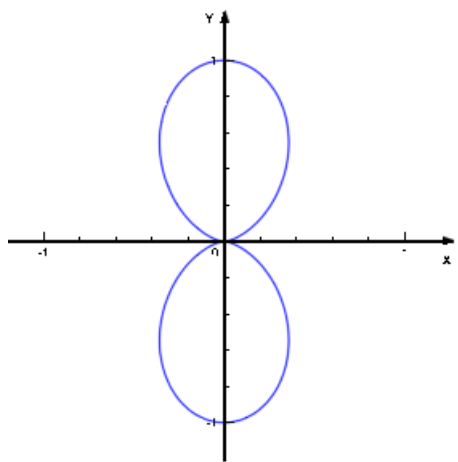
2、等幅二元阵的几种典型情况:

(I) 等幅同相 ($m=1, \xi=0$)

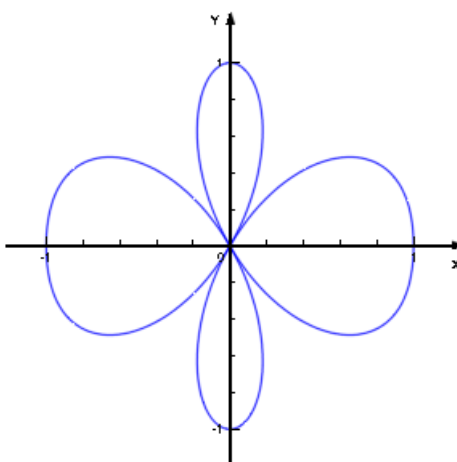
归一化阵因子为

$$|f_a(\theta)| = 2 \left| \cos \frac{kd \cos \theta}{2} \right|$$

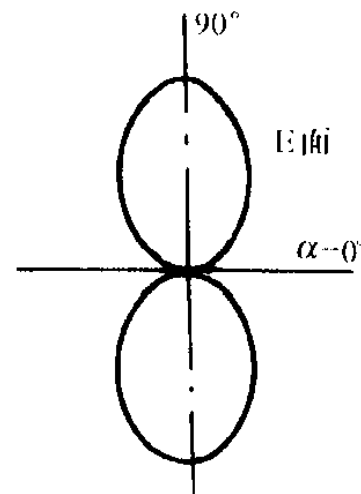
当 $d=\lambda/2$ 和 $d=\lambda$ 时, 阵因子图形如图所示



$d=\lambda/2$



$d=\lambda$

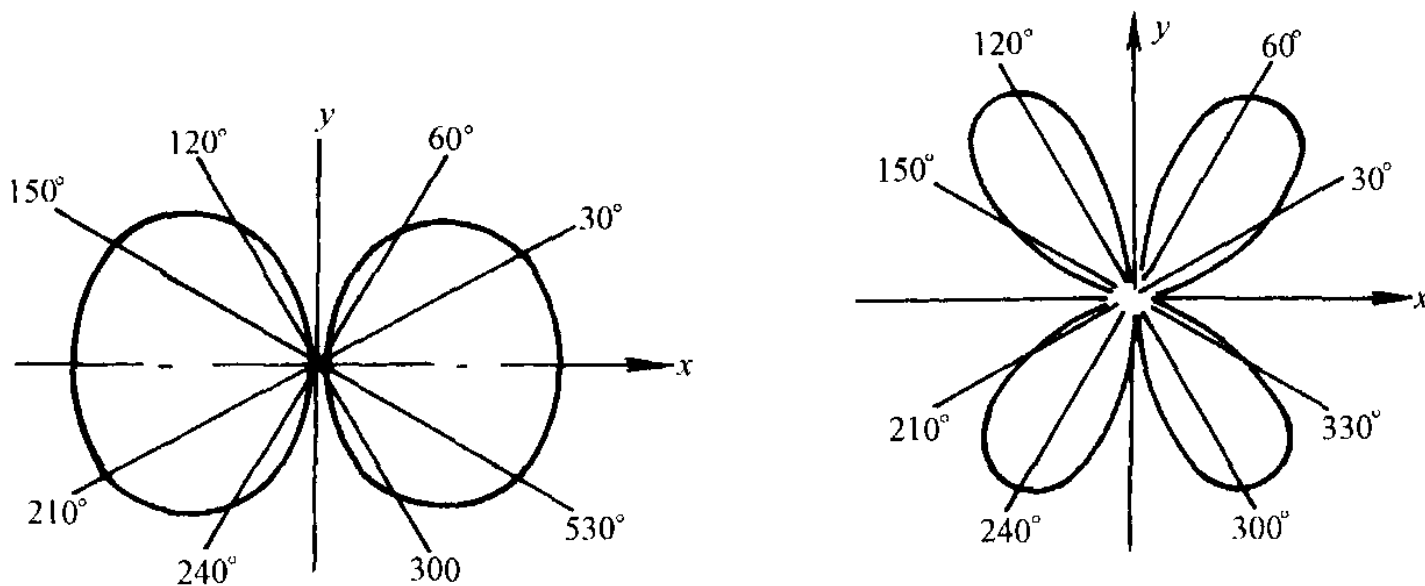


$d=\lambda/2$ 天线方向阵

(2) 等幅反相 ($m=1, \xi=\pm\pi$)

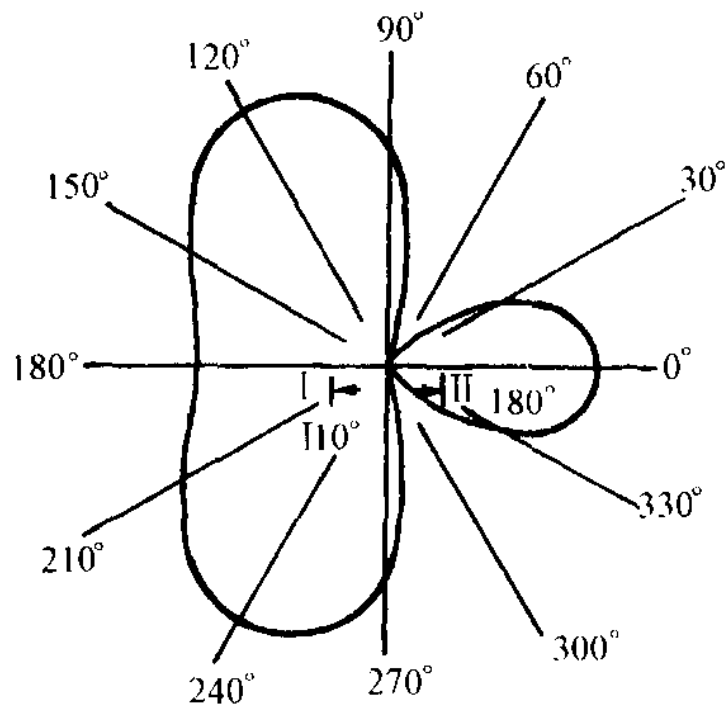
$$|f_a(\theta)| = 2 \left| \sin \frac{kd \cos \theta}{2} \right|$$

等幅同向二元阵和等幅反向二元阵的零值与最大值方向换了一个位置，同向阵中的最大辐射方向在反向阵中却是零值辐射方向。当 $d=\lambda/2$ 和 $d=\lambda$ 时等幅反向阵的阵因子如图所示。

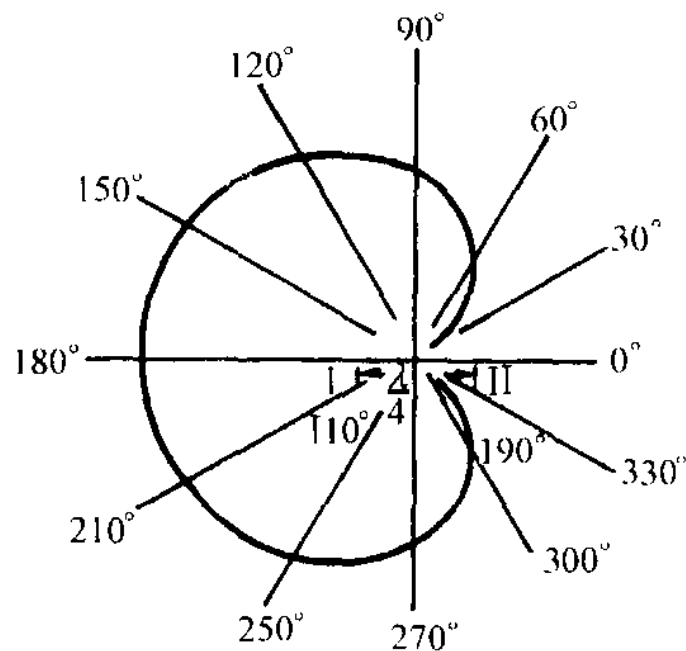


(3) 等幅、相位差 $\pi/2$ 的二元阵 ($m=1, \xi=\pm\pi/2$)

$$|f_a(\theta)| = 2 \left| \cos\left(\frac{kd \cos\theta}{2} \pm \frac{\pi}{4}\right) \right|$$



(a) $\psi = \frac{\pi}{2}$ $\frac{d}{\lambda} = 0.5$



(b) $\psi = \frac{\pi}{2}$ $\frac{d}{\lambda} = 0.25$

从上述几个方向图可见，**天线最大辐射方向似乎偏向电流相位落后的一边**，这一点可以用波程超前弥补电流相位的落后来解释。但是，必须注意，当两天线间距较长时，方向图会出现许多最大辐射方向，有些还偏向相位超前的天线一边。因此，最大辐射方向偏向电流相位落后的那一边是有条件的。

二、理想地面对天线方向性的影响

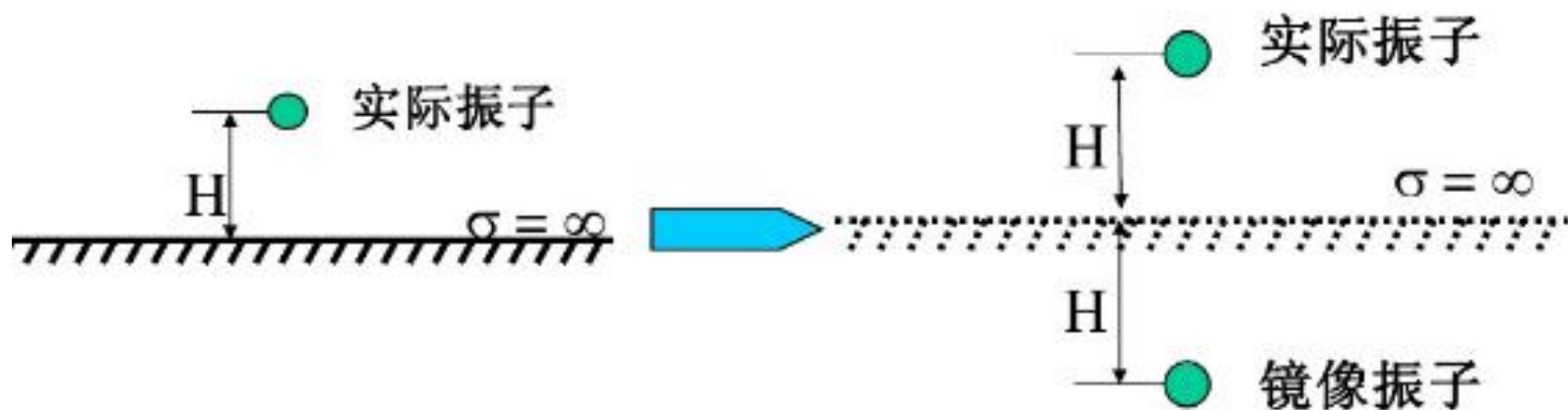
实际上天线架设在地面上或置于承载体表面，地面将影响天线的特性：方向图，辐射阻抗，天线效率等。

影响原因：地面或承载面是良导体，在天线场的作用下产生感应电流，感应电流在空间激起二次场

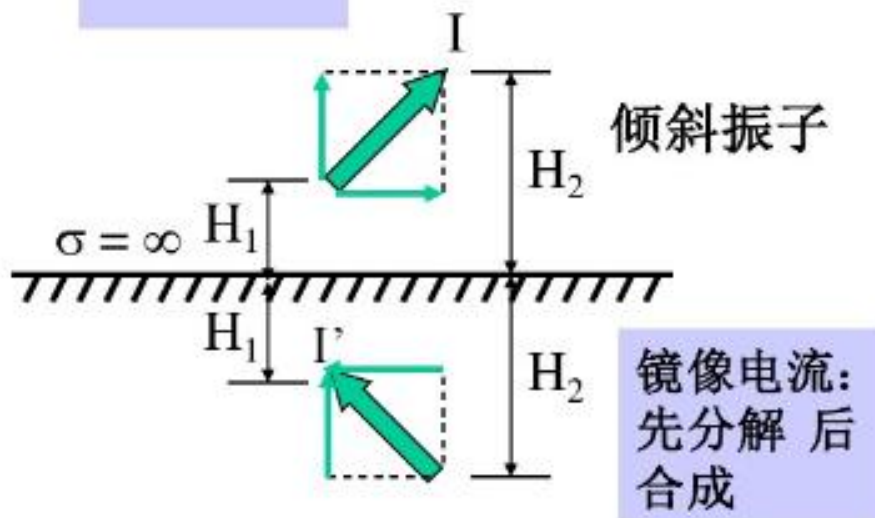
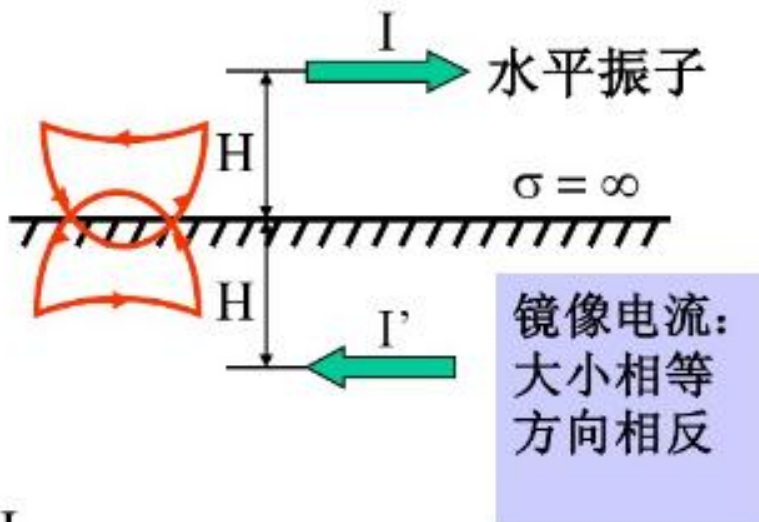
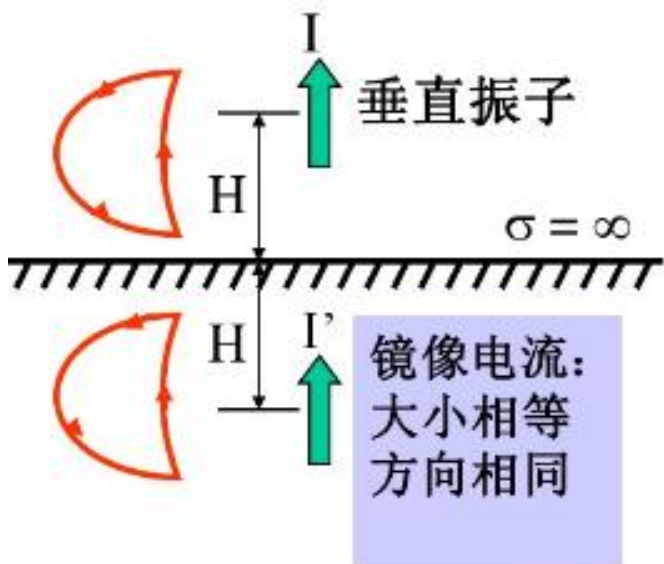
研究方法：近似分析，镜像原理。

只有**超短波和微波**波段，天线的口径尺寸和架设高度远大于波长，地面对天线的影响较小。

- 镜像原理：求位于理想导电平面附近的天线所产生的场时，用天线的镜像来代替理想导电平面对它的影响。镜像天线距理想导电平面的垂直距离等于天线到该导电平面的距离。
- 实质：用集中的镜像电流代替分布的感应面电流。

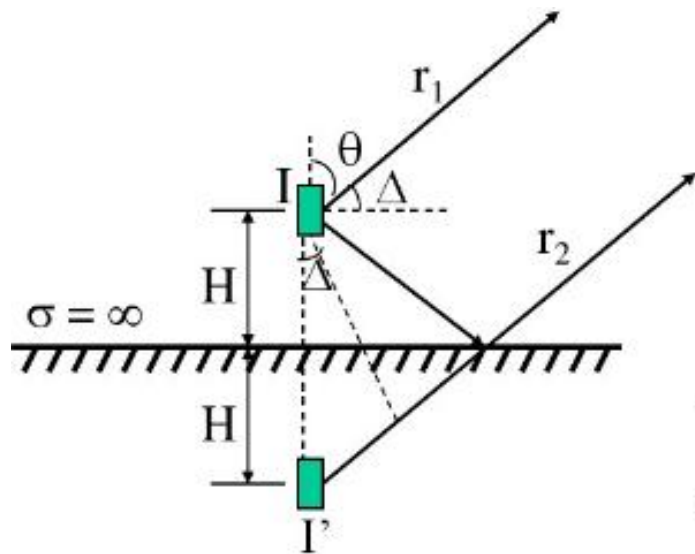


镜像电流:



因此，架设在地面上的天线在距离天线较远的观察点处产生的场包括两个部分，一部分是天线的**直射波**的场，另一部分是地面**反射波**的场。按照镜像原理，地面反射波的场，可以看成是由位于地面下的天线的镜像所辐射的。

a、理想地面上垂直半波对称振子

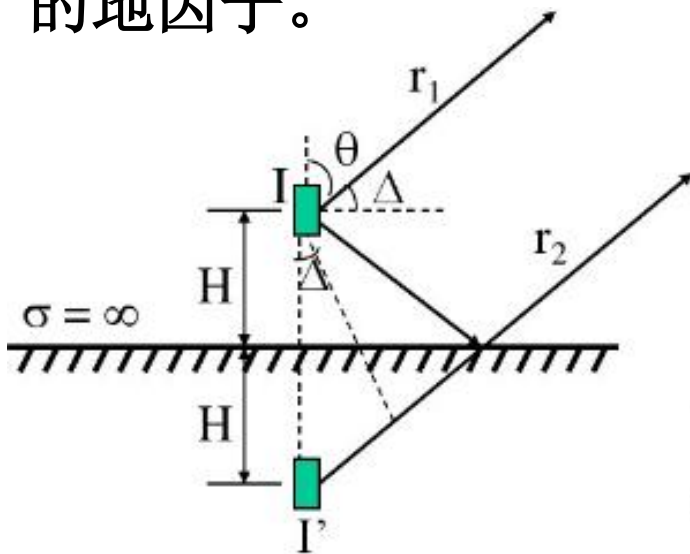


半波振子中心离地高度为 H ，由镜像原理，其像天线仍然为半波振子，而且像电流为**正像**，相当于一个**二元等幅同相的天线阵**。波程差为 $2H\cos\theta$ ，左图中 $\Delta=\pi/2-\theta$ ，是观察点射线与地面的**仰角**，则波程差还可以表示为 $2H\cos\Delta$ 。

按照二元天线的分析方法，可得到地面影响后的垂直半波振子的方向图为：

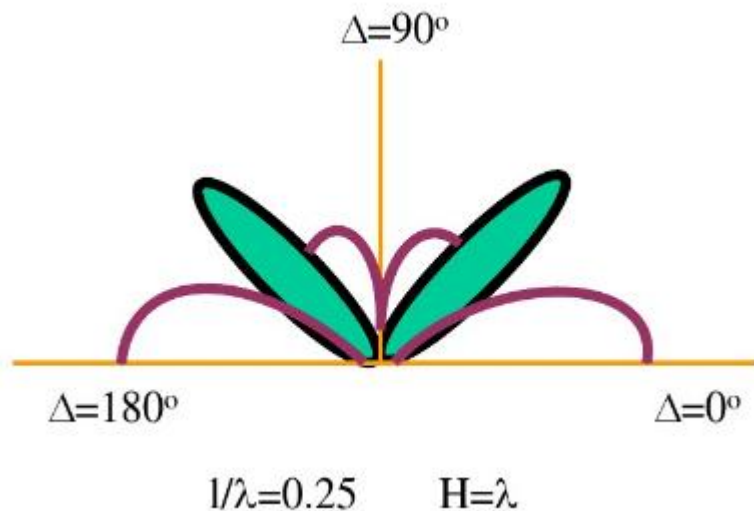
$$f(\Delta) = f_1(\Delta) f_g(\Delta)$$

式子中 $f_1(\Delta)$ 是单天线的方向系数， $f_g(\Delta)$ 称为**地因子**。也就是说，地面的影响，除了**相位中心移动外**，还附加了新的地因子。



$$f_1(\Delta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \Delta\right)}{\cos \Delta}$$

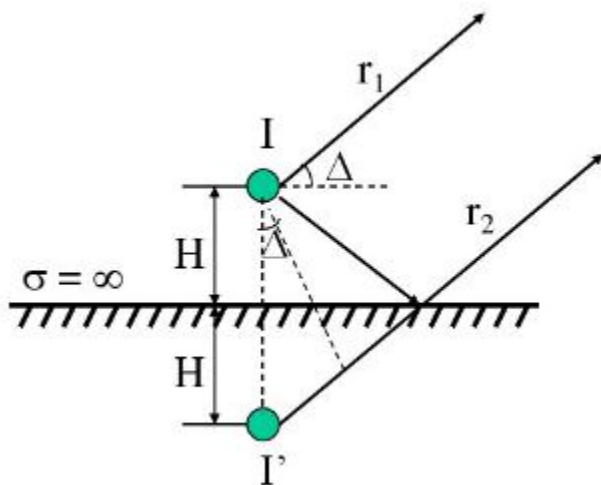
$$f_g(\Delta) = 2 \cos(kH \sin \Delta)$$



垂直半波振子总方向图

- 1、地因子与架设高度H有关；
- 2、地因子有多个极大值，并且各波瓣最大值相同；
- 3、地因子不管H为多少， $\Delta=0$ 方向总是最大值；
- 4、地因子最大辐射方向的场强是自由空间的**2**倍；
- 5、天线方向图轴向无辐射。

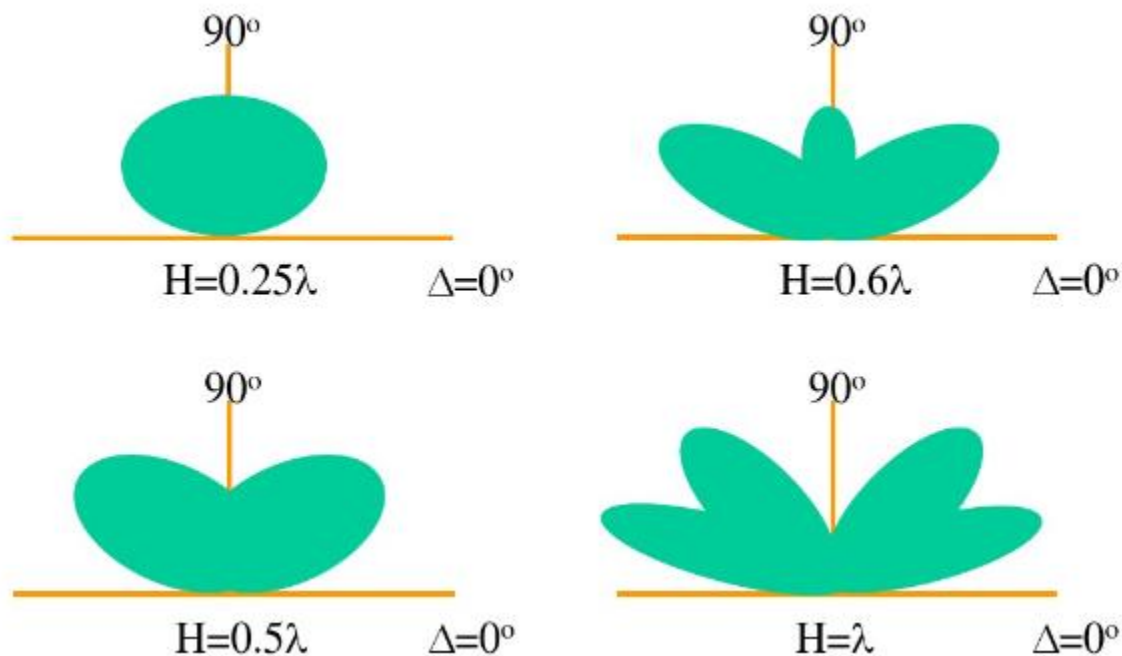
b、理想地面上水平半波对称振子



半波振子中心离地高度为 H ，由镜像原理，其像天线仍然为半波振子，而且像电流为**负像**，相当于一个**二元等幅反相的天线阵**。

$$f_g(\Delta) = 2 \sin(kH \sin \Delta)$$

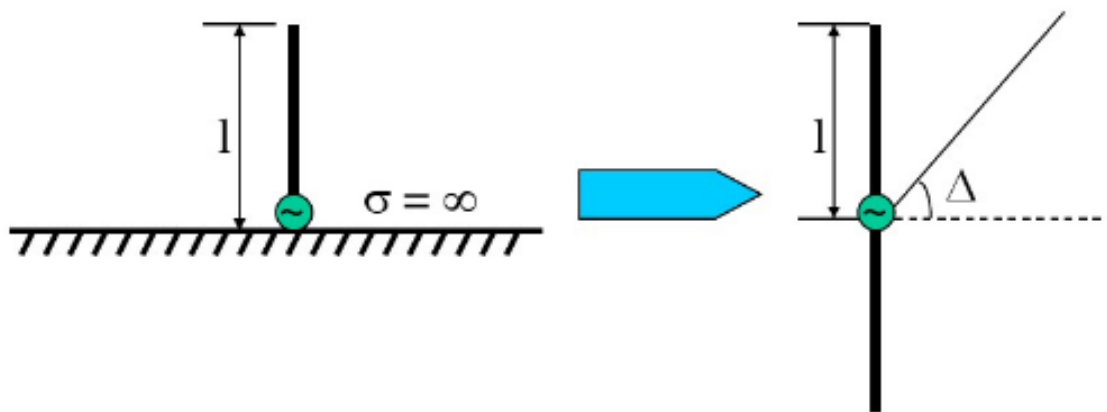
$$f_1(\Delta, \varphi) = \frac{\cos(kl \cos \Delta \sin \varphi) - \cos(kl)}{\sqrt{1 - (\cos \Delta \sin \varphi)^2}}$$



- 1、单天线方向函数与 φ 有关，
- 2、在 $\varphi=0$ 平面，总辐射方向性由地因子唯一决定，
- 3、地因子最大辐射方向的场强是自由空间的**2**倍；
- 4、地因子水平方向无辐射。总辐射水平方向无辐射。

C、理想导电地面上的垂直接地天线

如图所示垂直接地天线，馈源接在天线臂与大地之间。设地面为无限大理想导电平面，地面的影响可用天线的镜像来代替，像电流方向为**正像**。天线臂与其镜像构成一对**对称振子**，它的辐射场可直接用自由空间对称振子的场表示。



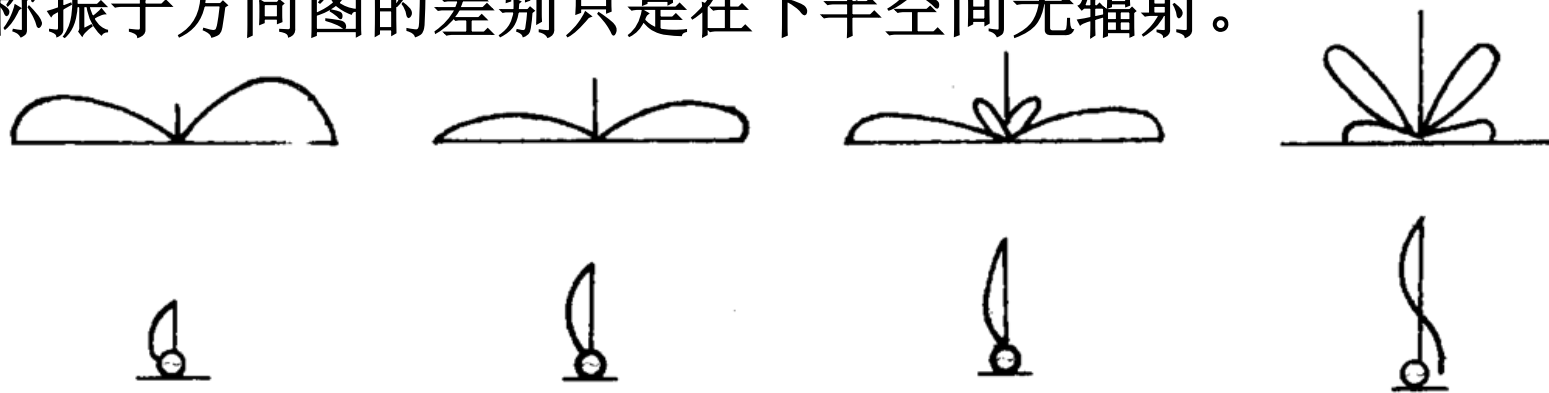
基于对称振子的天线归一化方向函数为：

$$|F(\theta)| = \left| \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)}{\cos \theta} \right|$$

用仰角表示的天线归一化方向函数为：

$$|F(\Delta)| = \left| \frac{\cos(kl \sin \Delta) - \cos(kl)}{\cos \Delta} \right| \quad (0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ)$$

根据上式可绘出垂直平面方向图。它与自由空间对称振子方向图的差别只是在下半空间无辐射。

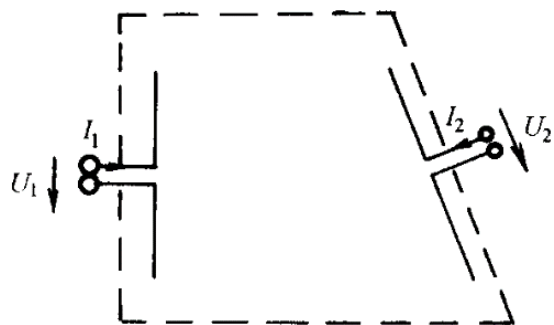


三、天线阵的阻抗

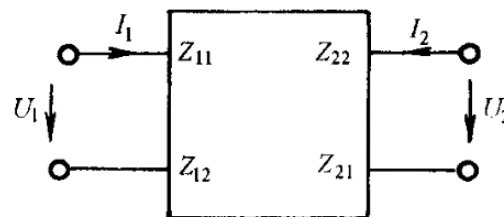
在天线阵中，每个天线都是一高频开放电路，它们彼此相距很近，各振子之间电磁场相互作用，发生电磁耦合效应。称天线阵中的每个振子为耦合振子。耦合振子表面及周围空间的场分布要受到周围振子的影响。振子上的电流也必然要作相应的变化，其辐射功率、辐射阻抗以及输入阻抗也相应地随之而变。

1、耦合振子的等效电路及阻抗

自由空间的两个相邻的天线，可以用一个二端口网络来代替，其等效情况如图所示。

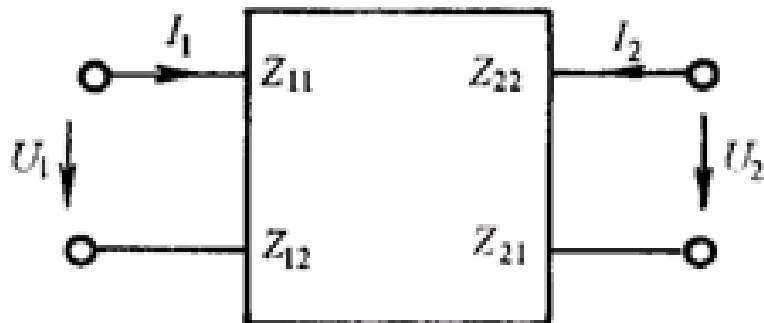


(a)



(b)

参考Z参数定义，可知二端口电流和电压的关系如下：



$$\left. \begin{aligned} U_1 &= I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} \\ U_2 &= I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} \end{aligned} \right\}$$

式中： U_1 、 U_2 是折合到电流波腹处的电压。 I_1 、 I_2 用天线波腹处电流 I_{1m} 、 I_{2m} 表示，且有：

$$I_{2m} = I_{1m} \cdot me^{j\varphi}$$

Z_{11} 、 Z_{22} 分别是两天线的自阻抗。 Z_{12} 、 Z_{21} 分别是两天线的互阻抗，根据互易定理有 $Z_{12}=Z_{21}$ 。解上述联立方程，求得天线1、2的辐射阻抗 Z_1 、 Z_2 为：

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_{1m}} = Z_{11} + \frac{I_{2m}}{I_{1m}} Z_{12} = Z_{11} + me^{j\varphi} Z_{12}$$

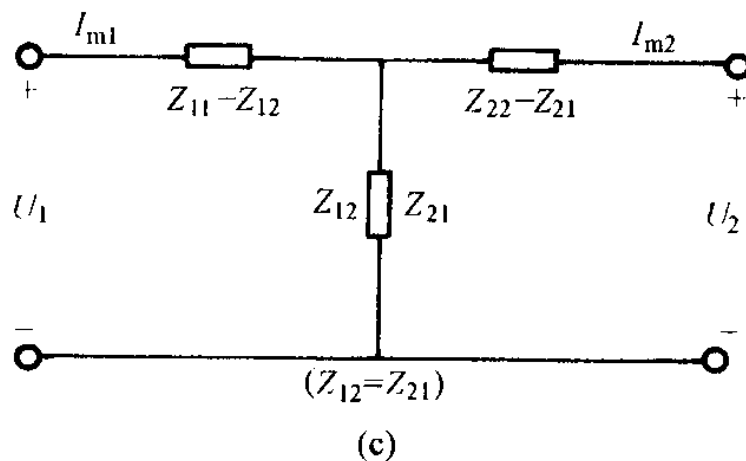
$$Z_2 = \frac{U_2}{I_{2m}} = Z_{22} + \frac{I_{1m}}{I_{2m}} Z_{21} = Z_{22} + \frac{1}{m} e^{-j\varphi} Z_{21}$$

当 $m=1$ ， $\varphi=0$ 时，则有：

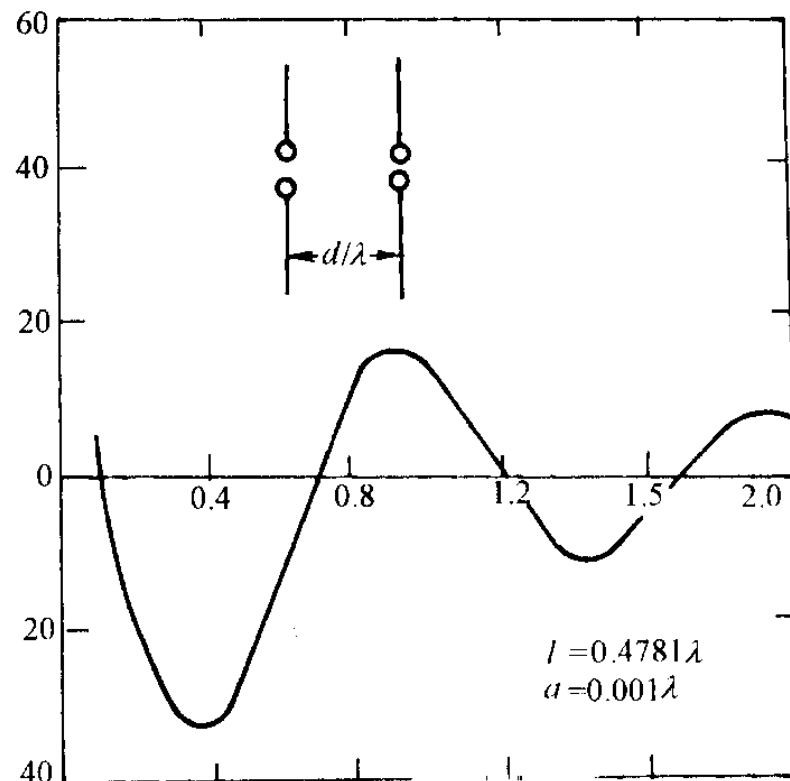
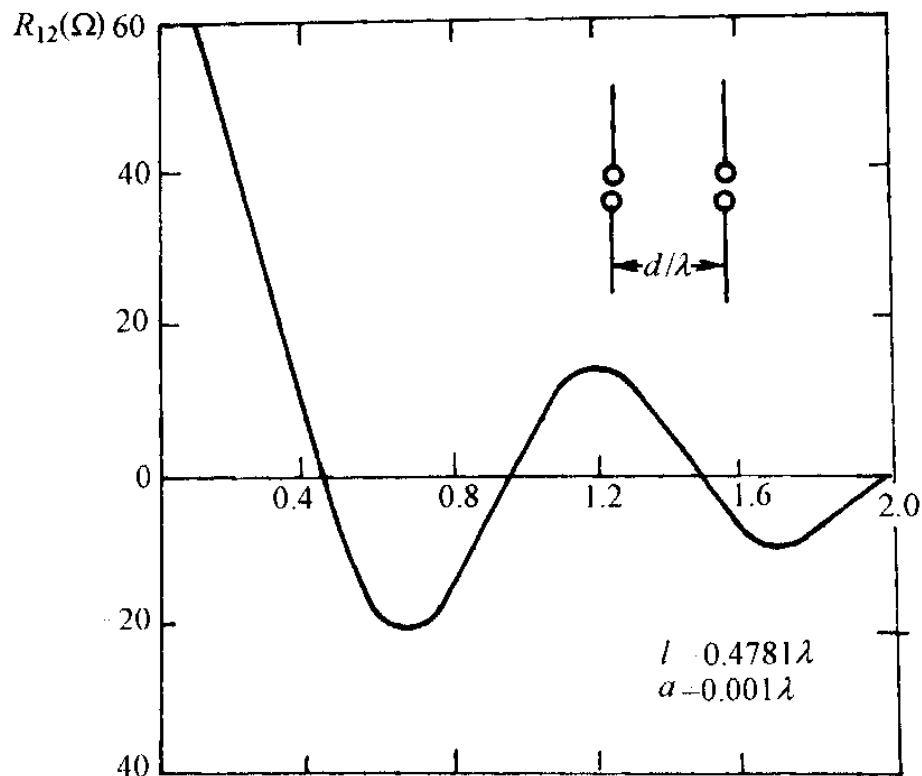
$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_{11} + Z_{12} \\ Z_2 &= Z_{22} + Z_{21} \end{aligned} \right\} \quad \text{且有 } Z_{12} = Z_{21}$$

由此可见，在这种情况下该二元阵中任一天线的辐射阻抗，就等于该天线的自阻抗与二元阵的互阻抗之和。

此时电路等效图:



一般情况下，互阻抗计算比较复杂，工程上已给出一些实用的计算曲线和图表。



两齐平平行排列半波振子 $Z_{12} \sim d/\lambda$ 曲线

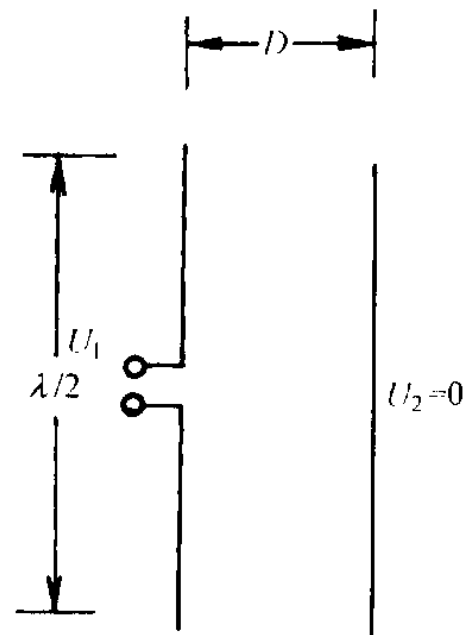
2、无源振子、反射器与引向器

假定两个振子中仅一个振子被激励，另一个振子在馈电端短接。在此条件下，振子“2”的电流完全由激励振子“1”的场感应而产生，故称振子“2”为**无源振子**或寄生振子。则可得二元阵的阵因子为：

$$f(\alpha) = 1 + me^{j(\xi + kd \cos \alpha)}$$

上式中 d 为2振子之间的距离， α 为射线与阵轴的夹角，从上式可以看出，可通过改变电流幅度比 m 和相位差 ξ ，获得不同的方向图。其中

$$m = \sqrt{\frac{R_{12}^2 + X_{12}^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2}}$$

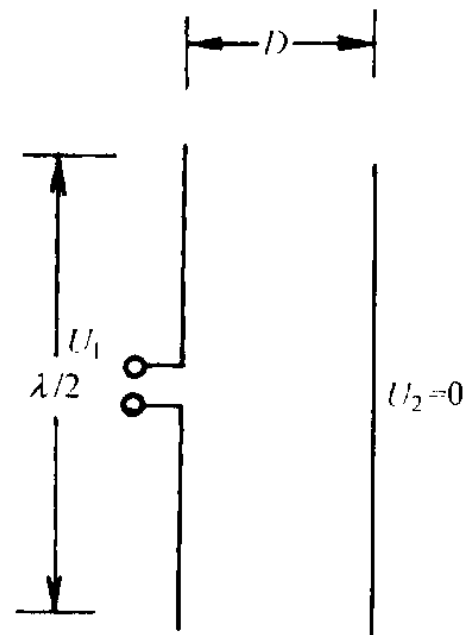


$$\xi = \pi + \text{arc cot} \frac{X_{12}}{R_{12}} - \text{arc cot} \frac{X_{22}}{R_{22}}$$

一般通过调整 d 或改变无源振子的电抗来调整 ξ 。

若天线阵的方向图主瓣方向是在激励振子指向无源振子的阵轴方向上，称此无源振子为**引向器**，其作用是将天线阵的辐射能量引向无源振子一侧。

若主瓣在无源振子指向激励振子的方向上，好像无源振子的作用是将阵的辐射能量反射回去一样，则称此无源振子为**反射器**。



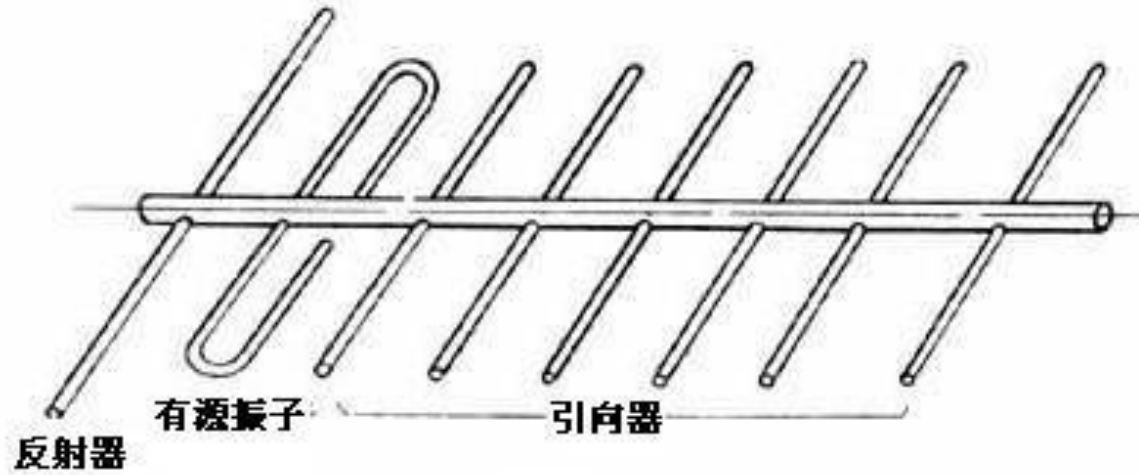
调节 ξ 和 d ，可以使无源振子成为引向器，也可以使无源振子成为反射器。

在超短波中，通常采用改变 l_2 的办法来改变 ξ 。

当 $2l_2$ 大于谐振长度时，自阻抗呈现为感抗，在 $0\sim\pi$ 之间，即无源振子上的电流相位超前于激励振子，此时无源振子起反射器的作用；

当 $2l_2$ 小于谐振长度时，自阻抗呈现为容抗，在 $\pi\sim 2\pi$ 之间，即无源振子上的电流相位滞后于激励振子，此时无源振子起引向器的作用；

调节 d 也可改变 m 和 ξ ，当 d 太大，无源振子上感应电流变小，其引向或反射的作用也减小。当 d 太小时，其辐射能力很低，通常：当用作引向器时， $d=(0.2\sim 0.3)\lambda$ ，当用做反射器时， $d=(0.15\sim 0.23)\lambda$ 。



a



b

八木天线的反射器和引向器

3、折合振子

最简单的折合振子是二元折合振子。它是由两个放得很近的、两端点相连接在一起的二个振子所构成的，在其中一个振子的中间馈电，如图所示。

折合振子两端点为**电流节点**，它相当于两个半波振子并联。当组成两振子的导线粗细相同时，两振子上的电流大小相等相位相同。

折合振子的输入阻抗近似等于半波振子辐射电阻的**4倍**，约 300Ω 。

折合振子还具有一定的宽波段特性，能在较宽的频带内满足阻抗匹配的要求。



折合振子等效为直径很粗的半波振子。

折合振子因为其电流分布和单元振子相同，故其方向特性和单元半波振子完全相同。

