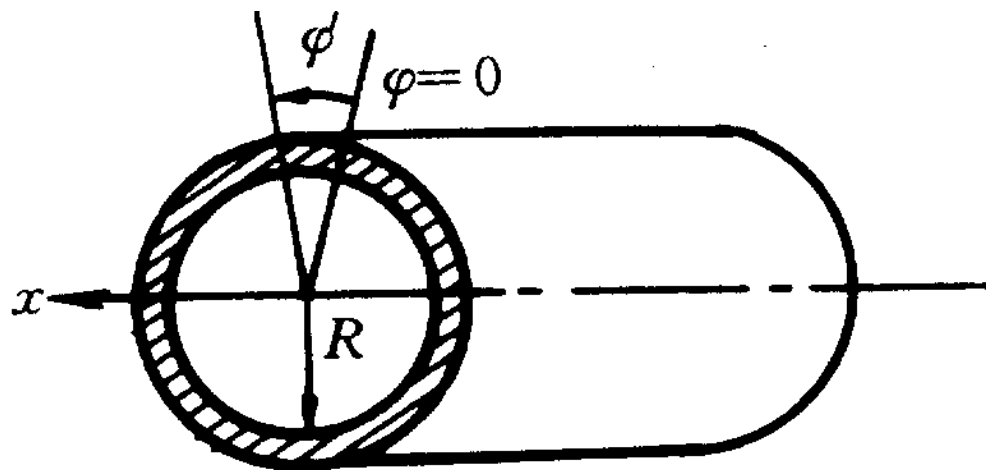


2、圆波导

波导截面为圆形的波导称为圆波导。它具有损耗较小和双极化的特性,常用于天线馈线中,也可作较远距离的传输线,并广泛用作微波谐振腔。

圆波导的分析方法与矩形波导相似。首先求解纵向场分量 E_z (或 H_z)的波动方程,求出 E_z (或 H_z)的通解,并根据边界条件求出它的特解,然后利用横向场与纵向场的关系式,求得所有场分量的表达式,最后根据表达式讨论它的截止特性、传输特性和场结构。





**TE₁₁ MODE CIRCULAR WAVEGUIDE
PRODUCTS AND CAPABILITIES**

DAT # 3
SHEL? 3
No. B36C
2 of 2



Data subject to change without notice

(1) 圆波导中TM、TE波场方程

对圆波导来说， $h_1=1, h_2=r$ 代入式（1-28）就可得到柱坐标系中所有横向场分量与纵向场分量的关系：

$$\begin{bmatrix} E_\gamma \\ E_\varphi \\ H_\gamma \\ H_\varphi \end{bmatrix} = \frac{1}{k_c^2} \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 & -j\omega\mu \\ 0 & -\gamma & j\omega\mu & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon & -\gamma & 0 \\ -j\omega\varepsilon & 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial \gamma} \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \end{bmatrix}$$

(1) 圆波导中TM、TE波场方程

此时 E_z 、 H_z 所满足的是柱坐标系下的二维亥姆霍兹方程式。在给定边界条件下， E 、 H 的解可用第一类贝塞尔函数 $J_m(x)$ 表示成：

$$E_z = E_0 J_m(k_c r) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0 J_m(k_c r) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

k_c 由边界条件决定。

对于TM波，其边界条件为： $E_z|_{\gamma=a} = 0$ 即 $J_m(k_c a) = 0$ ，

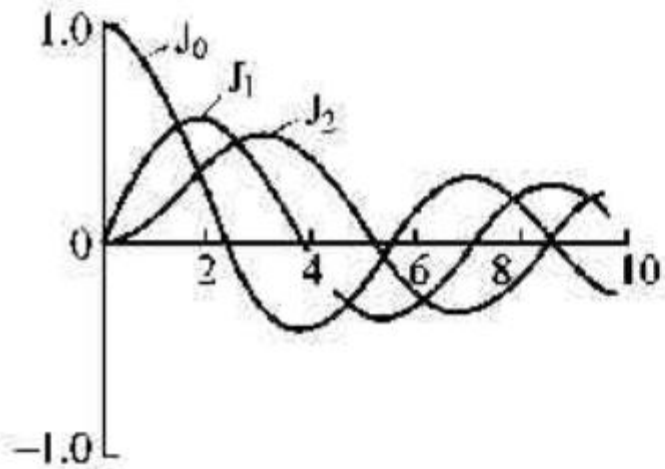
对于TE波，其边界条件为： $E_\varphi|_{\gamma=a} = 0$ 即 $J'_m(k_c a) = 0$ ，

设 μ_{mn} 是 m 阶贝塞尔函数 $J_m(x)$ 的 n 个根， μ'_{mn} 是 m 阶贝塞尔函数的导数 $J'_m(x)$ 的第 n 个根，由 $J_m(\mu_{mn}) = 0$ 及 $J'_m(\mu'_{mn}) = 0$ 则可得：

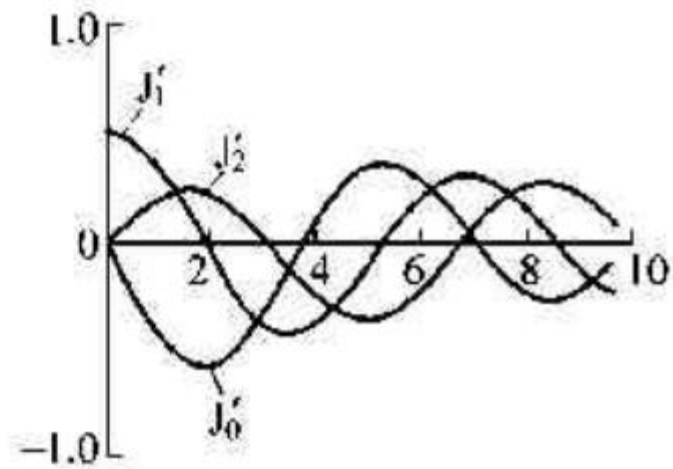
$$\text{对于TM波} \quad k_c a = \mu_{mn} \quad \lambda_c = \frac{2\pi a}{\mu_{mn}}$$

$$\text{对于TE波} \quad k_c a = \mu'_{mn} \quad \lambda_c = \frac{2\pi a}{\mu'_{mn}}$$

贝塞尔函数和贝塞尔函数一阶导数



(a)



(b)

在柱坐标系下所求得的各项分量的完整解为：

TM 波：

$$E_r = -j \frac{\beta}{k_c} E_0 J'_m \left(\frac{\mu_{nm}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$E_\varphi = \pm j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{m}{r} E_0 J_m \left(\frac{\mu_{nm}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$E_z = E_0 J_m \left(\frac{\mu_{nm}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_r = \mp j \frac{\omega \epsilon}{k_c^2} \frac{m}{r} E_0 J_m \left(\frac{\mu_{nm}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_\varphi = -j \frac{\omega \epsilon}{k_c} E_0 J'_m \left(\frac{\mu_{nm}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$k_c = \frac{\mu_{nm}}{a} \quad \lambda_c = \frac{2\pi a}{\mu_{nm}}$$

TE 波:

$$E_r = \pm j \frac{\omega \mu}{k_c^2} \frac{m}{r} H_0 J_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$E_\varphi = j \frac{\omega \mu}{k_c} H_0 J'_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_r = -j \frac{\beta}{k_c} H_0 J'_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_\varphi = \pm j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{m}{r} H_0 J_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0 J_m \left(\frac{\mu'_{mn}}{a} r \right) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z}$$

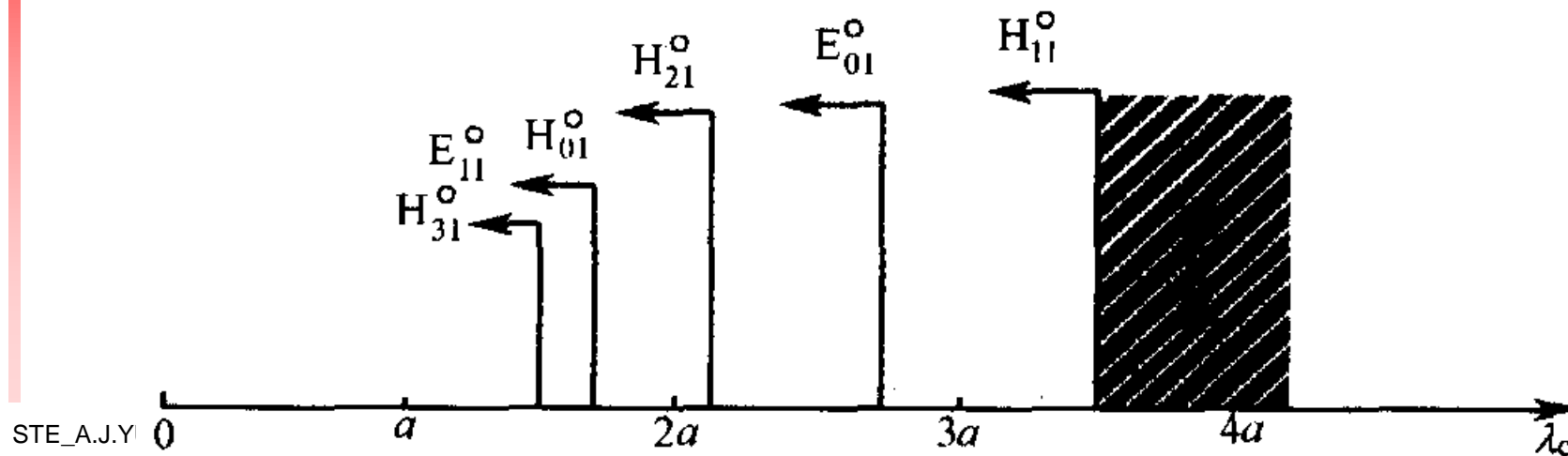
$$k_c = \frac{\mu'_{mn}}{a} \quad \lambda_c = \frac{2\pi a}{\mu'_{mn}}$$

式中 E_0 和 H_0 是振幅常数，序数 m 、 n （贝塞尔函数的阶数和根的序号）表明了电磁场结构的特征，称为**波指数**。 m 表示沿圆周分布的驻波数， n 表示沿半径分布的半驻波数或场的最大值的个数。由于 μ_{mn} 和 μ'_{mn} 有无穷多个，所以波导中可存在无穷多个 E_{mn}^o 和 H_{mn}^o 的波形，它们都是圆波导的正规波。

由于TM波的边界条件为 $E_z |_{\gamma=a} = 0$ ，对于TE波的边界条件为 $E_\varphi |_{\gamma=a} = 0$ 所以沿 γ 方向至少有一个零点，故 $n \neq 0$ ， $n=1,2,3, \dots$ 。即不存在 TM_{m0} ， TE_{m0} 波形，存在 TM_{0n} ， TM_{mn} ， TE_{0n} ， TE_{mn} 波形。

表 1-2 圆波导中几种 E_{mn}° 波、 H_{mn}° 波的截止波长值

H ^o 波		E ^o 波	
波 型	λ_c	波 型	λ_c
H ₁₁	3.413a	E ₀₁	2.613a
H ₂₁	2.057a	E ₁₁	1.640a
H ₀₁	1.640a	E ₂₁	1.223a
H ₃₁	1.496a	E ₀₂	1.138a
H ₄₁	1.182a	E ₃₁	0.985a
H ₁₂	1.179a	E ₁₂	0.896a
H ₂₂	0.937a	E ₄₁	0.828a
H ₀₂	0.896a	E ₂₂	0.746a



在所有波形中， H_{11} 波的截止波长最长，为 $3.413a$ ，因此 H_{11} 波是圆波导中的最低波形或主模式，其次是 E_{01} 波，其截止波长 λ_c 为 $2.613a$ 。对给定半径 a 的圆波导，当 λ_0 在 $3.413a$ 和 $2.613a$ 之间时，只能传输 H_{11} 波。随 λ_0 的减小，依次出现 E_{01} ， H_{21} ， H_{01} ，……等，因此圆波导也具有**高通**特性。

圆波导中的“简并”有两种：

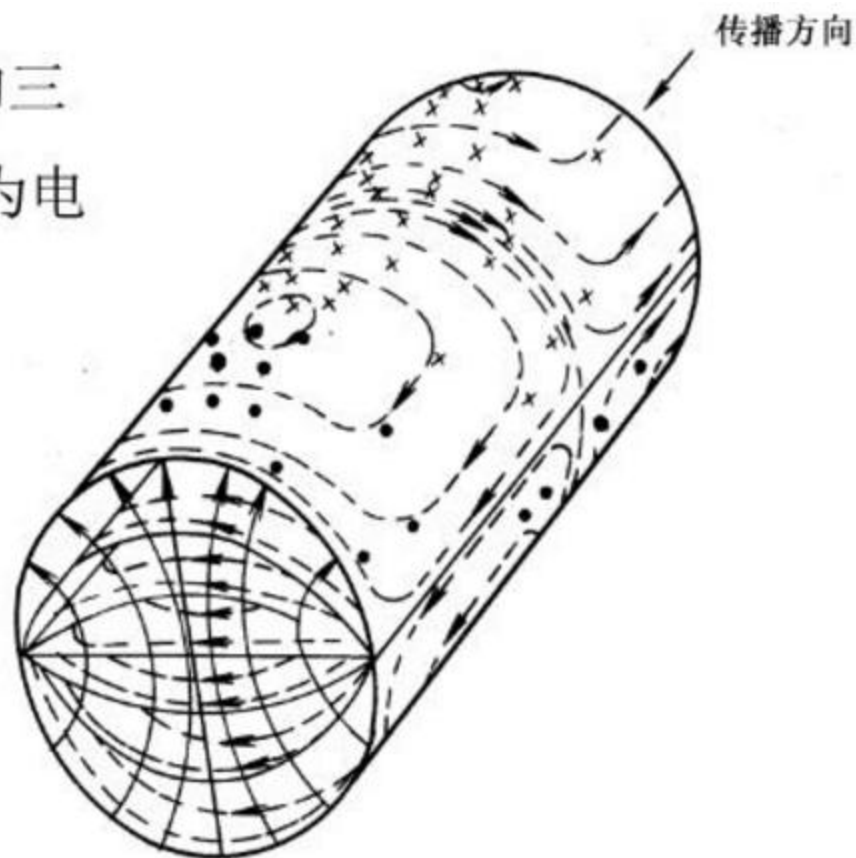
一种是由于 λ_c 相同导致的模式简并，例 H_{0n} 和 E_{1n} 波的简并；

再一种是由场分量沿 φ 的分布存在 $\cos m\varphi$ 和 $\sin m\varphi$ 两种可能导致的极化简并，即对同一组 m 、 n ，有两种场结构完全一样，只是极化面相互旋转了 90° 。只有轴对称的 E_{0n} 和 H_{0n} 波才没有这种简并现象。

圆波导中几种常用波形

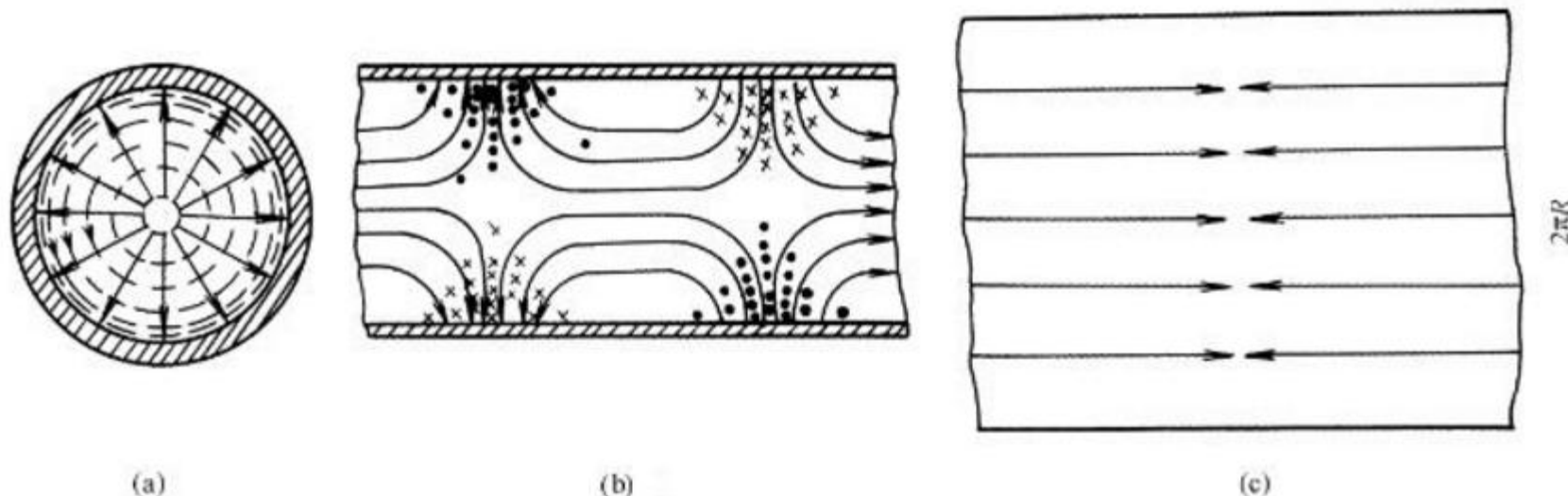
1、 H_{11}° 波

如图所示为 TE_{11} 模的三维场结构图，图中实线为电力线，虚线为磁力线。



圆波导中几种常用波形

2、 E_{01}° 波



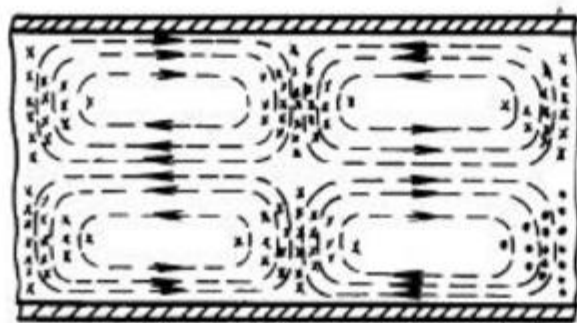
TM_{01} 模的特点是其场结构以波导轴线为轴旋转对称，因此当两段工作于 TM_{01} 模的圆截面波导相对转动时，并不影响其中电磁波的传输，不会发生传输模式的变化。所以当需要天线作机械转动搜索或跟踪目标时，天线馈线可采用工作于 TM_{01} 模的圆截面波导。

圆波导中几种常用波形

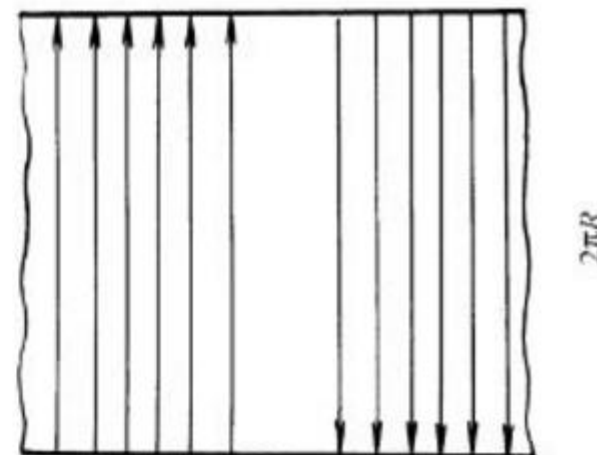
3、 H_{01}° 波



(a)



(b)



(c)

其场结构也是以波导轴线为基准旋转对称的，如图所示。从场量表达式及场结构图可以看出 TE_{01} 模的电场和磁场刚好与 TM_{01} 模时的位置互换，不过 TE_{01} 模的磁力线是纵向的闭合环线。

三、同轴线

同轴线的结构如图所示，是双导体结构，其传输的主模式是 TEM 波。从场的观点看，同轴线的边界条件，既能支持 TEM 波传输，也能支持 TE 波或 TM 波传输，究竟哪些波形能在同轴线中传输，决定于同轴线的尺寸和电磁波的频率。

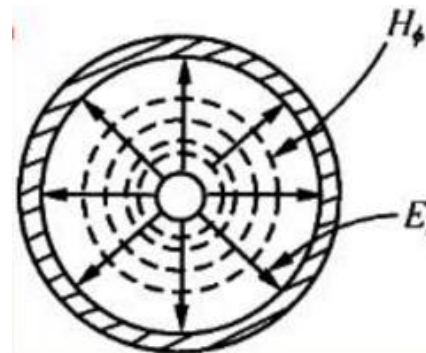
同轴线是一种宽频带微波传输线。当工作波长大于 10cm 时，矩形波导和圆波导都显得尺寸过大而笨重，而相应的同轴线却不大。同轴线的特点之一是可以从直流一直工作到毫米波波段，因此无论在微波整机系统、微波测量系统或微波元件中，同轴线都得到了广泛的应用。

1. 主模式 TEM 波的性质

同轴线中 TEM 波的横向场分量为:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{a}_r \frac{E_0}{r} e^{-j\beta z}$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{a}_\varphi \frac{E_0}{\eta r} e^{-j\beta z}$$



E_0 为振幅常数, η 为TEM波的波阻抗。

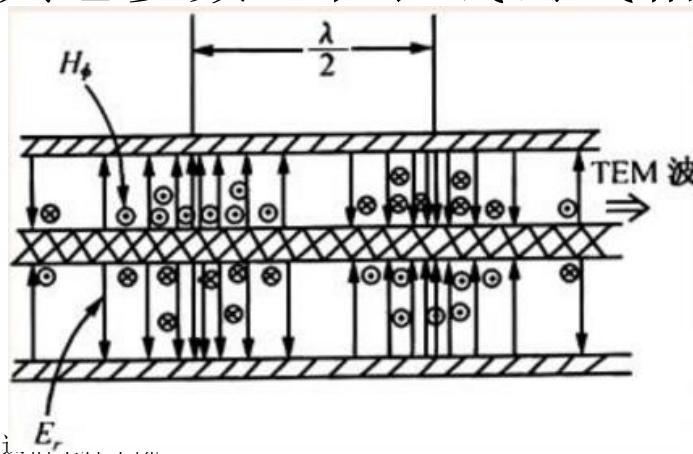
特性阻抗为 $Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$

相移常数、相速、相波长等其它参数也和长线公式相同。

$$\beta = k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_p}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$



同轴线的衰减由两部分构成，一部分是由导体损耗引起的衰减，用 α_c 表示；再一部分是由介质损耗引起的衰减，用 α_d 表示，其计算公式为：

$$\alpha_c = \frac{R_s}{2\eta} \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}{\ln \frac{b}{a}} \quad 1/\text{m}$$

$$\alpha_d = \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_0} \tan\delta \quad 1/\text{m}$$

式中 $R_s = (\pi f \mu / \sigma)^{1/2}$ 是导体的表面电阻， $\tan\delta$ 是同轴线中填充介质的损耗角正切。

2、同轴线中的高次模

若同轴线的尺寸与波长相比足够大时，传输线上有可能传输TM或TE波。因此有必要研究高次模的场结构特点，以便在给定频率下选择合适的尺寸，保证在同轴线内可抑制高次模的产生，只传输TEM波。

对TM波截止波长的近似表达式为：

$$\lambda_c(E_{mn}) \approx \frac{2}{n}(b-a) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

在 $m \neq 0$, $n = 1$ 时，对TE波有

$$\lambda_c(H_{m1}) \approx \frac{\pi(a+b)}{m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

在 $m = 0$ 时，对TE₀₁波有

$$\lambda_c(H_{01}) \approx 2(b-a)$$

3、同轴线尺寸选择

确定同轴线尺寸时，主要考虑以下几方面的因素：

① 保证 TEM 波单模传输，因此工作波长与同轴线尺寸的关系应满足： $\lambda > \lambda_c(H_{11}) = \pi(b + a)$

② 获得最小的导体损耗。可得 $(b/a) \approx 3.59$
此尺寸相应的空气同轴线的特性阻抗约为 77Ω 。

③ 获得最大的功率容量。可得 $(b/a) \approx 1.65$
此尺寸相应的空气同轴线的特性阻抗约为 30Ω 。

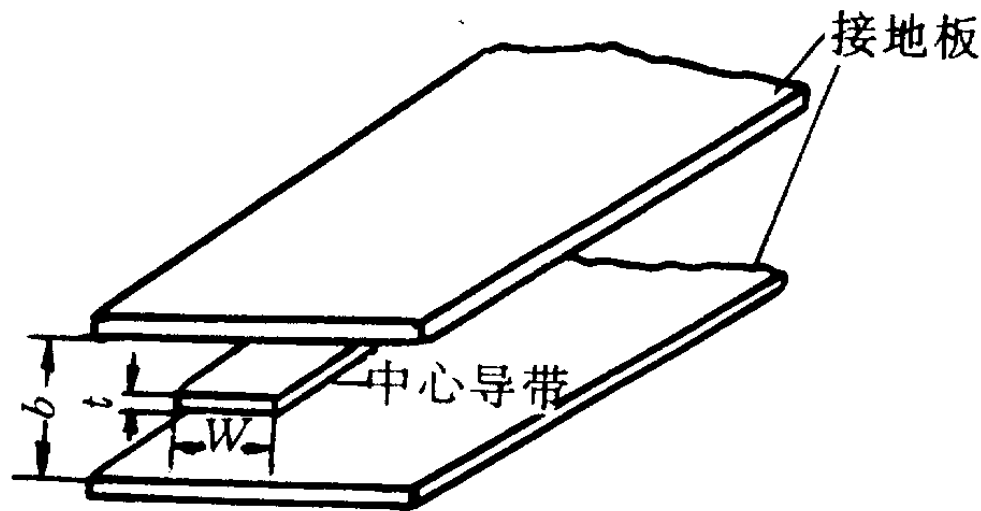
显然，上述两种要求所对应的同轴线的特性阻抗值并不相同，因此有必要兼顾考虑。同轴线的特性阻抗取 75Ω 和 50Ω 两个标准值。前者考虑的主要是损耗小，后者兼顾了损耗和功率容量的要求。

四、平面传输线

平面传输线是一类半开放结构的传输线，主要由带状线、微带线、耦合传输线组成。

1、带状线

带状线的结构如图所示,它是由一条厚度为 t ,宽度为 W 的矩形截面的中心导带和上、下两块接地板构成。两接地板的距离为 b 。中心导带的周围媒质可以是空气,也可以是其它介质。带状线中传输的主模为TEM模。所以对带状线可用长线理论的结论。



工程上用曲线拟合法得到的零厚度 ($t=0$) 的带状线其特性阻抗的近似计算公式为:

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{b}{W_e + 0.441b}$$

式中 W_e 是中心导带的有效宽度, 且

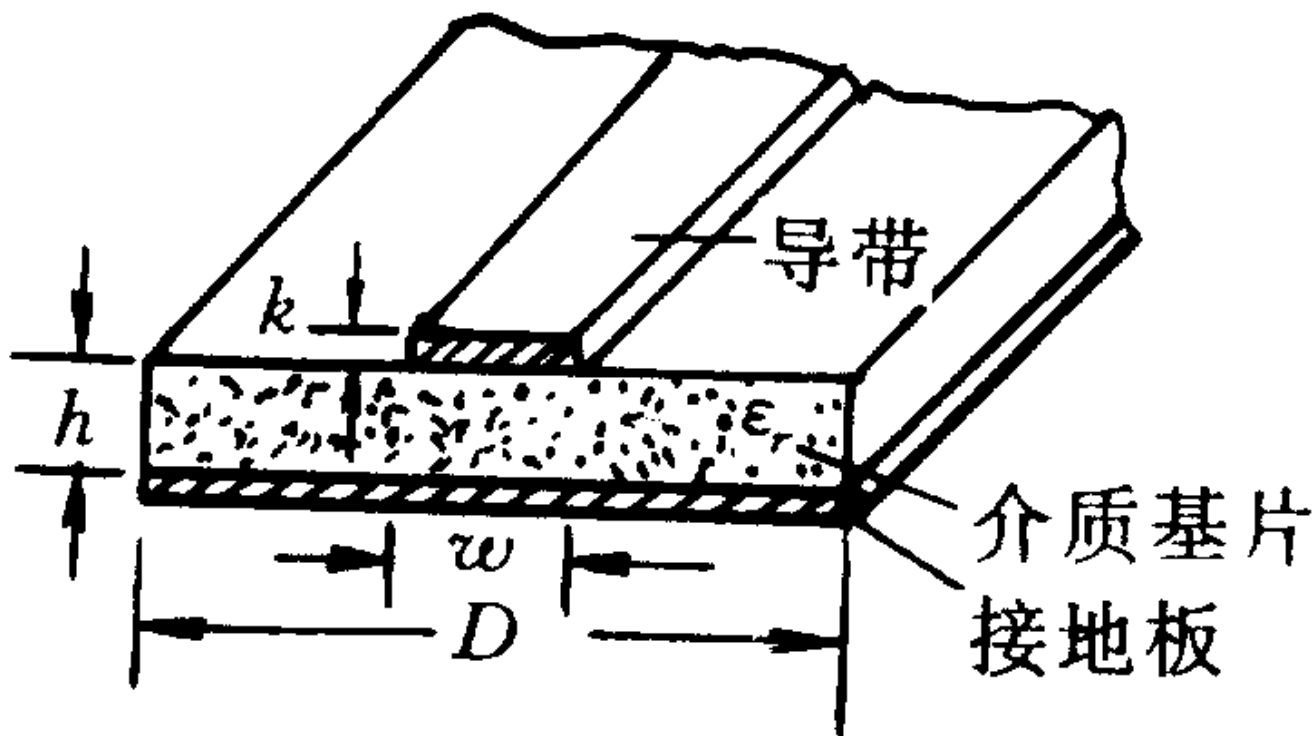
$$\frac{W_e}{b} = \frac{W}{b} - \begin{cases} 0 & \frac{W}{b} > 0.35 \\ \left(0.35 - \frac{W}{b}\right)^2 & \frac{W}{b} < 0.35 \end{cases}$$

可以看出, 带状线的特性阻抗随导带宽度增大而减小, 阻抗越高, 导带宽度越窄。设计电路时, 通常是给定 Z_0 和 ϵ_r 而要求设计导带的宽度 W , 因此可得如下综合设计公式。

$$\frac{W}{b} = \begin{cases} \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r} Z_0} - 0.441 & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 < 120\Omega \\ 0.85 - \sqrt{1.041 - \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r} Z_0}} & \sqrt{\epsilon_r} Z_0 > 120\Omega \end{cases}$$

2、微带线

微带线的结构如图所示。它是由介质基片的一边为中心导带，另一边为接地板所构成，其基片厚度为 h ，中心导带的宽度为 w 。



(1) 微带线中的主模

对于空气介质的微带线,它是双导线系统,且周围是均匀的空气,因此它可以存在无色散的TEM模。但实际上的微带线是制作在介质基片上的,虽然它仍然是双导线系统,但由于存在空气和介质的分界面,这就使得问题复杂化。可以证明,在两种不同介质的传输系统中,不可能存在单纯的TEM模,而只能存在TE模和TM模的混合模。但在微波波段的低频端由于场的色散现象很弱,传输模式类似于TEM模,故称为准TEM模。

由于微带线上传输的是准 TEM 波,因此其传输参数不能简单套用长线理论的结论。准静态法是将这种准TEM模式看成纯 TEM 模,通过引入一个相对的等效介电常数 ϵ_{re} ,其值介于1和 ϵ_r 之间,用它来均匀填充微带线,构成等效微带线,并保持它的尺寸和特性阻抗与原来的实际微带线相同,如图所示。有效介电常数 ϵ_{re} 定义为:

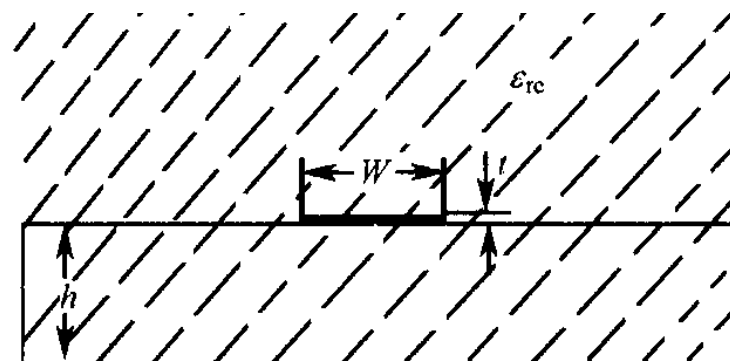
$$\epsilon_{re} = \frac{C_1}{C_{1a}} = \frac{\text{标准微带的单位长分布电容}}{\text{空气微带的单位长分布电容}}$$

引入等效介质和有效介电常数后，就可由前述长线理论得到标准微带线的传输参数为

$$v_p = c / \sqrt{\epsilon_{re}}$$

$$\lambda_p = \frac{v_p}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

$$\beta = 2\pi / \lambda_p$$



零厚度（ $t=0$ ）微带线特性阻抗的近似计算公式

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln\left(\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h}\right) \quad \frac{W}{h} \leq 1$$

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-\frac{1}{2}} + 0.041 \left(1 - \frac{W}{h}\right)^2 \right]$$

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \frac{1}{W/h + 1.393 + 0.667 \ln(W/h + 1.444)} \quad \frac{W}{h} \geq 1$$

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

微带线电路的设计通常是给定 Z_0 和 ϵ_r 要计算导体带宽度 W 。此时可由上式得到综合公式

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & A > 1.52 \\ \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right\} & A \leq 1.52 \end{cases}$$

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0 \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{60\pi^2}{Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$