班 级 07074
学 号 07074135

西安电子科技大学

本科毕业设计论文

题　　目　粗糙面电磁散射缩比关系研究

学　　院　理学院

专　　业　电子信息科学与技术

学生姓名　赵 晔

导师姓名　张 民

毕业设计（论文）诚信声明书

本人声明：本人所提交的毕业论文《 粗糙面电磁散射缩比关系研究 》是本人在指导教师指导下独立研究、写作的成果，论文中所引用他人的无论以何种方式发布的文字、研究成果，均在论文中加以说明；有关教师、同学和其他人员对本文的写作、修订提出过并为我在论文中加以采纳的意见、建议，均已在我的致谢辞中加以说明并深致谢意。

本论文和资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者：_____（签字） 时间：　　年　月　日

指导教师已阅：_____（签字） 时间：　　年　月　日

摘 要

随机粗糙表面以及电大尺寸复杂目标的散射计算，对雷达制导与截获技术、目标识别与特征提取、浅层地下目标勘探等具有十分重要的研究价值，日趋频繁的工程应用希望对这些目标的雷达散射截面进行测量或预测。对于超电大尺寸目标，往往借助缩比测量理论。缩比测量的依据是两个电磁系统必须满足相似性条件。

本文推导了无耗及有耗电磁系统的缩比条件，并进一步将缩比理论应用于粗糙表面的散射。对于粗糙表面，模型和原型首先必须在几何上相似，因此，本文研究了一维、二维粗糙表面和具有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件，为基于缩比模型计算粗糙面的散射作了准备工作。为了比较缩比模型和原型的散射特性，利用矩量法计算了一维、二维导体高斯粗糙面的散射截面。数值结果表明，本文给出的粗糙表面几何缩比条件是有效的。

关键词：缩比 粗糙面 矩量法 电磁散射

ABSTRACT

Research on electromagnetic scattering from electrical large target and randomly rough surface has bean attracting more and more attention in recent years, due to its extensive applications to airborne radar observation, target identification and acquisition, ground-penetrating radar, etc. For the extremely large target, an alternative approach is to use scale model. The basis of scale measurement is that the two electromagnetic systems of model and prototype must satisfy the similar conditions.

The basis of scale measurement is that the two electromagnetic systems of model and prototype must satisfy the similar conditions. This paper firstly derives the scale conditions for lossless and lossy electromagnetic system. For further study, the scale theory is applied to the scattering of rough surface. To the rough surface, the scale model must be similar to prototype in geometry. Therefore, the scale conditions for the geometry of 1-D, 2-D rough surface and sea rough surface with a JONSWAP spectrum are also studied, which prepare for calculating the scattering of rough surface based on the scale models. To compare the scattering characteristics of model and prototype, the RCS of 1-D, 2-D lossless Gaussian rough surface are calculated according to the method of moments (MoM). The numerical results show that the scale conditions for the geometry of rough surface presented in this paper are valid.

Keywords: scale rough surface method of moments EM scattering

目 录

第一章 绪论.....1
1.1 研究背景及意义.....1
1.2 国内外研究现状.....3
1.3 本文的主要内容和结构安排.....5
第二章 缩比理论的基本原理.....7
2.1 一般缩比理论.....7
2.2 无耗电磁系统的缩比条件.....9
2.3 有耗电磁系统的缩比条件.....9
2.4 数值分析.....11
2.5 本章小结.....12
第三章 粗糙面几何缩比条件.....13
3.1 随机粗糙面的统计参量.....13
3.2 粗糙面的几何缩比条件.....17
3.2.1 一维粗糙表面几何缩比条件.....17
3.2.2 二维粗糙表面几何缩比条件.....20
3.3 二维粗糙海面的几何缩比条件.....22
3.4 本章小结.....26
第四章 粗糙面电磁散射的矩量法.....27
4.1 矩量法的基本思想.....27
4.2 一维粗糙面散射的矩量法.....29
4.2.1 一维导体粗糙面散射.....29
4.2.2 一维粗糙面双站散射系数的计算.....34
4.2.3 一维粗糙面散射的数值计算及结果分析.....37
4.3 二维粗糙面散射的矩量法.....39
4.3.1 电磁场积分方程.....39
4.3.2 二维导体粗糙面的散射.....41
4.3.3 二维粗糙面散射的数值计算及结果分析.....48

4.4 本章小结.....50
结束语.....51
致谢.....53
参考文献.....55

第一章 绪 论

1.1 研究背景及意义

随机粗糙表面的电磁波与光波的电磁散射与逆散射特性研究在很多领域具有重要的学术价值和广泛的应用背景。这些应用都基于相同的电磁原理：当电磁波照射到物体表面上时，表面上的正负电子中心发生相对位移形成电偶极矩，产生感应电流，物体表面上所有电偶极矩产生二次辐射，辐射场相互干涉形成空间的散射场。因此，散射场是电磁波与被照射物体相互作用的结果。物体的散射回波中往往包含被照射物体的几何形状和电磁参数信息，为目标识别和特征提取提供了重要信息。例如：在陆地和海洋的遥感中，当雷达波照射陆地或海洋时，散射回波中包含了诸如地形起伏、土壤水分、农作物成熟情况、海水介电常数、海面浪高和风向等科学信息；当雷达用于检测森林、海洋等复杂背景中的坦克、舰船目标时，雷达回波中还包含有检测目标的形状、位置、运行状态等信息。因此，目标电磁散射特性研究一直是遥感与对地监测等领域中十分重要和具有广泛实际应用价值的课题。

随机粗糙表面的电磁散射研究之所以受到越来越多的重视，主要是因为随机粗糙表面的电磁散射特性与确定性目标的电磁散射特性有着诸多的区别。对于确定性目标散射问题而言，由于目标的轮廓和介电特性已经确定，所以特定的入射角和散射角对应的电磁散射系数也随之确定。然而，对于随机粗糙表面而言，粗糙表面的轮廓随着时间或者空间随机的发生变化，所以其表面轮廓的主要特点是“随机性”，这一点有别于确定性目标的电磁散射问题。因此，对于随机粗糙表面的电磁散射问题，应该专注于研究符合特定概率密度分布、具有特定统计参数的大量粗糙表面的电磁散射特性。通常情况下，随机粗糙表面轮廓采用统计参数来描述，如均方根高度、相关长度和分维数等，这一点也明显区别于确定性目标的电磁散射问题。正因为随机粗糙表面的电磁散射问题与确定性目标的电磁散射问题有诸多不同，而且在军事领域和民用领域都有广泛的应用，所以各个国家都投入大量的人力物力开展相关的研究工作。

无论是随机粗糙表面还是确定性目标，其散射特性是一个很实际的工程问

题，因此不仅仅需要理论计算，还往往需要实地测量。然而大型目标散射特性的测量需要极昂贵的费用，于是很自然地提出了缩比测量的概念，通过测量缩比后的模型的散射特性从而得到原型的散射特性。缩比理论的提出几乎与微波工程设计同时萌生。早在 50 年代初，由于当时的理论和计算机水平的限制，为了简化工作量，已经有人提出缩比设计的问题。但是，这类工作随着理论的深入和计算机的普及逐渐被人们所遗忘。80 年代重新燃起了对缩比理论的兴趣，其直接原因是隐身技术和微波暗室高精度测量等要求。

目前测量雷达目标散射特性的基本方法有远场法、紧缩场法和近场法。采用远场法可以测量目标的单站和双站散射特性，但这种方法需要庞大的测试场地，且由于目标的远场一般比较弱，因而给精确测量带来很大的困难。紧缩场法是测量目标散射特性的一种有效方法， 采用这种方法，发射天线和接收天线与目标之间的距离不需很大，在这一点上它要优于远场法。近场散射测量技术是近场天线测量技术的发展和延伸。利用近场散射测量技术， 可以在不转动目标的情况下测得扫描面外法向附近一个角域内的远场 RCS，从而可以获得目标在不同双站角情况下的远场散射特性。一般情况下， 目标的散射场所延伸的范围比较广， 客观上要求扫描面的宽度应足够大， 以减少截断误差。然而在实际的双站近场散射测量中，扫描面的宽度总是有限的，而且截断电平不一定很低，有时甚至比较高。

上述三种方法对一般的复杂目标可以测量或预估计算其散射特性，但对于超大电尺寸复杂目标则无能为力。由于测量电大尺寸的目标散射特性所需的费用极高、测试场地很大。在这么大的范围内进行测量，实验结果必然要受到天气条件的变化和各种各样的电磁辐射和海、地杂波的影响，即使有足够大的测试场地，其测量误差是不可避免，也是不容忽视的，难以保证测量精度。因此，对于这些超大电尺寸目标可应用缩比模型测量技术，采用这种方法时，测试或预估计算所采用的是目标的缩比模型，模型的几何形状与被测实际目标完全相似，只是它的所有尺寸均按相同某一比例缩小，同时工作波长也相应按同一比例缩小，以保持其电尺寸（长度与波长之比）不变。这时就可认为缩比模型与实际目标在工作波长下有相同的电参数和特性，测量或预估计算缩比模型的特性就可得到实际目标的特性。利用缩比模型容许测量在近距离内进行，所以可以方便地使用暗室设备，这样测量安全性好、可控制且不受天气变化和各种辐射的影响。

1.2 国内外研究现状

对缩比模型理论的研究最早可追溯到 20 世纪 40 年代，电磁缩比技术在二战以来已被广泛地发展[1]，1941 年 Stratton[2]给出了经典的电磁相律，1948 年 Sinclair[3]首先总结了电磁系统的缩比理论。这种电磁模拟技术，在二次世界大战期间，曾经成功地用于天线测量[4]，在六十年代初期，用于金属目标的散射测量[5]，但遗憾的是这种经典相似律只适用于金属和无耗介质，对于有耗介质，相似律是矛盾的，不相容的。实际的微波工程中，由于种种因素，有时理想缩比条件无法满足，于是梁昌洪[6]提出了近似缩比理论，时振栋[7]提出的不满足理想缩比条件时的反演计算方法，大大减少了模型测量的误差。在可见光、近红外激光波段，波长的变化会导致目标与模型的表面粗糙度、介电常数等的相当大的变化，沿用一般的缩比理论将会遇到很大困难，为了解决这一问题，只有不改变入射波长，于是林溪波[8]研究了目标的散射特性仅与其尺寸有关系。

自从缩比模型紧缩场基于缩比波长和模型扩展了单纯的紧缩场的概念[9]，缩比测量技术得到了广泛地应用，在 70 年代末和 80 年代初，就可以利用亚毫米波辐射进行缩比模型测量[10]，这些早期的系统是基于窄带、光泵浦、远红外(FIR)激光器。目前，亚毫米波技术实验室(STL)将这些早期的基于激光系统精确到高性能、能够在最常见的雷达波段模拟现代雷达系统性能的紧缩范围[11]，STL 已经开发了 524GHz、585GHz[12]和 1.56THz[13]的雷达系统。此外，基于相位全息图，A.Lonnqvist[14]研究了缩比模型测量的紧缩雷达 RCS 测试范围，R.Geise[15]实现了一种新的缩比仪降系统定位器的缩比测量设备。在一个紧缩范围进行缩比测量极大地促进了雷达系统和缩比技术的发展。

有关随机介质中波传播和散射的理论和方法研究在近几十年发展很快，其中国外对地、海表面的电磁与光散射研究开展得较早，1963 年 Beckmann 就利用 Kirchhoff 近似研究了周期性和随机粗糙面的标量波散射[16]，借助统计方法得到了平均散射场的积分表达式，并进一步探讨了散射场强度和相位的概率分布，同时他们提出了复合粗糙面的散射并引入了遮蔽函数的概念。1979 年 Bass 等人利用微扰法和 Kirchhoff 近似研究了粗糙面散射的遮蔽效应[17]，利用积分方程法讨论了粗糙面的多重散射效应并对近区菲涅尔相位进行了研究。1991 年，Bruce 将二次散射引入了经典的 Beckmann 理论并助于数值模拟，计算了一维表面的单次和

二次散射场，他的结果准确地再现了实验现象，从理论上证明了后向增强散射起源于多次散射。A.K.Fung[18-21]、A.Ishimaru[22]和 J.A.Ogilvy[23]等人进一步发展了粗糙面散射理论，采用了一些新的数值计算方法并将此用于诸如地海模型的成像。

国内学者在粗糙海面的散射理论与实验方面也做了大量研究工作，也初步取得了一系列成果。复旦大学金亚秋教授等将 Kirchhoff 近似与微扰法相结合研究了海面的电磁散射[24-26]，提出了一层随机离散粒子和双尺度随机粗糙面的复合模型；研究了随机粗糙面高阶散射的解析理论，并在国际上首次阐明了随机粗糙面后向散射增强的解析理论和数值分析结果。北京大学夏明耀教授等人从海面电磁散射的单积分方程方程出发，求解海面的散射系数，并对海面电磁散射的稀疏矩阵规范网格方法作了深入的研究[27-29]。西安电子科技大学吴振森教授等系统地研究了粗糙面对波束的散射[30;31]，研制了激光散射自动测量系统，从理论和实验上研究了不同目标表面的双向反射分布函数(BRDF)和单位面积激光散射截面(LRCS)单、双站角分布以及表面参数对其的影响规律，并建立了相应的数据库，为目标激光雷达散射截面计算和建模提供了必要的理论和实验数据[31]。西安电子科技大学的郭立新教授等人对分形粗糙(海)面的电磁散射特性进行了广泛而深入的研究[32;33]。浙江大学运用多层区域 UV 法(UV-MLP)计算了矢量波入射时三维导体粗糙面的双站散射截面。总体来说，无论是理论还是实验领域与先进国家相比我国仍存在很大的差距。

粗糙面的电磁散射理论的研究经过多年的发展，目前已经出了很多的理论和方法。总的来讲，可以分为解析近似方法和数值模拟方法。粗糙面散射的解析方法(如 KA、SPM 和 TS)往往对粗糙度有一定限制，由于其固有的物理近似势必带来误差，使得解析方法的使用范围相当有限。高性能计算机的出现和计算科学的飞速发展促进了计算电磁学领域的兴起，以及数值计算方法的发展。Monte-Carlo 方法的出现使得计算机模拟随机粗糙面的散射成为可能。

电磁场的数值计算方法基于经典的 Maxwell 方程，不含物理近似，把电磁波与粗糙面的各种相互作用(如多次散射、多路径传播、相位干涉、遮挡效应等)都考虑在内，理论上讲是一种精确的求解方法，在粗糙面散射的数值计算中发挥着重要作用。数值方法按其所求的方程形式分两大类，一类是基于传播空间离散化的微分方程方法，如时域有限差分法(FDTD)和有限元法(FEM)，其求解区域需包含目标所在的媒质空间，为模拟开域空间的散射问题需考虑吸收边界条件。因此，

对粗糙面这类无限扩展目标的散射问题，计算区域和离散未知变量相对较大，对计算机的内存需求产生了极大的挑战。另一类是基于散射体表面离散化的积分方程方法，如矩量法(MoM)，它直接求解由 Maxwell 方程和边界条件导出的关于粗糙面感应电流和磁流的积分方程，由于 Green 函数自动满足辐射条件，无需使用吸收边界和对周围媒质空间离散，所要求解的未知变量相对较少。因此，积分方程的 MoM 方法在粗糙面散射的数值模拟中往往占很大的优势，得到了广泛应用。

1.3 本文的主要内容和结构安排

本文主要介绍了一般缩比理论的基本原理、粗糙表面的几何缩比关系和粗糙面散射的矩量法。主要内容和结构安排如下：

第二章首先由 Maxwell 方程推导了一般缩比理论，并给出了无耗及有耗电磁系统的缩比条件。

第三章简单介绍了随机粗糙面的统计参数和如何利用 Monte Carlo 方法模拟生成粗糙面的理论，重点讨论了一维、二维粗糙表面和具有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件，为后面基于缩比模型计算粗糙面的散射作了准备工作。

第四章利用矩量法给出了锥形波入射下求解一维导体粗糙面电磁散射的详细过程，并根据计算三维目标散射的 RWG 基函数和三角形面元建模，深入地研究了平面波入射下二维导体高斯粗糙面的电磁散射特性。同时，利用第二、三章给出的缩比条件，比较了缩比模型和原型的散射特性，从数值结果可以看出，两者吻合很好。因此，本文给出的粗糙表面几何缩比条件是有效的。

第二章 缩比理论的基本原理

大型目标散射特性的测量所需费用极高、测试场地很大，且容易受到外界环境因素的影响，难以保证测量精度。因此，对于这些超大电尺寸目标可应用缩比模型测量技术，通过测量缩比后的模型的散射特性从而得到原型的散射特性，研究缩比模型的散射特性和原型散射特性之间的关系依赖于缩比理论的研究。本章从 Maxwell 方程出发推导了一般缩比理论。

2.1 一般缩比理论

一般缩比理论考虑两个不同频率上的研究目标（原型和模型）的等价相似条件，可以从 Maxwell 方程组、光速不变条件和阻抗不变条件[6]导出一般缩比理论。

在均匀、各向同性的全尺寸和对应缩比电磁系统中，根据 Maxwell 方程组的普适性原则，原型和对应缩比模型的场方程都满足

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \varepsilon \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \\ \nabla \times \vec{E} = -\mu \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{cases} \tag{2-1}$$

设缩比模型系统的各参数和全尺寸原型系统的对应量满足以下比例关系：

$$\begin{cases} \vec{E'} = K_E \vec{E} & L' = K_L L \\ \vec{H'} = K_H \vec{H} & t' = K_t t \\ \varepsilon' = K_\varepsilon \varepsilon & \sigma' = K_\sigma \sigma \\ \mu' = K_\mu \mu & \rho' = K_\rho \rho \end{cases} \tag{2-2}$$

上式中，带撇的量均为缩比模型系统的对应量，L 表示一维几何尺寸，而 ρ 表示电荷密度，把式(2-2)代入模型系统的 Maxwell 方程组，利用场方程的不变性，有

$$\frac{K_E}{K_L} = \frac{K_\mu K_H}{K_t}, \quad \frac{K_H}{K_L} = \frac{K_\varepsilon K_E}{K_t} = K_\sigma K_E \tag{2-3}$$

很容易得到

$$K_E K_t = K_L K_\mu K_H \tag{2-4}$$

$$K_\varepsilon K_E K_L = K_H K_t \tag{2-5}$$

$$K_\sigma = \frac{K_\varepsilon}{K_t}, \quad \frac{K_H}{K_E} = \frac{K_t}{K_L K_\mu} \tag{2-6}$$

由(2-4)和(2-5)两式相除得到

$$K_t = K_L \sqrt{K_\mu K_\varepsilon} \tag{2-7}$$

由式(2-6)和(2-7)可以得

$$K_\sigma = \frac{\sqrt{K_\varepsilon / K_\mu}}{K_L}, \quad \frac{K_H}{K_E} = \sqrt{\frac{K_\varepsilon}{K_\mu}} \tag{2-8}$$

波速不变原则和空间阻抗不变原则可以给出

$$\frac{K_L}{K_t} = 1, \quad \sqrt{\frac{K_\mu}{K_\varepsilon}} = 1 \tag{2-9}$$

于是由式(2-7)、(2-8)和(2-9)可以得到一般缩比理论的相似条件

$$\begin{cases} K_t = K_L & K_\mu = K_\varepsilon = 1 \\ K_\sigma = 1/K_L & K_H / K_E = 1 \end{cases} \tag{2-10}$$

当原型和缩比模型系统相似时，就可以根据一般缩比理论的相似条件，得到两系统的其他对应参量间的关系。对于坡印廷矢量，根据其定义可以给出原型和模型系统的坡印廷矢量分别为

$$\begin{aligned} &\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \\ &\vec{S}' = \vec{E}' \times \vec{H}' = K_E \vec{E} \times K_H \vec{H} = K_E K_H \vec{S} \end{aligned} \tag{2-11}$$

一般地，雷达散射截面定义为

$$\sigma = \lim_{r \to \infty} 4\pi r^2 \frac{S_r}{S_i} \tag{2-12}$$

式中，S_i表示入射平面波的单位面积的功率，S_r表示距离目标r处反射波的单位面积的功率。相应地，模型系统的雷达散射截面为

$$\sigma' = \lim_{r' \to \infty} 4\pi r'^2 \frac{S'_r}{S'_i} = \lim_{K_L r \to \infty} 4\pi \left(K_L r\right)^2 \frac{K_E K_H S_r}{K_E K_H S_i} = \left(K_L\right)^2 \sigma \tag{2-13}$$

所以，当两个电磁系统相似时，就可以根据已知的一个电磁系统的散射特性来研究另一个电磁系统的散射特性。

2.2 无耗电磁系统的缩比条件

若设全尺寸原型和模型的几何尺寸缩比因子为 $p = l / l'$，则对于各部分可以认为由理想导体和无耗介质组成的电磁系统，模型与全尺寸原型间的相似条件可以由一般缩比理论相似条件，式(2-10)得出，它们之间各物理量的对应关系可归结如表 2.1 所示：

表 2.1 无耗电磁系统的缩比条件

物理量	原型系统	模型系统
几何尺寸	l	$l' = l / p$
波长	λ	$\lambda' = \lambda / p$
频率	f	$f' = fp$
传播常数	k	$k' = kp$
介电常数	ε	$\varepsilon' = \varepsilon$
磁导率	μ	$\mu' = \mu$
电导率	γ	$\gamma' = \gamma p$
本质阻抗	η	$\eta' = \eta$
天线增益	g	$g' = g$
散射截面	σ	$\sigma' = \sigma / p^2$

对于理想导体（金属目标可近似为理想导体目标）和理想电介质目标来说，只要使原型和模型的组成材料相同，即使介电常数、磁导率和电导率保持不变，同时使全尺寸目标的几何尺寸和入射波长同时缩小 p 倍，就可以从缩比模型测量得到的结果可应用于原来的实际模型。

2.3 有耗电磁系统的缩比条件

在 2.2 节中给出了金属及无耗电磁系统的缩比条件，如表 2.1 所示。但当原型系统中包含有耗材料时，表 2.1 所列的物理量不足以描述原型和模型间必须具备的全部相似性关系，在这些系统中，所含有耗媒质的介电常数和磁导率为复数

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_r - j\varepsilon_i \\ \mu &= \mu_r - j\mu_i \end{aligned} \tag{2-14}$$

在有耗介质系统中，模型和原型系统中的场量同样都应遵循麦克斯韦方程组，设时间因子为$e^{j\omega t}$，则有耗介质中的麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=j\omega\varepsilon\vec{E}+\sigma\vec{E}\\ \nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}\end{cases}\tag{2-15}$$

用缩比因子为$K(x)$表示括号中物理量原型值与模型值之间的比例系数，则比较模型系统和原型系统的麦克斯韦方程组后，容易得到下列各式成立

$$\begin{cases}K(\omega)K(\mu_r)K(l)K(H)/K(E)=1\\ K(\omega)K(\mu_i)K(l)K(H)/K(E)=1\\ K(\omega)K(\varepsilon_r)K(l)K(E)/K(H)=1\\ K(\omega)K(\varepsilon_i)K(l)K(E)/K(H)=1\\ K(\gamma)K(l)K(E)/K(H)=1\end{cases}\tag{2-16}$$

其中$K(l)=l/l'$为几何缩比因子。进一步用$\delta_m,\delta_e,\delta_c$分别表示媒质的磁损耗角、介质电极化损耗角正切，以及媒质导电损耗角的正切，即设

$$\delta_m=\frac{\mu_i}{\mu_r}\qquad \delta_e=\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_r}\qquad \delta_c=\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_r}\tag{2-17}$$

则由式(2-16)可以得到

$$\delta_m=C_1\tag{2-18}$$

$$\delta_e=C_2\tag{2-19}$$

$$\delta_c=C_3\tag{2-20}$$

$$\omega l\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}=C_4\tag{2-21}$$

$$\frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{H}\right|}/\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}=C_5\tag{2-22}$$

式中$C_i\,(i=1-5)$均为常数。上式中的前三个式子为模型系统中的介质损耗和原型系统中的各相应量应该保持的关系。由式(2-18)、(2-19)和表 2.1 容易进一步得到

$$\varepsilon_i'=\varepsilon_i,\quad \mu_i'=\mu_i\tag{2-23}$$

此外，由式(2-21)和(2-22)还可得出

$$\frac{l}{\lambda}=C_6,\quad \frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{H}\right|}=C_7,\quad \eta=C_8 \tag{2-24}$$

表 2.2 有耗电磁系统增加的缩比条件

物理量	原型系统	模型系统
电极化损耗	δ_e	$\delta_e'=\delta_e$
磁损耗	δ_m	$\delta_m'=\delta_m$

因此，要完整地模拟原型系统电磁特性的模型系统应保持其中各部分的电长度l/λ，损耗δ_m,δ_e和δ_c与原型系统中相应部分的各量相同。也就是说，如果模型的所有几何尺寸比原型的相应部分缩小 p 倍，则模型系统中使用的工作波长也应缩短 p 倍，并应使模型中各部分的介质损耗角保持与原型中各对应量相同。由此可见，对于含有耗媒质的电磁系统，模型与原型间各物理量的对应关系除表 2.1 所列以外，还应补充如表 2.2 所列的两个新关系，这样的模型系统才能保持与原型系统有相似的性能。

2.4 数值分析

图 2.1 根据几何光学(PO)法给出了原型和模型理想导体圆盘的双站 RCS 的比较，其电尺寸为$ka=31.4$，a是圆盘的半径，原型的半径为$a=8m$，缩比因子$p=8$，从图 2.1 可以看出，模型的 RCS 和原型的 RCS 吻合的非常好，因此，对于金属目标，当全尺寸原型无法测量时，就可以利用其缩比模型来获得原型的散射特性。

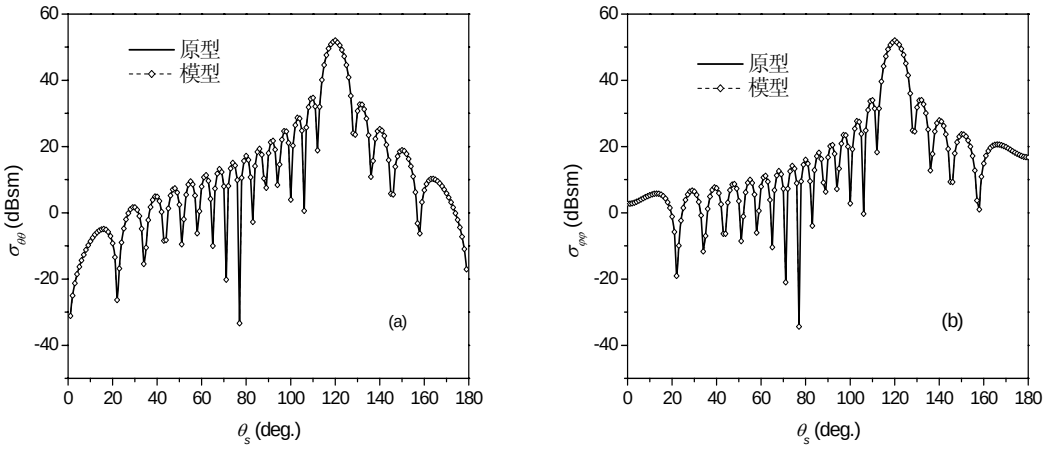


图 2.1 圆盘的双站 RCS (a):VV 极化，(b):HH 极化

图 2.2 根据球体雷达散射截面的 Mie 理论级数解，给出了原型和模型介质球的双站散射截面。平面波 z 方向入射，x 方向极化，球心位于坐标原点，相对介电常数 $\varepsilon_r = 2.5 + j1.2$ 。原型介质球的半径为 1.0 米，ka=5.0，缩比因子 p=5。从图示结果可以看出，缩比模型的 RCS 和原型的 RCS 吻合的非常好。

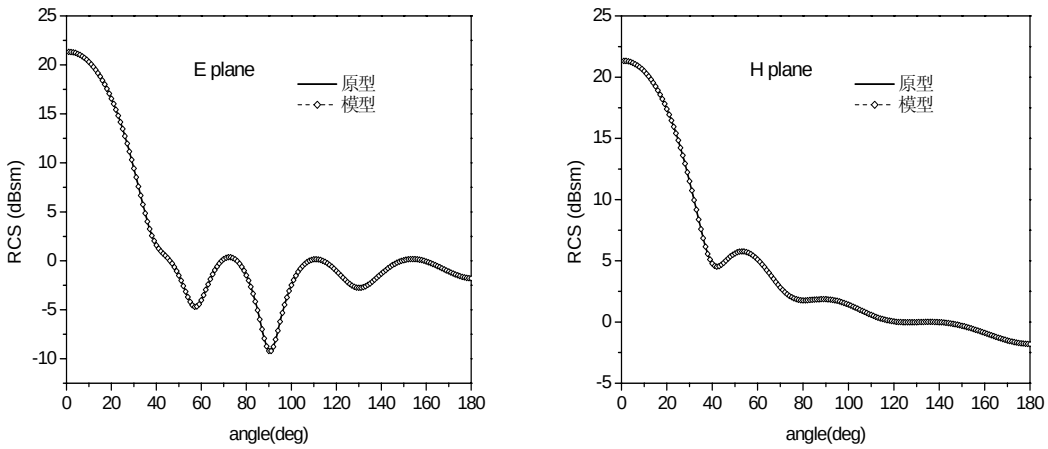


图 2.2 介质球的双站散射截面

2.5 本章小结

本章首先由 Maxwell 方程推导了一般缩比理论，对于无耗系统，在保持目标电尺寸和参数不变的情况下，缩比模型和原型的 RCS 之比即为两者几何尺寸之比的平方。对于有耗系统，还应使模型中各部分的介质损耗角与原型中各对应量保持相同，然而，在实际中波长的变化会导致目标与模型的表面粗糙度、介电常数等的相当大的变化，所以试验测量值和理论计算值会出现有差异。

第三章 粗糙面几何缩比条件

粗糙表面的散射在实际工程中有很重要的应用，这些应用大多依赖于粗糙表面散射特性。但是，相对于入射波频段，粗糙面有时需看成是电大目标，测量其散射特性很不方便，所以有必要将缩比理论应用于粗糙表面的散射，这就必须保证模型和原型粗糙表面首先在几何上相似。为此，本章首先介绍了随机粗糙面的统计参数，然后研究了一维、二维粗糙表面和具有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件。

3.1 随机粗糙面的统计参量

对于一个给定的随机粗糙面，对光波来说可能呈现很粗糙，而对微波来说却可能呈现的很光滑，这主要是因为随机表面的粗糙度是以波长为度量单位的统计参数来表征的。而描述粗糙面的统计量除功率谱密度外，还有高度起伏的概率密度函数和均方高，相关函数和相关长度，结构函数，特征函数，均方斜度与曲率半径等。本节将逐一介绍它们统计描述，并说明它们和功率谱密度间的相互关系。

1. 高度起伏概率密度函数

以一维情况为例，设随机粗糙面的高度起伏为 $z = f(x)$，如图 3.1 所示。

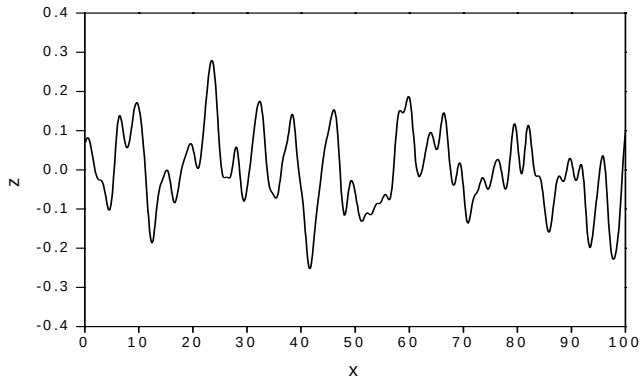


图 3.1 一维随机粗糙面示意图

它的概率密度函数反映了高度起伏的分布情况，用 $p(f)$ 表示，则 $p(f)\mathrm{d}f$ 为相对于平均平面，高度为 $z \sim z+dz$ 的概率。知道了高度分布的概率密度函数 $p(f)$，

就可以求出粗糙面的其他一些统计参量，如高度起伏的均值、高度起伏的均方根等。

高度起伏的均值定义为

$$\overline{f} = E\left[f(x)\right]_s = \int_{-\infty}^{\infty} fp(f)df \tag{3-1}$$

$E\left[\cdot\right]_s$ 表示沿整个粗糙面求平均，通常选取适当的参考面（一般取 $z=0$ 的平面），使得相对于此参考面的高度 $f(x)$ 的均值为零，这会给计算带来很大的方便。

2. 高度起伏均方根

粗糙面的高度起伏均方根 δ 反映粗糙面粗糙程度的一个基本量，它的最原始定义为

$$\delta = \sqrt{E\left[f^2(x)\right]_s - \left\{E\left[f(x)\right]_s\right\}^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 p(f)df - \left[\int_{-\infty}^{\infty} fp(f)df\right]^2} \tag{3-2}$$

通常可以通过数值计算得到：若以适当间隔对粗糙面进行离散，设采样点数为 N，采样间隔为 Δx，根据经验，Δx 一般选择为 $\Delta x \le 0.1\lambda$（λ 为入射波长），然后对离散值 $f\left(x_i\right)$ 进行数值计算，计算公式为

$$\delta^2 = \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=1}^{N}\left(f_i\right)^2 - N\cdot\left(\overline{f}\right)^2\right] \tag{3-3}$$

其中，$\overline{f} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i$。

3. 相关函数

对于特定分布的粗糙表面，单一的均方根 δ 并不能唯一描述粗糙面的特性，相关函数表明随机表面上任意两点间的关联程度，定义自相关函数为

$$G(R) = E\left[f(x)f(x+R)\right] \tag{3-4}$$

式中当 $R=0$ 时，$G(0)=\delta^2$。进一步定义归一化自相关函数，即相关系数为

$$\rho(R) = \frac{G(R)}{\delta^2} = \frac{E\left[f(x)f(x+R)\right]}{\delta^2} \tag{3-5}$$

其中，δ^2 是表面的高度起伏均方根。一般随机粗糙面上的两点距离 R 增大，自相关函数减小。相关函数的形状取决于表面的类型，减小的快慢取决于表面两点不

相关的距离。

同高度起伏均方根一样，相关系数也可以通过对粗糙面离散化并数值计算得到。对取样间隔为Δx的离散值$f\left(x_i\right)$，相距为$x'=\left(j-1\right)\Delta x,\left(1\le j\le N\right)$的两点的归一化相关系数由下式给出

$$\rho\left(x'\right)=\sum_{i=1}^{N+1-j} f_i f_{i+j-1} / \sum_{i=1}^{N} f_i^2 \tag{3-6}$$

大多数随机粗糙面的高度起伏服从高斯分布，具有该分布的相关函数可以表示为

$$G\left(R\right)=\delta^2 \exp\left(\frac{-R^2}{l^2}\right) \tag{3-7}$$

其中，l为相关长度，$R=\left|x_1-x_2\right|$。

指数分布相关函数可以定义为

$$G\left(R\right)=\delta^2 \exp\left(\frac{-\left|R\right|}{l}\right) \tag{3-8}$$

相关系数$\rho\left(R\right)$在$R=0$时具有最大值 1，随着 R 的增大，$\rho\left(R\right)$逐渐减小，当$R\to\infty$时，$\rho\left(R\right)\to 0$。把$\rho\left(R\right)$降至$1/e$时的 R 值称为表面相关长度，记为l，即$\rho\left(l\right)=1/e$。表面相关长度是描述随机粗糙面各统计参量中的一个最基本量，它提供了估计表面上两点相互独立的一种基准，即如果表面上两点在水平距离上相隔距离大于l，那么该两点的高度值从统计意义上说是近似独立的。在极限情况下，即当表面为光滑表面（镜面）时，面上每一点与其它各点都是相关的，相关系数$\rho\left(R\right)=1$，相关长度$l\to\infty$。

4. 功率谱密度

将非归一化的$G\left(R\right)$相关函数进行 Fourier 变换，就可以得到高度起伏的功率谱密度$S\left(k\right)$，即

$$S\left(k\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G\left(R\right)\exp\left(ikR\right)dR \tag{3-9}$$

同样，相关函数也可以表示为$S\left(k\right)$的 Fourier 变换

$$G(R)=\int_{-\infty}^{\infty}S(k)\exp(-ikR)dk \tag{3-10}$$

高斯分布随机粗糙面的功率谱密度为

$$S(k)=\frac{\delta^2 l}{2\sqrt{\pi}}\exp\left(\frac{-k^2l^2}{4}\right) \tag{3-11}$$

指数分布随机粗糙面的功率谱密度为

$$S(k)=\frac{\delta^2 l}{\pi\left(1+k^2l^2\right)} \tag{3-12}$$

5. 结构函数

对于具有分形特征的分形粗糙面，如分形布朗运动（fractal Brown motion，fBm）粗糙面和 Weierstrass 分形函数所描述的粗糙面，其高度起伏的导数不连续，方差发散。而结构函数是一个平稳随机过程，因此研究其特性常选用结构函数，结构函数定义为表面上两点高度差的均值，即

$$D(R)=E\left[\left[f(x)-f(x+R)\right]^2\right] \tag{3-13}$$

它与相关函数实际是等效的，对于平稳随机过程，结构函数与相关函数的关系为：

$$D(R)=2\delta^2\left[1-G(R)\right] \tag{3-14}$$

采用结构函数的优点是它与测量表面高度所选取的参考面无关，从而给计算带来了方便。

6. 特征函数

特征函数定义为粗糙面高度起伏的概率密度函数的 Fourier 变换。这样一维粗糙面特征函数的定义式为：

$$\chi(s)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}p(f)\exp(isf)df \tag{3-15}$$

它提供了粗糙表面对波的相位调制的测度，同样它也包含了高度起伏概率密度的信息。

7. 均方根斜率

均方根斜率定义为表面上每一点的斜率的均方根值，即

$$\delta_s=\sqrt{E\left[\left(\frac{df}{dx}\right)^2\right]} \tag{3-16}$$

它与谱函数之间的关系为

$$\delta_s = \left\{ E\left[S^2 \right] \right\}^{1/2} = \left[\int k^2 S\left(k\right) dk \right]^{1/2} \tag{3-17}$$

3.2 粗糙面的几何缩比条件

研究随机粗糙表面的电磁散射特性，首先必须对粗糙表面进行建模，利用功率谱密度，随机粗糙表面可以采用蒙特卡罗（Monte Carlo）方法[34]来模拟生成。蒙特卡罗方法又称线性滤波法，其基本思想是在频域用功率谱对其进行滤波，再作逆快速傅里叶变换（inverse fast Fourier transform，IFFT）得到粗糙面的高度起伏。

3.2.1 一维粗糙表面几何缩比条件

由于粗糙表面被认为是由大量的谐波叠加而成，谐波的振幅是独立的高斯随机变量，其方差正比于特定波数的功率谱 $S\left(k_j\right)$。按照这种思路，可以由下列函数生成长度 L 为的一维粗糙表面样本[34]，即

$$f\left(x_n\right) = \frac{1}{L} \sum_{j=-N/2+1}^{N/2} F\left(k_j\right) e^{jk_j x_n} \tag{3-18}$$

其中，$x_n = n\Delta x\left(n = -N/2+1, \cdots, N/2\right)$ 表示粗糙表面上第 n 个采样点，N 为等间隔离散点数，Δx 为相邻两点间的距离，$F\left(k_j\right)$ 和 $f\left(x_n\right)$ 称为 Fourier 变换对，定义为

$$F\left(k_j\right) = \frac{2\pi}{\sqrt{2\Delta k}} \sqrt{S\left(k_j\right)} \cdot \begin{cases} \left[N\left(0,1\right) + iN\left(0,1\right) \right], & j = -N/2+1, \cdots, -1 \\ N\left(0,1\right) & , j = 0, N/2 \end{cases} \tag{3-19}$$

其中，离散波数 k_j 的表达式为

$$k_j = 2\pi j / L \tag{3-20}$$

Δk 为谱域相邻的谐波样本的空间波数差，$S\left(k_j\right)$ 为粗糙表面的功率谱密度。$N\left(0,1\right)$ 表示均值为 0，方差为 1 的正态分布的随机数。当 $j > 0$ 时，$F\left(k_j\right)$ 满足共轭对称关系 $F\left(k_j\right) = F\left(k_{-j}\right)^*$，这样可以保证进行 Fourier 逆变换后所得到的粗糙表面的轮廓 $f\left(x_n\right)$ 是实数。

原型和模型两个粗糙表面在几何上相似，必须满足

$$\begin{cases} L' = L / p \\ x_n' = x_n / p \\ f'\left(x_n'\right) = f\left(x_n\right) / p \end{cases} \tag{3-21}$$

其中，p 为缩比因子。

要使表面高度在对应点处满足 $f'\left(x_n'\right) = f\left(x_n\right) / p$，这就要求在粗糙表面建模时离散点数相等，即

$$N' = N \tag{3-22}$$

则采样间隔满足

$$\Delta x' = \Delta x / p \tag{3-23}$$

由式(3-20)可以得到离散波数间的关系为

$$k_j' = k_j p \tag{3-24}$$

由式(3-18)、(3-21)和(3-24)可以得出 $F\left(k_j\right)$ 满足

$$F'\left(k_j'\right) = F\left(k_j\right) / p^2 \tag{3-25}$$

当固定正态分布的随机数 $N\left(0,1\right)$ 时，则从式(3-19)和(3-25)可以得出

$$S'\left(k_j'\right) = S\left(k_j\right) / p^3 \tag{3-26}$$

对于高斯分布的粗糙表面，设原型和模型的高度起伏均方根 δ、表面相关长度 l 之间的关系为

$$\delta' = \alpha_1 \delta \qquad l' = \beta_1 l \tag{3-27}$$

则由式(3-11)、(3-27)可得模型的功率谱密度为

$$S'\left(k'\right) = \frac{\left(\alpha_1 \delta\right)^2 \left(\beta_1 l\right)}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[\frac{-\left(kp\right)^2 \left(\beta_1 l\right)^2}{4}\right] \tag{3-28}$$

很容易得出，当 $\alpha_1 = \beta_1 = 1/p$ 时，模型和原型的功率谱密度就能满足式(3-26)，即原型和模型两个粗糙表面几何相似。

同样，对于指数分布的粗糙表面，设原型和模型的高度起伏均方根 δ、表面相关长度 l 之间的关系为

$$\delta' = \alpha_2 \delta \qquad l' = \beta_2 l \tag{3-29}$$

则由式(3-12)、(3-29)可得模型的功率谱密度为

$$S'(k')=\frac{(\alpha_2\delta)^2(\beta_2 l)}{\pi\left[1+(pk)^2(\beta_2 l)^2\right]} \tag{3-30}$$

因此，当$\alpha_2=\beta_2=1/p$时，模型和原型的功率谱密度就能满足式(3-26)，即原型和模型两个粗糙表面几何相似。

可以看出一维高斯和指数分布的粗糙表面的几何缩比条件是相同的，表 3.1 归纳了一维高斯和指数分布的粗糙表面的几何缩比条件。

表 3.1 一维高斯和指数分布的粗糙表面的几何缩比条件

物理量	原型粗糙表面	模型粗糙表面
几何长度	L	$L'=L/P$
采样间隔	Δx	$\Delta x'=\Delta x/p$
采样点坐标	$x_n=n\Delta x$	$x_n'=x_n/p$
离散波数	$k_j=2\pi j/L$	$k_j'=k_j p$
均方根	δ	$\delta'=\delta/p$
相关长度	l	$l'=l/p$
功率谱密度	$S(k_j)$	$S'(k_j')=S(k_j)/p^3$
Fourier 系数	$F(k_j)$	$F'(k_j')=F(k_j)/p^2$
表面高度	$f(x_n)$	$f'(x_n')=f(x_n)/p$

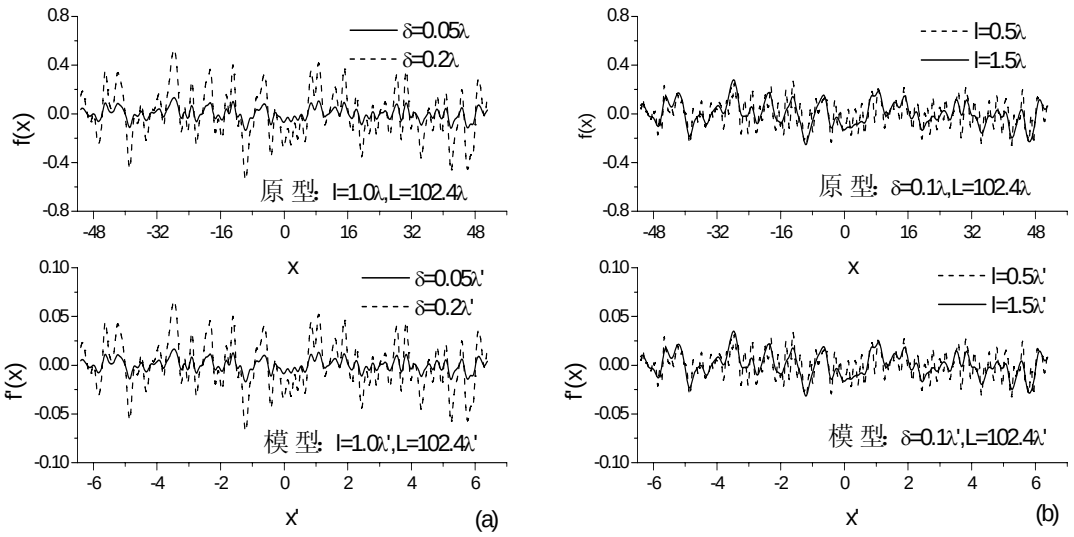


图 3.2 一维高斯粗糙面模型

图 3.2 给出了不同均方根高度、相关长度的原型和模型一维高斯粗糙面样本数值模拟图形，缩比因子 p=8。从模拟图形可以看出，模型和原型粗糙面几何相似，同时也可以看出，均方根高度和相关长度是粗糙面模拟中最基本而且极其重要的两个参数，它们的变化对粗糙面的高度起伏、起伏频繁程度都有很大的影响。从图 3.2 可以看出，当相关长度相同时，均方根高度越大粗糙面的起伏程度就越大；而均方根高度固定时，相关长度越小，粗糙面变换就越剧烈，即变化的周期就越小。可见，均方根高度决定着粗糙面的“纵向”变化特征，相关长度决定着粗糙面的“横向”变化特征。

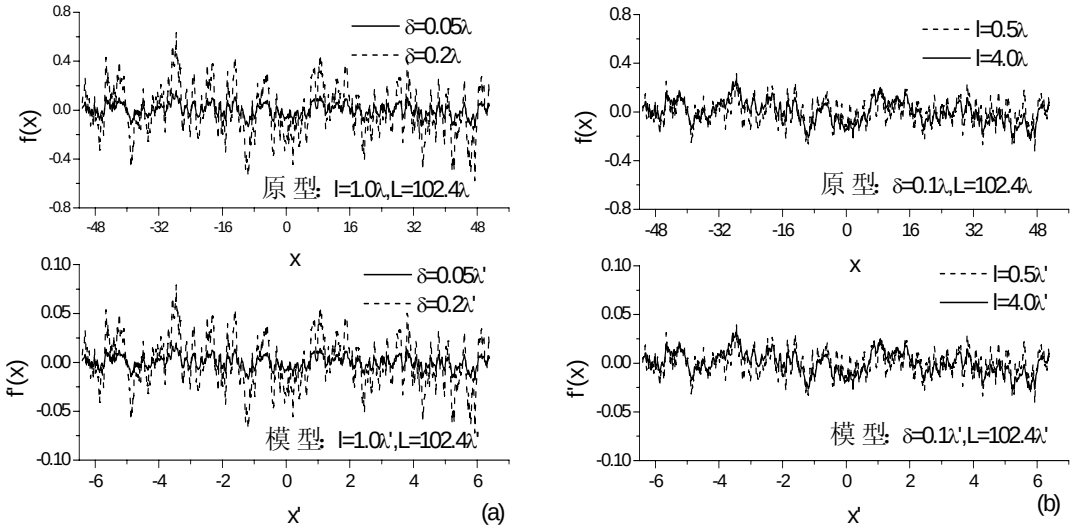


图 3.3 一维指数粗糙面模型

图 3.3 给出了不同均方根高度、相关长度的一维指数粗糙满面样本数值模拟图形，缩比因子 p=8。可以看出，模型和原型粗糙面几何相似，同时也可以看出，指数粗糙面与高斯粗糙面起伏随均方根高度和相关长度的变化有着相同的特点。

3.2.2 二维粗糙表面几何缩比条件

与一维随机粗糙表面的蒙特卡罗方法建模类似，假设要产生的二维粗糙面在 x 和 y 方向的长度分别为 L_x 和 L_y，等间隔离散点数分别为 M 和 N，相邻两点间的距离分别为 Δx 和 Δy，即有 $L_x \approx M\Delta x, L_y \approx N\Delta y$，则粗糙表面上的每一点 $(x_m = m\Delta x，\ y_n = n\Delta y)$ $\left(m = -M/2+1,\cdots,M/2; n = -N/2+1,\cdots,N/2\right)$ 处得高度可表示为[35]

$$f\left(x_m,y_n\right)=\frac{1}{\mathrm{L_x L_y}}\sum_{m=-M/2+1}^{M/2}\sum_{n=-N/2+1}^{N/2}F\left(k_i,k_j\right)\exp\left[i\left(k_i x_m+k_j y_n\right)\right] \tag{3-31}$$

其中，

$$F\left(k_i,k_j\right)=2\pi\left[\mathrm{L_x L_y}S\left(k_i,k_j\right)\right]^{1/2}\times\begin{cases}\dfrac{\left[N\left(0,1\right)+iN\left(0,1\right)\right]}{\sqrt{2}} & ,i\neq 0,M/2\text{且}j\neq 0,N/2\\ N\left(0,1\right) & ,i=0,M/2\text{或}j=0,N/2\end{cases} \tag{3-32}$$

同样，$S\left(k_i,k_j\right)$为二维随机粗糙面的功率谱密度，其中，$k_i=2\pi i/\mathrm{L_x}$， $k_j=2\pi j/\mathrm{L_y}$。为了使 $f\left(x_m,y_n\right)$ 为实数，其 Fourier 系数 $F\left(k_i,k_j\right)$ 必须满足条件 $F\left(k_i,k_j\right)=F^*\left(-k_i,-k_j\right)$， $F\left(k_i,-k_j\right)=F^*\left(-k_i,k_j\right)$。

与一维粗糙面类似，原型和模型两个粗糙表面在几何上相似，必须满足

$$\begin{cases}L_x'=L_x/p,L_y'=L_y/p\\ x_m'=x_m/p,y_n'=y_n/p\\ f'\left(x_m',y_n'\right)=f\left(x_m,y_n\right)/p\end{cases} \tag{3-33}$$

则离散点数、采样间隔和离散波数之间的关系为

$$\begin{aligned}&M'=M,N'=N\\ &\Delta x'=\Delta x/p,\Delta y'=\Delta y/p\\ &k_i'=k_i p,k_j'=k_j p\end{aligned} \tag{3-34}$$

由式(3-31)、(3-33)、(3-34)可以得出$F\left(k_i,k_j\right)$满足

$$F'\left(k_i',k_j'\right)=F\left(k_i,k_j\right)/p^3 \tag{3-35}$$

当固定正态分布的随机数$N\left(0,1\right)$时，则从式(3-32)可以得出

$$S'\left(k_i',k_j'\right)=S\left(k_i,k_j\right)/p^4 \tag{3-36}$$

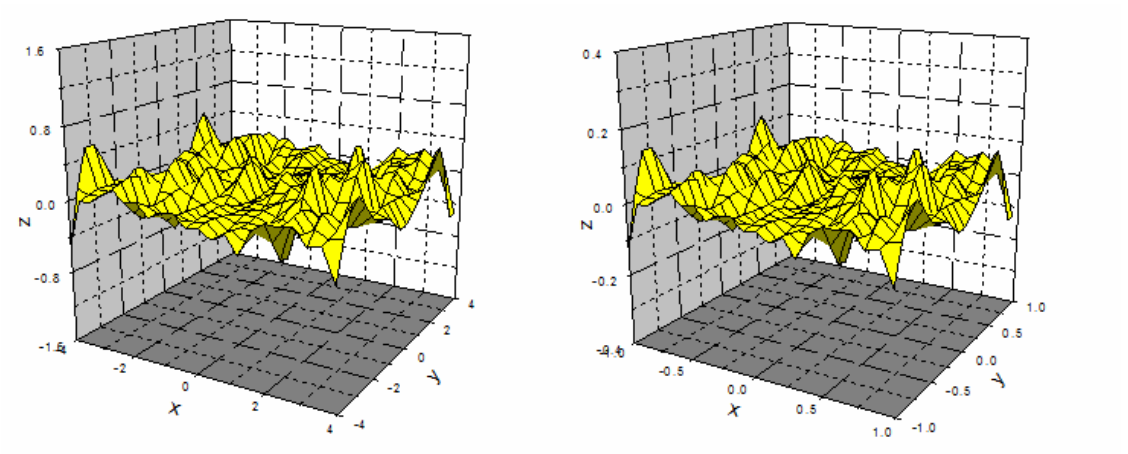
为了说明问题，本文只给出二维高斯分布的粗糙表面的几何缩比条件。二维高斯粗糙面[34;35]对应的功率谱密度为

$$S\left(k_\mathrm{x},k_y\right)=\delta^2\frac{l_x l_y}{4\pi}\exp\left(-\frac{k_\mathrm{x}^2 l_x^2+k_\mathrm{y}^2 l_y^2}{4}\right) \tag{3-37}$$

利用与一维粗糙面相同的推导方法，可以很容易地得到原型和模型的高度起伏均方根δ、表面相关长度l_x,l_y之间的关系为

$$\begin{aligned}&\delta' = \delta / p \\ &l'_x = l_x / p, l'_y = l_y / p\end{aligned} \tag{3-38}$$

图 3.4 给出了均方根高度 $\delta = 0.2\lambda$，相关长度 $l_x = l_y = 1.0\lambda$ 的二维原型和模型的高斯粗糙面模型，x 和 y 方向长度 $L_x = L_y = 8.0\lambda$，每个波长采样 8 个点，缩比因子 $p = 4$，可以看出，二维模型和原型的高斯粗糙面几何相似。



(a) 原型 (b) 模型

图 3.4 二维高斯粗糙面模型

3.3 二维粗糙海面的几何缩比条件

根据海浪谱和线性随机海浪理论，将实际海浪看作是由无限多个不同振幅、不同频率、不同传播方向、相位随机的正弦波(或余弦波)叠加的结果[36]，即将二维随机海浪数学描述为：

$$\begin{aligned}f(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} a_{mn}\cos\left[k_{mn}\left(x\cos\theta_{mn} + y\sin\theta_{mn}\right) - \omega_{mn}t + \xi_{mn}\right] \\ &= \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} a_{mn}\cos\left[\left(k_m x_m + k_n y_n\right) - \omega_{mn}t + \xi_{mn}\right]\end{aligned} \tag{3-39}$$

式中，$f(x,y,t)$ 为固定点 (x,y) 处的海面波面相对于静止海面在 t 时刻的瞬时高度；N,M 分别为频率分割数和方向分割数；组成波的振幅 a_{mn} 在 (k_n,k_m) 处正比于功率谱的平方根，即 $a_{mn} = \sqrt{2S(k_m,k_n)\Delta k_m \Delta k_n}$；$\omega_{mn}$ 为组成波的角频率；组成波数 $k_{mn} = \omega_{mn}^2 / g$，其中，$g$ 为重力加速度，且 $g = 9.81m/s^2$，k_m,k_n 为 k_{mn} 在 x,y 方向的

分量；θ_{mn} 为方向角，且 $\theta_{mn}=\arctan\left(k_n/k_m\right)$；$\xi_{mn}$ 为在 $0\sim 2\pi$ 范围内均匀分布的随机初相位。

本文研究了具有 JONSWAP 海谱的海面几何缩比条件，JONSWAP 海谱 $S\left(k\right)$ 的表达式为[37;38]

$$S\left(k\right)=\frac{\alpha}{2}k^{-4}\exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{k}{k_0}\right)^{-2}\right]\cdot\gamma^{\exp\left[-\frac{\left(k^{1/2}-k_0^{1/2}\right)^2}{2\sigma_J k_0}\right]}N\left(p\right)\cos^{2p}\left(\phi-\phi_0\right) \tag{3-40}$$

其中，k_0 为峰波数，ϕ_0 为波传播方向与 x 轴的夹角，γ 为峰升高因子，α 为无因次常数，$\alpha=0.076\tilde{x}^{-0.22}$，无因次风区 $\tilde{x}=gx/U_{10}^2$（x 为风区），其值范围为 $10^{-1}\sim 10^5$，U_{10} 为 10m 高度处的风速，σ_J 为描述 JONSWAP 海谱宽度的一个参数，$\tilde{\omega}_0$ 为无因次频率，其形式为

$$\tilde{\omega}_0=U_{10}\omega_0/g=22\tilde{x}^{-0.33} \tag{3-41}$$

$N\left(p\right)$ 为传播函数归一化因子，其表达式为

$$N\left(p\right)=\frac{1}{\pi^{1/2}}\frac{\Gamma\left(1+p/2\right)}{\Gamma\left(1/2+p/2\right)} \tag{3-42}$$

式中，指数 p 是波数的函数

$$p=\begin{cases}0.46\left(k/k_0\right)^{-1.25}p_m, k\geq k_0\\ 0.46\left(k/k_0\right)^{2.5}p_m, k<k_0\end{cases} \tag{3-43}$$

其中，$p_m=11.5\left(U_{19.5}/c_m\right)^{-2.5}$，$c_m$ 为峰波数的相速度，$c_m=\left(g/k_0\right)^{1/2}$，$U_{19.5}$ 为 19.5m 高度处的风速，实际上任意高度为 z(cm)处的风速可表示为

$$U=\frac{U_*}{0.4}\ln\left(\frac{z}{0.684/U_*+4.28\times10^{-5}U_*^{\ 2}-0.0443}\right)cm/s \tag{3-44}$$

其中，U_* 为摩擦风速，单位为 cm/s。

原型和模型两个粗糙海面在几何上相似，必须满足

$$\begin{cases}L_x'=L_x/p, L_y'=L_y/p\\ x_m'=x_m/p, y_n'=y_n/p\\ f'\left(x_m',y_n',t'\right)=f\left(x_m,y_n,t\right)/p\end{cases} \tag{3-45}$$

和二维粗糙面类似，粗糙海面的离散点数、采样间隔和离散波数也满足式(3-34)。由于$k_{mn}=\omega_{mn}^2/g$，所以

$$\omega'_{mn}=\sqrt{k'_{mn}g}=\sqrt{pk_{mn}g}=\sqrt{p}\omega_{mn} \tag{3-46}$$

根据式(3-34)、(3-39)、(3-45)、(3-46)并固定随机初相位，使$\xi'_{mn}=\xi_{mn}$，则模型的海面波为

$$\begin{aligned} f'\left(x'_m,y'_n,t'\right)&=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}a'_{mn}\cos\left[\left(k'_m x'_m+k'_n y'_n\right)-\omega'_{mn}t'+\xi'_{mn}\right]\\ &=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}a'_{mn}\cos\left[\left(k_m x_m+k_n y_n\right)-\sqrt{p}\omega_{mn}t'+\xi_{mn}\right] \end{aligned} \tag{3-47}$$

因此，有

$$a'_{mn}=a_{mn}/p \qquad t'=t/\sqrt{p} \tag{3-48}$$

由于$a_{mn}=\sqrt{2S\left(k_m,k_n\right)\Delta k_m\Delta k_n}$，所以模型与原型的海谱满足

$$S'\left(k_m{}',k_n{}'\right)=S\left(k_m,k_n\right)/p^4 \tag{3-49}$$

设模型海谱中的参数与原型的对应参数有以下比例关系

$$k'_0=a_1k_0,N'\left(p'\right)=a_2N\left(P\right),p'=a_3p \tag{3-50}$$

对于同一形式的海谱，模型和原型的参数α,γ和σ_J是相同的，则模型海谱可表示为

$$S'\left(k'\right)=\frac{\alpha}{2\left(pk\right)^4}\exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{pk}{a_1k_0}\right)^{-2}\right]\cdot\gamma^{\exp\left[-\frac{\left(\left(pk\right)^{1/2}-\left(a_1k_0\right)^{1/2}\right)^2}{2\sigma_J\left(a_1k_0\right)}\right]}\left[a_2N\left(p\right)\right]\cos^{2\left(a_3p\right)}\left(\phi-\phi_0\right) \tag{3-51}$$

很容易得出，当$a_1=p,a_2=a_3=1$时，模型和原型的海谱就能满足式(3-49)。因此，p_m和峰波数的相速度c_m满足

$$p'_m=p_m,c'_m=\sqrt{\frac{g}{k'_0}}=\sqrt{\frac{g}{pk_0}}=\frac{c_m}{\sqrt{p}} \tag{3-52}$$

由式(3-52)和$p_m=11.5\left(U_{19.5}/c_m\right)^{-2.5}$，得

$$U_{19.5}{}'=U_{19.5}/\sqrt{p} \tag{3-53}$$

由式(3-41)和 $k_{mn}=\omega_{mn}^2/g$ 得

$$k_0=\frac{\tilde{\omega}_0{}^2 g}{U_{10}^2} \tag{3-54}$$

由于在缩比理论中，无因次量保持不变，即 $\tilde{\omega}_0{}'=\tilde{\omega}_0$，所以可得

$$U_{10}{}'=U_{10}/\sqrt{p} \tag{3-55}$$

由式(3-55)和 $\tilde{x}=gx/U_{10}^2$ 以及无因次量 $\tilde{x}$ 相等的关系，可以得到风区有如下关系

$$x'=x/p \tag{3-56}$$

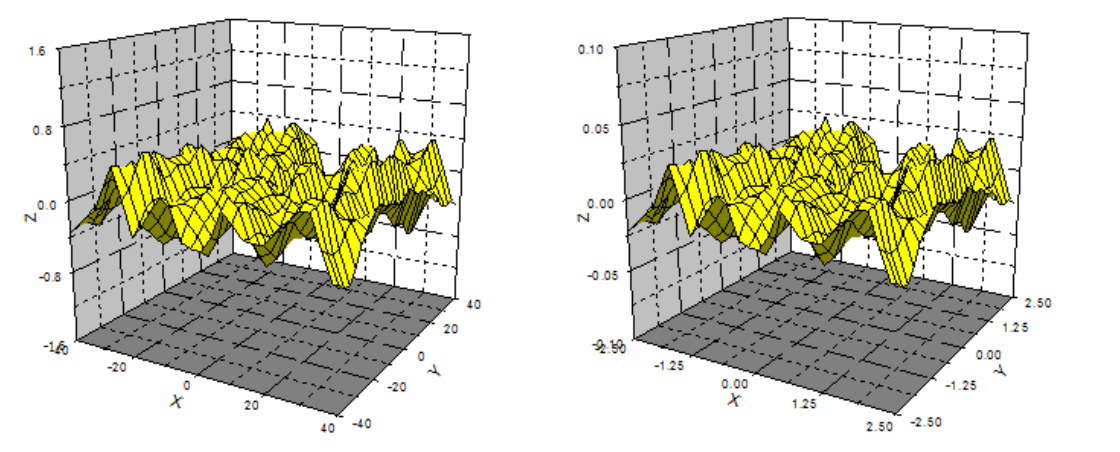
表 3.2 归纳了具有 JONSWAP 海谱的粗糙海面几何缩比条件。

表 3.2 JONSWAP 粗糙海面几何缩比条件

物理量	原型粗糙海面	模型粗糙海面
几何长度	$\mathrm{L_x}\approx M\Delta x,\mathrm{L_y}\approx N\Delta y$	$\mathrm{L_x}'=\mathrm{L_x}/p,\mathrm{L_y}'=\mathrm{L_y}/p$
离散点数	M,N	$M'=M,N'=N$
采样点坐标	$x_m=m\Delta x,y_n=n\Delta y$	$x_m{}'=x_m/p,y_n{}'=y_n/p$
离散波数	$k_m=2\pi m/\mathrm{L_x},k_n=2\pi \mathrm{n}/\mathrm{L_y}$	$k_m{}'=k_m p,k_n{}'=k_n p$
离散角频率	$\omega_{mn}=\sqrt{k_{mn}g}$	$\omega_{mn}{}'=\omega_{mn}\sqrt{p}$
时间	t	$t'=t/\sqrt{p}$
10m 高度处风速	U_{10}	$U_{10}{}'=U_{10}/\sqrt{p}$
风区	x	$x'=x/p$
无因次风区	$\tilde{x}=gx/U_{10}^2$	$\tilde{x}'=\tilde{x}$
峰频率	$\omega_0=22g/U_{10}\tilde{x}^{-0.33}$	$\omega_0{}'=\omega_0\sqrt{p}$
峰波数	$k_0=\omega_0{}^2/g$	$k_0{}'=k_0 p$
相速度	$c_m=\left(g/k_0\right)^{1/2}$	$c_m{}'=c_m/\sqrt{p}$
19.5m 高度处风速	$U_{19.5}$	$U_{19.5}{}'=U_{19.5}/\sqrt{p}$
归一化传播因子	$N\left(p\right)$	$N'\left(p\right)=N\left(p\right)$
海谱	$S\left(k_m,k_n\right)$	$S'\left(k_m{}',k_n{}'\right)=S\left(k_m,k_n\right)/p^4$
振幅	$a_{mn}=\sqrt{2S\left(k_x,k_y\right)\Delta k_x\Delta k_y}$	$a_{mn}{}'=a_{mn}/p$
表面高度	$f\left(x,y,t\right)$	$f'\left(x',y',t'\right)=f\left(x,y,t\right)/p$

图 3.5 给出了模型和原型的粗糙海面，粗糙面是根据式(3-39)和表 3.2 中所列的粗糙海面几何缩比条件模拟生成的，原型粗糙海面的几何长度为 $\mathrm{L_x}=\mathrm{L_y}=80m$，

风速为$U_{10}=5m/s$，时间$t=8s$，离散点数为 M=N=81，缩比因子为 $p=16$，从图可以看出，模型和原型的粗糙海面相似。



(a) 原型 (b) 模型

图 3.5 二维粗糙海面

3.4 本章小结

本章首先介绍了随机粗糙面的统计参数和如何利用 Monte Carlo 方法模拟生成粗糙面的理论，重点讨论了一维、二维粗糙表面和具有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件。

将缩比理论应用于研究随机粗糙表面的电磁散射特性，首先必须保证模型和原型粗糙表面几何相似。本章第二节给出了一维、二维粗糙表面的几何缩比条件，对于一维、二维粗糙表面，只要相关长度和均方根高度均按几何缩比因子缩小，即可使模型和原型粗糙面在几何上相似。从粗糙面样本数值模拟图形也可以看出，模型和原型粗糙面几何相似，第三节推导了有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件，从模拟图可以看出，表 3.2 给出的缩比条件是合理的。

第四章 粗糙面电磁散射的矩量法

本章主要介绍矩量法（MOM）分析一维以及二维导体粗糙面的散射问题。首先简述矩量法的基本思想，然后推导出基于电磁场积分方程求解一维导体粗糙面散射的矩量法方程和阻抗元素的计算方法，之后给出了基于 RWG 基函数、电磁场方程的二维导体粗糙面散射的矩量法方程，及计算过程中阻抗元素奇异性的处理方法。

4.1 矩量法的基本思想

矩量法的基本思想是将一个泛函方程化为矩阵方程，通过求解矩阵方程来得到所需未知量。电磁场问题的数值求解方法可分为两种。第一种直接针对电磁场，第二种针对场源。在两种情况下，待求方程为关于未知量(场或源)的线性算子方程，这些线性算子方程在第一种情况是微分方程，而在第二种情况中则是积分方程。两类方程可以归纳为在 Hilbert 空间中的算子方程[39]：

$$Lf = g \tag{4-1}$$

其中，L 为 Hilbert 空间的线性算子，算子可以是微分算子，也可以是积分算子，往往还包含着边界条件；f 为待求解的函数，g 为已知函数。从数值分析的角度看，求解(4-1)的任务是在该算子的 Hilbert 空间中找一组线性无关的基函数，设为 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_N$，张成一子空间 M，其线性叠加得到一个近似解 f_0，使 f_0 尽可能地接近 f。

$$f_0 = \sum_{n=1}^{N} I_n \varphi_n \tag{4-2}$$

其中 $I_1,I_2,\cdots,I_N$ 为待定系数。 将算子 L 作用于 f_0，有

$$Lf_0 - g \neq 0 \tag{4-3}$$

或者说，Lf_0 和 g 之间存在误差，f_0 不能完全满足方程(4-1)。现在的任务是设法找到一组 $I_1,I_2,\cdots,I_N$，使 Lf_0 和 g 之间的误差最小。令

$$R = Lf_0 - g \tag{4-4}$$

R 即为 Lf_0 与 g 之间的误差，再在 Hilbert 空间中找一组线性无关的权函数 $w_1, w_2, \cdots, w_N$，张成另一子空间 W，将 R 投影到子空间 W 中，设 $P(R)$ 为 R 在空间 W 中的投影，则有：

$$P(R) = \sum_{m=1}^{N} (w_m, R) w_m \tag{4-5}$$

式中，(w_m, R) 为 Hilbert 空间中 w_m 和 R 的内积运算，是 R 在子空间 W 中第 m 个分量的系数。矩量法认为，如果 R 在 W 中的投影为零，那么 f_0 能够更好的近似 f。$P(R)$ 为零也就意味着 R 在 W 中所有分量为零，即

$$(w_m, R) = 0 \qquad m = 1, 2, \cdots N \tag{4-6}$$

由此，可以确定系数 I_n，综合(4-2)、(4-4)、(4-6)，可得：

$$\begin{bmatrix} (w_1, L\varphi_1) & (w_1, L\varphi_2) & \cdots & (w_1, L\varphi_N) \\ (w_2, L\varphi_1) & (w_2, L\varphi_2) & \cdots & (w_2, L\varphi_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (w_N, L\varphi_1) & (w_N, L\varphi_2) & \cdots & (w_N, L\varphi_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (w_1, g) \\ (w_2, g) \\ \vdots \\ (w_N, g) \end{bmatrix} \tag{4-7}$$

上式可写为：

$$AI = V \tag{4-8}$$

式中 A 为 $N \times N$ 矩阵，在电磁分析问题中称为阻抗矩阵，矩阵元素为 $a_{mn} = (w_m, L\varphi_n)$；$I$、$V$ 为列向量，$v_m = (w_m, g)$。只要对 A 求逆，便可得系数列 I 的值：

$$I = A^{-1}V \tag{4-9}$$

如果矩阵 A 是非奇异性的，其逆矩阵 A^{-1} 存在，则 I 便可由式(4-9)求出。$f_0(x)$ 的解由(4-2)得出，设基函数向量为

$$\tilde{\varphi}_n = [\varphi_{1,} \varphi_{2,} \varphi_3 ...] \tag{4-10}$$

于是，可将 $f_0(x)$ 写成

$$f_0 = \tilde{\varphi}_n . I = \tilde{\varphi}_n A^{-1} V \tag{4-11}$$

此解是精确的还是近似的，要取决于φ_n和ω_n的选择。当选择$\varphi_n = \omega_n$这种特殊情况时，通常称为伽略金（Galerkin）法。

以上是矩量法的数学基础，影响矩量法求解精度的核心因素是两个子空间的选取，因此在任何一个特定的问题中，主要任务是选择φ_n和ω_n。φ_n必须是线性无关的，并且使得它们的某种叠加式(4-2)能够很好的逼近$f_0(x)$。ω_n也应该是线性无关的，并且也应该使得内积(ω_n, g)取决于 g 的相对独立性。影响选择φ_n和ω_n的一些其它因素为：(1)问题所要求的精度；(2)计算矩阵元素的难易；(3)能够求逆的矩阵大小；(4)良态矩阵A的可实现性。

用矩量法求解电磁问题，基本步骤如下：

1．确立算子及算子空间中的内积运算。在电磁分析问题中都采用积分算子，算子方程为积分方程，内积运算一般也采用和积分方程相同类型的积分。

2．确立基函数及权函数。电磁分析中一般采用分域基函数，求解时先进行网格离散，不同的网格离散方法对应着不同的基函数。

3．计算出阻抗矩阵中的各元素a_{mn}。这是矩量法分析电磁问题时最复杂也最关键的一个环节，阻抗元素计算的精确与否，决定着整个计算结果的精度与稳定性。不同的积分方程、不同的网格离散方法、不同的基函数分别对应着不同的计算阻抗元素的方法。

4．矩阵求逆，解出待定系数I，然后根据I计算出各电量。最常用的矩阵求逆的方法有高斯主消元法、共轭梯度法（CG）等。高斯消元法的计算量为$O(N^3)$，CG 法计算量为$O(N^2)$，当矩阵较大时，用 CG 法解方程组速度明显要快的多。

应用矩量法求解粗糙面的电磁散射是一种有效的数值方法，无论是求解导体粗糙面还是介质粗糙面，都可以用此方法求解。

4.2 一维粗糙面散射的矩量法

4.2.1 一维导体粗糙面散射

对于简单的标量场散射问题，如图 4.1 所示，V为均匀媒质空间，V_p为散射

体所在区域，φ_i 为入射场，空间V 中任意一点的标量场φ满足 Helmholtz 方程

$$\nabla^2\varphi + k^2\varphi = 0 \tag{4-12}$$

k 为自由空间的波数，二维格林函数满足

$$\left(\nabla^2 + k^2\right)G\left(\vec{r},\vec{r'}\right) = -\delta\left(\vec{r}-\vec{r'}\right) \tag{4-13}$$

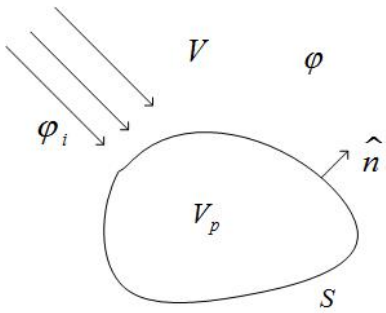


图 4.1 二维标量场散射的几何模型

其中，

$$G\left(\vec{r},\vec{r'}\right) = \frac{1}{4i}H_0^{(2)}\left(k\left|\vec{r}-\vec{r'}\right|\right) \tag{4-14}$$

$H_0^{(2)}(\cdot)$ 表示第二类零阶汉克尔（Hankel）函数，根据标量格林定理

$$\int\left(\varphi_1\nabla^2\varphi_2 - \varphi_2\nabla^2\varphi_1\right)dv = \oint\left(\varphi_1\nabla\varphi_2 - \varphi_2\nabla\varphi_1\right)\cdot ds \tag{4-15}$$

在上式中，令 $\varphi_2 = \varphi\left(\vec{r}\right)$ 和 $\varphi_1 = G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)$，于是有

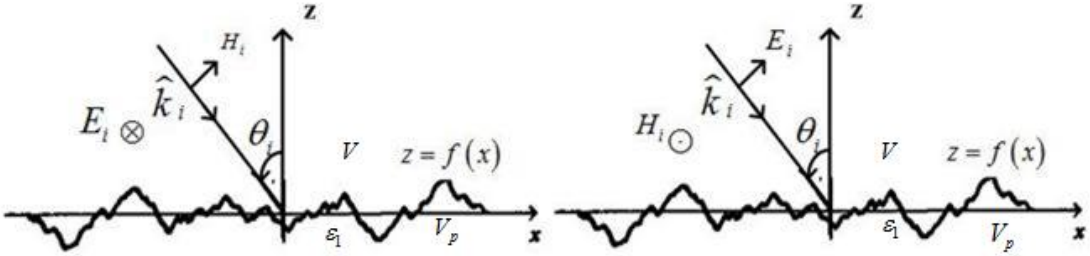
$$\begin{aligned}
&\int\left[G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\nabla^2\varphi\left(\vec{r}\right) - \varphi\left(\vec{r}\right)\nabla^2 G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\right]dl' \\
&\quad = \int\left\{G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\left[-k^2\varphi\left(\vec{r}\right)\right] - \varphi\left(\vec{r}\right)\left[-k^2 G\left(\vec{r},\vec{r'}\right) - \delta\left(\vec{r}-\vec{r'}\right)\right]\right\}dl' \\
&\quad = \varphi\left(\vec{r}\right) = -\int\left[G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\frac{\partial\varphi\left(\vec{r}\right)}{\partial n'} - \varphi\left(\vec{r}\right)\frac{\partial G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)}{\partial n'}\right]ds' + \varphi_i\left(\vec{r}\right) \qquad \vec{r}\in V
\end{aligned} \tag{4-16}$$

因此，二维电磁散射的积分方程为

$$\varphi\left(\vec{r}\right) = -\int\left[G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\frac{\partial\varphi\left(\vec{r'}\right)}{\partial n'} - \varphi\left(\vec{r'}\right)\frac{\partial G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)}{\partial n'}\right]ds' + \varphi_i\left(\vec{r}\right) \qquad \vec{r}\in V \tag{4-17}$$

对于二维粗糙面散射问题，按入射波为水平（TE 波）和垂直（TM 波）两种极化方式分别讨论，可将复杂的矢量散射问题转化成表另问题，从而简化求解过程。两种极化方式的散射模型分别如图 4.2 所示，图中 x 轴表示粗糙面的平均高度，$z = f(x)$ 表示粗糙面的随机高度函数。E_i 、H_i 分别为入射电场和磁场，

$k_i = \hat{x}\sin\theta_i - \hat{z}\cos\theta_i$ 为入射波矢量（θ_i 为入射角度）。当水平极化入射时令电场 $\vec{E_i} = \hat{y}E_i = \hat{y}\varphi_i$，垂直极化入射时令磁场 $\vec{H}_i = \hat{y}H_i = \hat{y}\varphi_i$，则上面的标量积分方程(4-17)可同时用来描述这两类散射问题。



(a)水平极化(TE) (b)垂直极化(TM)

图 4.2 两种极化入射的散射模型

1.水平极化的情况

当入射波为水平极化（TE 波）时，总的电场满足 Dirichlet 边界条件，即 $E(\vec{r}) = 0$，其中 $\vec{r} \in S$（S 为粗糙表面），通过化简积分方程(4-17)，可以得到水平极化下的表面电场积分方程（Electric Field Integral Equation，EFIE）为[40;41]

$$E_i(\vec{r}) = \int_S ds' G(\vec{r},\vec{r}')\frac{\partial E(\vec{r}')}{\partial n'} = \int_S ds' G(\vec{r},\vec{r}')\vec{n}'\cdot\nabla' E(\vec{r}') \tag{4-18}$$

其中，$\vec{n}'$ 表示粗糙面的单位法矢量，$\vec{n}' = \dfrac{-f'(x')\hat{x}+\hat{z}}{\sqrt{1+[f'(x')]^2}}$，$f'(x')$ 是 $f(x')$ 的一阶导数。

将粗糙面的轮廓信息代入到 EFIE 中可以得到

$$E_i(x, f(x)) = \int_{-L/2}^{L/2} dx'\sqrt{1+[f'(x')]^2}\,G(x, f(x); x', f(x'))\left(\vec{n}'\cdot\nabla' E(\vec{r}')\right)_{z=f(x')} \tag{4-19}$$

定义

$$\begin{aligned} b(x) &= E_i(x, f(x)) \\ U(x') &= \left(\vec{n}'\cdot\nabla' E(\vec{r}')\right)_{z=f(x')} \\ K(x,x') &= \sqrt{1+[f'(x')]^2}\,G(x, f(x); x', f(x')) \end{aligned} \tag{4-20}$$

则积分方程(4-19)变为

$$b(x) = \int_{-L/2}^{L/2} dx' K(x,x') U(x') \tag{4-21}$$

将 $-\frac{L}{2}\le x\le\frac{L}{2}$ 划分为 N 段，每段长度 $\Delta x=\frac{L}{N}$，每段中点坐标记作 x_n（$n=1,2,\cdots,N$）。基函数选取分域脉冲基函数，这样，第 n 段的 U 值用其中点处的值代替，即 $U\left(x'\right)=U_n$。在 $x=x_m$ 处定义 δ 函数为检验函数，于是原积分方程变为

$$\int_{-L/2}^{L/2}dx'K\left(x_m,x'\right)U\left(x'\right)=b\left(x_m\right) \tag{4-22}$$

因为每一小段的 $U\left(x'\right)$ 值为定值，将积分方程用求和式代替，兼顾到 Hankel 函数的奇异性，式(4-22)可写为

$$\Delta x\sum_{\substack{n=1\\n\neq m}}^{N}K\left(x_m,x_n\right)U\left(x_n\right)+\left[\int_m dx'K\left(x_m,x'\right)\right]U\left(x_m\right)=b\left(x_m\right) \tag{4-23}$$

当 x' 和 x_m 很接近时，利用 Hankel 函数的小宗量近似

$$H_0^{(2)}\left(x\right)=1-i\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma x}{2}\right) \tag{4-24}$$

γ 为欧拉常数，$\gamma=1.78107$。再利用泰勒展开，近似用差分代替微分

$$-f\left(x_m\right)+f\left(x'\right)=f'\left(x_m\right)\left(x'-x_m\right) \tag{4-25}$$

可以得到自作用积分

$$\begin{aligned}\int_m dx'K\left(x_m,x'\right)&=2\int_{x_m}^{x_m+\Delta x/2}dx'K\left(x_m,x'\right)\\&=\frac{1}{2i}\int_0^{\Delta x/2}dx'\sqrt{1+\left[f'\left(x_m\right)\right]^2}\left[1-i\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma}{2}k\Delta x\sqrt{1+\left[f'\left(x_m\right)\right]^2}\right)\right]\\&=\frac{\Delta x\sqrt{1+\left[f'\left(x_m\right)\right]^2}}{4i}\left[1-i\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma k}{4e}\Delta x\sqrt{1+\left[f'\left(x_m\right)\right]^2}\right)\right]\\&=\frac{\Delta l_m}{4i}\left[1-i\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma k}{4e}\Delta l_m\right)\right]\end{aligned} \tag{4-26}$$

其中，$\Delta l_m=\Delta x\sqrt{1+\left[f'\left(x_m\right)\right]^2}$。令

$$U\left(x_n\right)=U_n,\quad b\left(x_m\right)=b_m,\quad A_{mn}=\begin{cases}\frac{\Delta l_m}{4i}H_0^{(2)}\left(k\left|\vec{r}_m-\vec{r}_n\right|\right) & ,m\neq n\\ \frac{\Delta l_m}{4i}\left[1-i\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma k}{4e}\Delta l_m\right)\right] & ,m=n\end{cases} \tag{4-27}$$

可以得到

$$\sum_{n=1}^{N} A_{mn} U_n = b_m \tag{4-28}$$

2.垂直极化

当入射波为垂直极化（TM 波）时，总的磁场满足 Neumann 边界条件，即 $\hat{n}\cdot\nabla H\left(\vec{r}\right)=0$，其中 $\vec{r}\in S$，与 TE 波类似，可得到 TM 极化情况下的表面磁场积分方程（Magnetic Field Integral Equation，MFIE）为

$$H_i\left(\vec{r}\right)=\frac{H\left(\vec{r}\right)}{2}-\int_S ds'\varphi\left(\vec{r}'\right)\frac{\partial G\left(\vec{r},\vec{r}'\right)}{\partial n'}=\frac{H\left(\vec{r}\right)}{2}-\int_S ds' H\left(\vec{r}'\right)\hat{n}'\cdot\nabla' G\left(\vec{r},\vec{r}'\right) \tag{4-29}$$

同样将粗糙面的轮廓信息代入到 EFIE 中，并定义

$$\begin{aligned} b(x)&=H_i\left(x,f(x)\right)\\ V(x')&=H\left(x',f(x')\right)\\ K_N(x,x')&=\sqrt{1+\left[f'(x')\right]^2}\,\hat{n}'\cdot\nabla' G\left(x,f(x);x',f(x')\right)\end{aligned} \tag{4-30}$$

则积分方程(4-29)变为

$$b(x)=\frac{V(x)}{2}-\int_{-L/2}^{L/2} dx' K_N(x,x')V(x') \tag{4-31}$$

和 TE 波情况一样，采用分域基脉冲函数以及点匹配方法，可以得到

$$-\Delta x\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} K_N(x_m,x_n)V(x_n)-\left[\int_m dx' K_N(x_m,x')\right]V(x_m)+\frac{V(x_m)}{2}=b(x_m) \tag{4-32}$$

其中，

$$\begin{aligned} K_N(x_m,x_n)&=\sqrt{1+\left[f'(x_n)\right]^2}\,\hat{n}'\cdot\frac{k}{4i}\frac{\vec{r}_m-\vec{r}_n}{\left|\vec{r}_m-\vec{r}_n\right|}H_1^{(2)}\left(k\left|\vec{r}_m-\vec{r}_n\right|\right)\\ &=\frac{k}{4i}\frac{H_1^{(2)}\left(k\left|\vec{r}_m-\vec{r}_n\right|\right)}{\left|\vec{r}_m-\vec{r}_n\right|}\times\left\{f'(x_n)(x_n-x_m)-\left[f(x_n)-f(x_m)\right]\right\}\end{aligned} \tag{4-33}$$

$H_1^{(2)}$ 是第二类一阶 Hankel 函数，式(4-32)中的自作用积分

$$\begin{aligned} I&=\int_m dx' K_N(x_m,x')=\int_{x_m-\Delta x/2}^{x_m+\Delta x/2} dx' K_N(x_m,x')\\ &=\frac{k}{4i}\int_{x_m-\Delta x/2}^{x_m+\Delta x/2} dx'\frac{H_1^{(2)}\left(k\left|\vec{r}_m-\vec{r}'\right|\right)}{\left|\vec{r}_m-\vec{r}'\right|}\times\left\{f'(x')(x'-x_m)-\left[f(x')-f(x_m)\right]\right\}\end{aligned} \tag{4-34}$$

根据泰勒展开有

$$
\begin{aligned}
f(x') &= f(x_m) + f'(x_m)(x'-x_m) + \frac{f''(x_m)}{2}(x'-x_m)^2 \\
f'(x') &= f'(x_m) + f''(x_m)(x'-x_m)
\end{aligned}
\tag{4-35}
$$

所以得到

$$
\begin{aligned}
&\left|\vec{r}_m - \vec{r}'\right| = \sqrt{(x_m - x')^2 + \left(f(x_m) - f(x')\right)^2} \approx \sqrt{(x_m - x')^2 + \left(f'(x_m)(x_m - x')\right)^2} \\
&f'(x')(x'-x_m) - \left[f(x') - f(x_m)\right] = \frac{f''(x_m)}{2}(x'-x_m)^2
\end{aligned}
\tag{4-36}
$$

结合第二类一阶 Hankel 函数的小宗量近似

$$
H_1^{(2)}(x) = \frac{2i}{\pi x}
\tag{4-37}
$$

自作用积分可以表示为

$$
\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2\pi}\int_{x_m-\Delta x/2}^{x_m+\Delta x/2} dx' \frac{\frac{f''(x_m)}{2}(x'-x_m)^2}{(x_m-x')^2 + \left(f'(x_m)(x_m-x')\right)^2} \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{x_m-\Delta x/2}^{x_m+\Delta x/2} dx' \frac{f''(x_m)}{2\left[1+\left(f'(x_m)\right)^2\right]}
\end{aligned}
\tag{4-38}
$$

经过计算可得

$$
I = \frac{\Delta x}{4\pi}\frac{f''(x_m)}{1+\left(f'(x_m)\right)^2}
\tag{4-39}
$$

令

$$
\begin{aligned}
&V(\mathrm{x_n}) = V_n, b(x_m) = b_m \\
&B_{mn} = \begin{cases} -\dfrac{k\Delta x}{4i}\dfrac{H_1^{(2)}\left(k\left|\vec{r}_m - \vec{r}_n\right|\right)}{\left|\vec{r}_m - \vec{r}_n\right|} \times \left\{f'(x_n)(x_n - x_m) - \left[f(x_n) - f(x_m)\right]\right\}, m \neq n \\ \dfrac{1}{2} - \dfrac{\Delta x}{4\pi}\dfrac{f''(x_m)}{1+\left(f'(x_m)\right)^2}, m = n \end{cases}
\end{aligned}
\tag{4-40}
$$

MFIE 最后变为

$$
\sum_{n=1}^{N} B_{mn} V_n = b_m
\tag{4-41}
$$

4.2.2 一维粗糙面双站散射系数的计算

在粗糙面电磁散射数值计算中，粗糙面的长度被限制在$\pm L/2$之间，这就意

味着当$|x|>L/2$时，粗糙表面电流为零。粗糙面上的电流在边缘处从非零突变到零，会引入人为反射，为了避免这一问题的出现，可以引入锥形平波[42]，即随着x远离粗糙面中心，入射波强度按高斯函数衰减到零。这种波由 Thorsos 首次应用并且在一个近似范围内满足麦克斯韦方程组。考虑一具有时谐因子$\exp(j\omega t)$的锥形波，其形式为

$$\varphi_i(\vec{r})=\exp\left\{-ik\left(x\sin\theta_i-z\cos\theta_i\right)\left[1+w(\vec{r})\right]-\left(x+z\tan\theta_i\right)^2/g^2\right\} \tag{4-42}$$

式中，θ_i为入射角，g为锥形波射束宽度参数，入射波矢量

$$\vec{k}_i=k\left(\sin\theta_i\hat{x}-\cos\theta_i\hat{z}\right) \tag{4-43}$$

取附加相位项$w(\vec{r})$为

$$w(\vec{r})=\left[2\left(x+z\tan\theta_i\right)^2/g^2-1\right]/\left(kg\cos\theta_i\right)^2 \tag{4-44}$$

由于粗糙面是分布式扩展目标，因此在粗糙面的散射计算中，不能用雷达散射截面（RCS）来描述这个问题，而往往关心粗糙面在某一个方向上的散射能力，即用散射系数（或称为归一化微分散射截面，Normalized Radar Cross Section，NRCS）来衡量其平均散射特性，定义为[34]

$$\gamma(\theta_i,\theta_s)=\lim_{\rho\to\infty}\frac{\rho\left\langle|\varphi_s|^2\right\rangle}{\int\left|\varphi_i(x,0)^2\right|dx} \tag{4-45}$$

其中ρ表示坐标原点到远区场点的径向距离。上式分子表示粗糙面在散射方向上单位立体角内的散射强度，$\langle\cdot\rangle$表示对随机粗糙面的多次实现求集总平均。分母代表入射总能量。

对$\varphi_i(x,z)$沿x轴积分，得到入射能量为

$$\int\left|\varphi_i(x,0)^2\right|dx=g\sqrt{\pi/2}\cos\theta_i\left[1-\left(1+2\tan^2\theta_i\right)/2\left(kg\cos\theta_i\right)^2\right] \tag{4-46}$$

假设粗糙面的散射电场和磁场分布已经通过求解矩阵方程得到，可以通过惠更斯（Huygens）原理求出空间散射波。

由式(4-17)可以得到散射场为

$$\varphi_s(\vec{r})=\int_S ds'\vec{n}'\cdot\left[\varphi(\vec{r}')\nabla'G(\vec{r},\vec{r}')-G(\vec{r},\vec{r}')\nabla'\varphi(\vec{r}')\right] \tag{4-47}$$

可见，散射场可以通过上面的积分求得。为了计算双站散射，将$\vec{r}$放置在远区观察，观察方向波矢量为$\vec{k_s}=k\left(\hat{x}\sin\theta_s+\hat{z}\cos\theta_s\right)$。在远区条件下二维 Green 函数可近似为

$$G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)\approx\frac{1}{4i}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(-ikr\right)\exp\left(ik\left(x'\sin\theta_s+f\left(x'\right)\cos\theta_s\right)\right) \tag{4-48}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1+\left[f'\left(x'\right)\right]^2}\,\vec{n}'\cdot\nabla'G\left(\vec{r},\vec{r'}\right)&=\frac{1}{4i}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(-ikr\right)\\&\times\left[-ik\left(f'\left(x'\right)\sin\theta_s-\cos\theta_s\right)\right]\exp\left(ik\left(x'\sin\theta_s+f\left(x'\right)\cos\theta_s\right)\right)\end{aligned} \tag{4-49}$$

散射场最总可以表示为

$$\varphi_s\left(\vec{r}\right)=\frac{1}{4i}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(-ikr\right)\varphi_s^N\left(\theta_s\right) \tag{4-50}$$

其中，

$$\varphi_s^N\left(\theta_s\right)=\int_{-L/2}^{L/2}ds'\left\{\frac{k\left[f'\left(x'\right)\sin\theta_s-\cos\theta_s\right]}{i\sqrt{1+\left[f'\left(x'\right)\right]^2}}\varphi\left(\vec{r}\right)-\frac{\partial\varphi\left(\vec{r}\right)}{\partial n'}\right\}\times\exp\left\{ik\left[x'\sin\theta_s+f\left(x'\right)\cos\theta_s\right]\right\}$$

因此，归一化双站散射系数 NRCS 表示为

$$\gamma=\frac{\left|\varphi_s^N\left(\theta_s\right)\right|^2}{8\pi kg\sqrt{\pi/2}\cos\theta_i\left[1-\left(1+2\tan^2\theta_i\right)/2\left(kg\cos\theta_i\right)^2\right]} \tag{4-51}$$

对于导体情况，两种极化下的归一化双站散射系数 NRCS 为

$$\gamma_{TE}=\frac{\left|\int_{-L/2}^{L/2}ds'\frac{\partial E\left(\vec{r'}\right)}{\partial n'}\exp\left\{ik\left[x'\sin\theta_s+f\left(x'\right)\cos\theta_s\right]\right\}\right|^2}{8\pi kg\sqrt{\pi/2}\cos\theta_i\left[1-\left(1+2\tan^2\theta_i\right)/2\left(kg\cos\theta_i\right)^2\right]} \tag{4-52}$$

$$\gamma_{TM}=\frac{k\left|\int_{-L/2}^{L/2}ds'\frac{f'\left(x'\right)\sin\theta_s-\cos\theta_s}{\sqrt{1+\left(f'\left(x'\right)\right)^2}}H\left(\vec{r}\right)\exp\left\{ik\left[x'\sin\theta_s+f\left(x'\right)\cos\theta_s\right]\right\}\right|^2}{8\pi g\sqrt{\pi/2}\cos\theta_i\left[1-\left(1+2\tan^2\theta_i\right)/2\left(kg\cos\theta_i\right)^2\right]} \tag{4-53}$$

当$\theta_s=-\theta_i$时，上面各式变为后向散射系数（back-scattering coefficient），即

$$\gamma_c\left(\theta_i\right)=\gamma\left(\theta_i,\theta_s=-\theta_i\right) \tag{4-54}$$

4.2.3 一维粗糙面散射的数值计算及结果分析

1. 矩量法研究一维导体高斯粗糙面电磁散射特性

首先研究均方根高度对高斯粗糙面的电磁散射特性的影响。图 4.3 给出了 HH 极化下，相关长度$l=0.5\lambda$，均方根高度δ从0.05λ变化到0.6λ时导体高斯粗糙面的双站散射系数，其中，入射角$\theta_i=30^\circ$，粗糙面统计样本个数为 100。可以看出，在小粗糙度（$\delta=0.05\lambda$ □ 0.2λ）情况下，随着均方根高度的增加，镜面反射方向附近的散射系数减小，其余方向散射系数增加；在大粗糙度（$\delta=0.2\lambda$ □ 0.6λ）情况下，随着均方根高度的进一步增加，后向的散射系数增强，即所谓的后向增强效应，以上这些现象是由于随着高斯粗糙面的均方根高度增加，粗糙面的高度起伏变化大，粗糙面变得越来越粗糙所造成的。

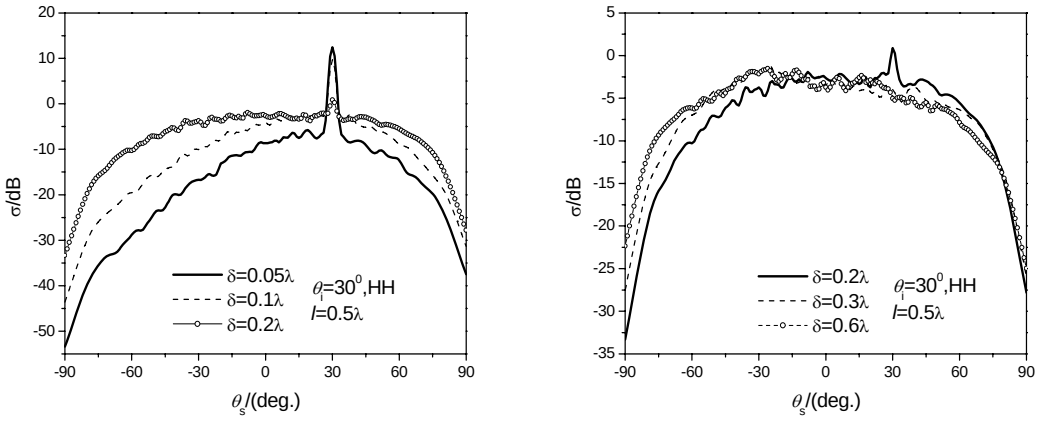


图 4.3 不同均方根高度时一维导体高斯粗糙面双站散射系数对比

以下分析相关长度对高斯粗糙面的电磁散射特性的影响，图 4.4 给出了 VV 极化下，均方根高度$\delta=0.1\lambda$，相关长度分别为0.25λ，0.5λ和1.0λ时导体高斯粗糙面的双站散射系数，其中，入射角$\theta_i=45^\circ$，粗糙面统计样本个数仍为 100。可以看出，双站散射系数在镜向方向的相干散射峰值不会随着相关长度的变化而变化，但随着相关长度的增加非镜向方向散射系数迅速下降，这一现象一方面是由于从入射角造成的，另一方面相关长度决定着粗糙面变化的周期，当l减小时，粗糙面均方根斜率增大，从而引起非镜向方向散射分量增强。

图 4.5 给出了均方根高度$\delta=0.1\lambda$，相关长度$l=0.5\lambda$，入射角$\theta_i=40^0$时，HH 和 VV 极化方式下的一维导体高斯粗糙面双站散射系数对比，可以看出在此

入射条件下，HH 极化的双站散射系数在镜向方向比 VV 极化的要大，而在非镜向方向上，HH 极化的散射系数要小于 VV 极化情形。

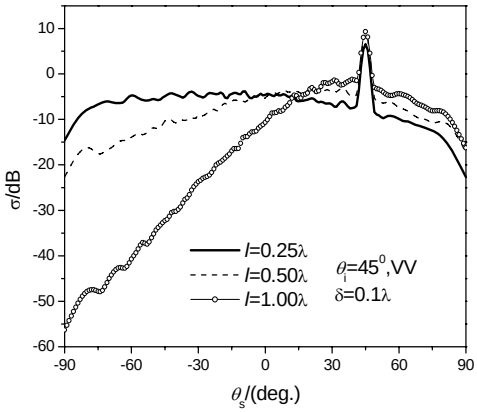


图 4.4 不同相关长度下一维导体高斯粗糙面双站散射系数对比

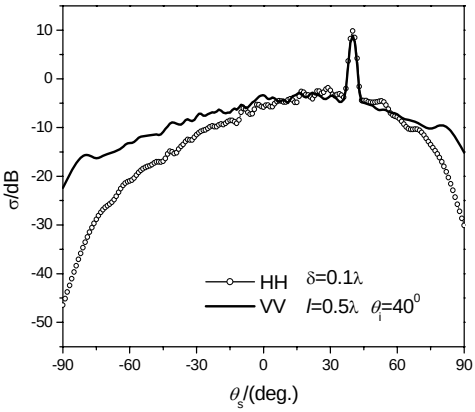
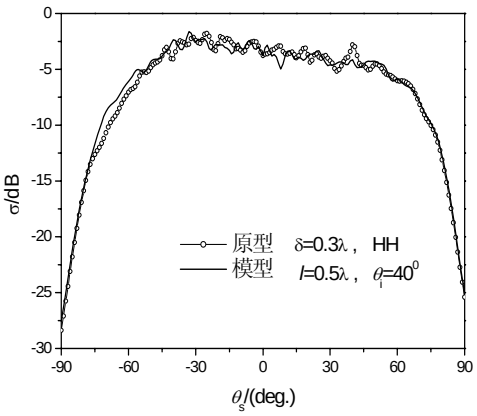


图 4.5 不同极化方式下一维导体高斯粗糙面双站散射系数对比

2. 模型粗糙面和原型粗糙面的散射特性的比较

图 4.6 给出了一维导体高斯粗糙面缩比模型和原型双站散射系数的对比，计算参数如图中所示，缩比因子 $p=10$。可以看出，当模型粗糙面和原型粗糙面满足无耗系统缩比条件和本文所给出的粗糙面几何缩比条件时，缩比模型粗糙面的双站散射系数就能和原型粗糙面的双站散射系数吻合。



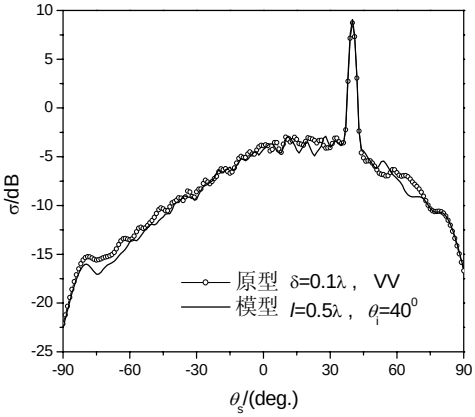


图 4.6 一维导体高斯粗糙面缩比模型和原型双站散射系数对比

4.3 二维粗糙面散射的矩量法

4.3.1 电磁场积分方程

线性媒质的复数场方程为

$$-\nabla\times\vec{E}=\hat{z}\vec{H}+\vec{M},\quad \nabla\times\vec{H}=\hat{y}\vec{E}+\vec{J} \tag{4-55}$$

式中$\vec{J}$和$\vec{M}$代表源，$\hat{z}=j\omega\mu$，$\hat{y}=j\omega\varepsilon$表示媒质的特性。

假设在无限均匀媒质中同时有电源和磁源，式(4-55)的场方程是线性的，因此总的场可作为两部分之和来考虑，一部分得自$\vec{J}$，另一部分得自$\vec{M}$。令

$$\vec{E}=\vec{E}'+\vec{E}'',\quad \vec{H}=\vec{H}'+\vec{H}'' \tag{4-56}$$

式中，

$$-\nabla\times\vec{E}'=\hat{z}\vec{H}',\quad \nabla\times\vec{H}'=\hat{y}\vec{E}'+\vec{J}$$

和

$$-\nabla\times\vec{E}''=\hat{z}\vec{H}''+\vec{M},\quad \nabla\times\vec{H}''=\hat{y}\vec{E}''$$

这两部分场可表示为

$$\vec{H}'=\nabla\times\vec{A},\quad \vec{E}'=\frac{1}{\hat{y}}\left(\nabla\times\nabla\times\vec{A}-\vec{J}\right) \tag{4-57}$$

$$\vec{E}''=-\nabla\times\vec{F},\quad \vec{H}''=\frac{1}{\hat{z}}\left(\nabla\times\nabla\times\vec{F}-\vec{M}\right) \tag{4-58}$$

故，总场为这两部分的叠加

$$\begin{cases}\vec{E}=-\nabla\times\vec{F}+\hat{y}^{-1}\left(\nabla\times\nabla\times\vec{A}-\vec{J}\right)\\ \vec{H}=\nabla\times\vec{A}+\hat{z}^{-1}\left(\nabla\times\nabla\times\vec{F}-\vec{M}\right)\end{cases} \tag{4-59}$$

由于均匀无源区域$\vec{E}$和$\vec{H}$具有无散度特性，所以矢势和标势之间满足

$$\begin{cases}\nabla\times\nabla\times\vec{A}-k^2\vec{A}=-\hat{y}\nabla\Phi\\ \nabla\times\nabla\times\vec{F}-k^2\vec{F}=-\hat{z}\nabla\Psi\end{cases} \tag{4-60}$$

在式(4-59)中令$\vec{J}=0$和$\vec{M}=0$，并利用式(4-60)可以得到无源区域的电磁场积分方程

$$\begin{cases}\vec{E}=-\nabla\times\vec{F}-\hat{z}\vec{A}-\nabla\Phi\\ \vec{H}=\nabla\times\vec{A}-\hat{z}\vec{F}-\nabla\Psi\end{cases}\tag{4-61}$$

对于任意目标的散射问题，如图 4.7 所示，V_1为均匀媒质空间，V_2为散射体所在区域，V_1中的总场为（$\vec{E}_1,\vec{H}_1$），V_2中的总场为（$\vec{E}_2,\vec{H}_2$），目标表面用 S 表示，S 外法线为$\hat{n}$。入射波如图所示。

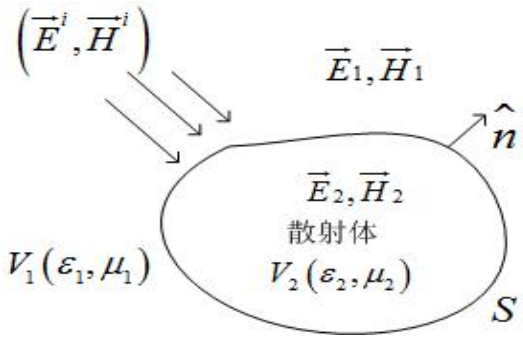


图 4.7 目标散射示意图

由式(4-61)可以给出图 2.11 中各区域的散射电磁场为：

$$\vec{E}_1^S(\vec{r})=-j\omega\mu_1\vec{A}_1(\vec{r})-\nabla\Phi_1(\vec{r})-\nabla\times\vec{F}_1(\vec{r})\tag{4-62}$$

$$\vec{H}_1^S(\vec{r})=-j\omega\varepsilon_1\vec{F}_1(\vec{r})-\nabla\Psi_1(\vec{r})+\nabla\times\vec{A}_1(\vec{r})\tag{4-63}$$

$$\vec{E}_2^S(\vec{r})=j\omega\mu_2\vec{A}_2(\vec{r})+\nabla\Phi_2(\vec{r})+\nabla\times\vec{F}_2(\vec{r})\tag{4-64}$$

$$\vec{H}_2^S(\vec{r})=j\omega\varepsilon_2\vec{F}_2(\vec{r})+\nabla\Psi_2(\vec{r})-\nabla\times\vec{A}_2(\vec{r})\tag{4-65}$$

其中，矢势和标势的表达式分别为

$$\vec{A}_i(\vec{r})=\iint_s\vec{J}(\vec{r}')G_i(\vec{r},\vec{r}')ds'\tag{4-66}$$

$$\vec{F}_i(\vec{r})=\iint_s\vec{M}(\vec{r}')G_i(\vec{r},\vec{r}')ds'\tag{4-67}$$

$$\Phi_i(\vec{r})=\frac{-1}{j\omega\varepsilon_i}\iint_s\nabla'\cdot\vec{J}(\vec{r}')G_i(\vec{r},\vec{r}')ds'\tag{4-68}$$

$$\Psi_i(\vec{r})=\frac{-1}{j\omega\mu_i}\iint_s\nabla'\cdot\vec{M}(\vec{r}')G_i(\vec{r},\vec{r}')ds'\tag{4-69}$$

式中各参量下标 i=1、2，表示处在不同区域时的各参量值，后文同。在方程(4-66)-(4-69)中，格林函数定义为：

$$G_i(\vec{r},\vec{r}')=\frac{e^{-jk_iR}}{4\pi R}，\quad R=|\vec{r}-\vec{r}'|$$

其中，波数 $k_i = \left[\omega^2 \mu_i \varepsilon_i\right]^{1/2}$。

自由空间总场 $\vec{E}_1$、$\vec{H}_1$ 可表示为：

$$\vec{E}_1 = \vec{E}^i + \vec{E}_1^S, \vec{H}_1 = \vec{H}^i + \vec{H}_1^S \tag{4-70}$$

在 S 面上要求场的切向分量连续，即：

$$\hat{n} \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0, \hat{n} \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = 0 \tag{4-71}$$

结合(4-62)-(4-65)、(4-70)和(4-71)，由此我们得出：

$$\vec{E}^i(\vec{r})\Big|_{\tan} = \left\{ j\omega\left[\mu_1 \vec{A}_1(\vec{r}) + \mu_2 \vec{A}_2(\vec{r})\right] + \left[\nabla\Phi_1(\vec{r}) + \nabla\Phi_2(\vec{r})\right] + \nabla \times \left[\vec{F}_1(\vec{r}) + \vec{F}_2(\vec{r})\right] \right\}\Big|_{\tan} \tag{4-72}$$

$$\vec{H}^i(\vec{r})\Big|_{\tan} = \left\{ j\omega\left[\varepsilon_1 \vec{F}_1(\vec{r}) + \varepsilon_2 \vec{F}_2(\vec{r})\right] + \left[\nabla\Psi_1(\vec{r}) + \nabla\Psi_2(\vec{r})\right] - \nabla \times \left[\vec{A}_1(\vec{r}) + \vec{A}_2(\vec{r})\right] \right\}\Big|_{\tan} \tag{4-73}$$

下标 tan 指沿表面切线方向，后文同。式(4-72)和(4-73)即为表面电磁场积分方程，也是本节中矩量法的积分算子，算子方程中待求的变量为表面感应电磁流 $\vec{J}(\vec{r}'), \vec{M}(\vec{r}')$。

4.3.2 二维导体粗糙面的散射

1. 三角形面元建模与 RWG 基函数

对于二维粗糙面 $z = f(x, y)$，选用三角形贴片进行剖分，因为三角形贴片可以更精确地拟合二维粗糙表面。图 4.8 所示为二维高斯粗糙面及其三角面元对其进行剖分后在 x-y 平面的投影示意图。

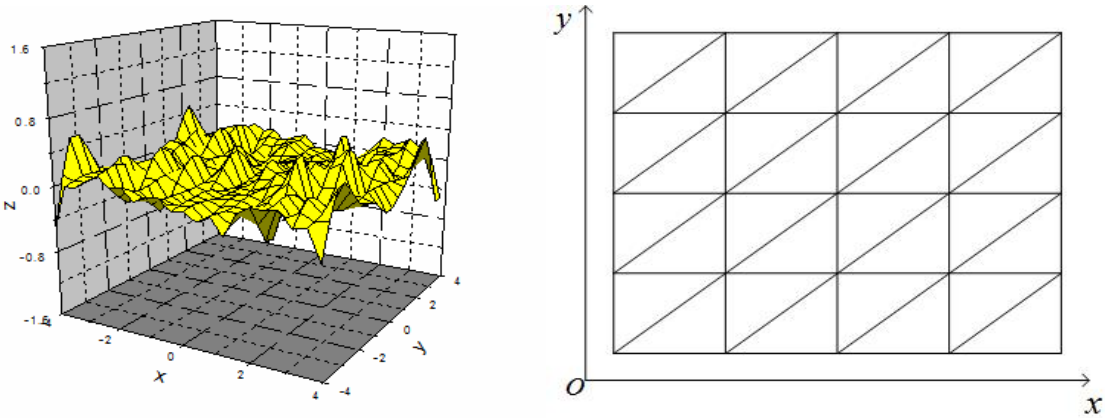


图 4.8 二维高斯粗糙面及其三角面元剖分投影图

在矩量法中，基函数的选取与建模方法密切相关，用三角面元对目标剖分时，

基函数采用 RWG 基函数，RWG 基函数也称三角基函数，实际上是一种变形了的 pulse 基函数，其精妙之处在于将电流定义在相邻的两个三角形面元上，是一个电流对。设目标进行面元剖分之后共有 M 个面元，N 条棱边，那么每条棱边对应着唯一的一对面元（开放体边沿的三角形边每边只对应一个三角形，不算在 N 条棱边的范围）。

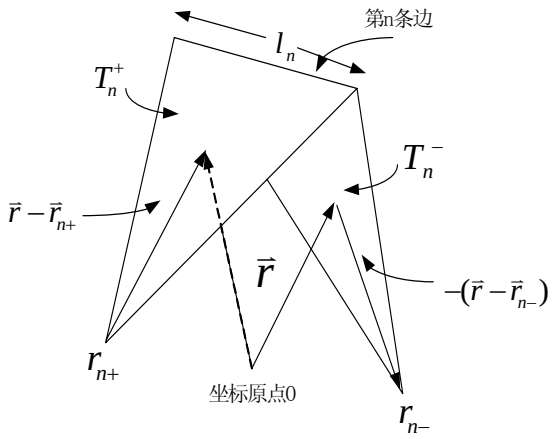


图 4.9 RWG 三角基函数

如图 4.9 所示，设第 n 条边所对应的两个三角形面元分别为 T_n^+ 与 T_n^-，两个三角形面元与棱边对应，当两个顶点的位置矢量分别为 $\vec{r}_{n+}$ 与 $\vec{r}_{n-}$，公共棱边的边长为 l_n，T_n^+ 与 T_n^- 的面积分别为 A_n^+、A_n^-，RWG 电流基函数定义[43]为

$$\vec{\mathrm{j}}_{\mathrm{n}}(\vec{r})=\begin{cases}\dfrac{l_n}{2A_n^+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{n+}\right), & \vec{r}\in T_n^+\\ \dfrac{l_n}{2A_n^-}\left(\vec{r}_{n-}-\vec{r}\right), & \vec{r}\in T_n^-\\ 0, & else\end{cases} \tag{4-74}$$

需要注意的是，定义中三角形对的正负是人为规定的，计算时只要保证其中一个为正，另一个为负就够了。

从式(4-74)可以很容易看出，在第 n 个基函数的两个三角形面元上，电流只在两个三角形内流动，没有电流流出两个三角形的四条边，并且，从 T_n^+ 流向公共棱边的总电流为：

$$I_{n+}=\int_l \frac{l_n}{2A_n^+}(\vec{r}-\vec{r}_{n+})\sin\alpha^+ dl \;\Big|_{\vec{r}\in l}=\int_l \frac{l_n}{2A_n^+}h^+ dl=1 \tag{4-75}$$

从T_n^-流向公共棱边的总电流为：

$$I_{n-}=\int_l \frac{-l_n}{2A_n^-}(\vec{r}-\vec{r}_{n-})\sin\alpha^- dl \Big|_{\vec{r}\in l}=\int_l \frac{l_n}{2A_n^-}h^- dl=-1 \tag{4-76}$$

式中$\alpha^{\pm}$表示$\vec{r}-\vec{r}_{n\pm}$与l的夹角，$h^{\pm}$表示公共边上的高。这样，RWG 电流基函数保证了电流的连续性，不会造成电流的人为积累，造成虚假电荷。这是 RWG 三角基函数能精确描述目标表面电流的原因。

RWG 电流基函数的散度为：

$$\nabla\cdot\vec{j}_n=\begin{cases}\dfrac{l_n}{A_n^+} & \vec{r}\in T_n^+\\ \dfrac{-l_n}{A_n^-} & \vec{r}\in T_n^-\end{cases} \tag{4-77}$$

可见，其散度为一常数，这给后面积分的计算带来了极大的方便。

2. 阻抗矩阵元素的计算

在入射电场的激励下，二维导体粗糙面的算子方程变为

$$\vec{E}^i(\vec{r})\Big|_{\tan}=\left[jk\eta\int_s\left[\vec{J}\left(\vec{r}'\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\nabla'\vec{J}\left(\vec{r}'\right)\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds'\right]\Bigg|_{\tan} \tag{4-78}$$

令$\vec{J}(\vec{r}')=\sum_{n=1}^{N}I_n\vec{j}_n(\vec{r}')$，采用伽略金法，根据式(4-78)，阻抗矩阵元素为

$$a_{mn}=jk\eta\int_{s_m}\vec{w}_m ds\cdot\int_{s_n}\left[\vec{j}_n G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\nabla'\cdot\vec{j}_n\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds' \tag{4-79}$$

电压向量则为

$$v_m=\int_{s_m}\vec{w}_m\cdot\vec{E}^i\left(\vec{r}\right)ds \tag{4-80}$$

请注意，算子方程(4-78)中积分的切向方向去掉了，这是因为(4-79)中$\vec{w}_m$和$\vec{j}_n$本来就沿导体表面方向，在积分中作点积运算后自动把切向分量相等的条件包含进去了。另外，(4-79)中的两重面积分是在两个三角形面元对上进行的，外层积分的区域为第 m 个棱边所对应的两个三角形面元，内层积分的区域为第 n 个棱边所对应的两个三角形面元。将积分区域分成两个三角形之和的话，(4-79)将变成 4 项。将 RWG 基函数代入(4-79)，可得[39]：

$$
\begin{aligned}
a_{mn} = {} & jk\eta\int_{s_m+}\frac{l_m}{2A_m^+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m+}\right)ds\cdot\int_{s_{n+}}\left[\frac{l_n}{2A_n^+}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n+}\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^+}\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds' \\
& - jk\eta\int_{s_m+}\frac{l_m}{2A_m^+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m+}\right)ds\cdot\int_{s_{n-}}\left[\frac{l_n}{2A_n^-}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n-}\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^-}\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds' \\
& - jk\eta\int_{s_m-}\frac{l_m}{2A_m^-}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m-}\right)ds\cdot\int_{s_{n+}}\left[\frac{l_n}{2A_n^+}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n+}\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^+}\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds' \\
& + jk\eta\int_{s_m-}\frac{l_m}{2A_m^-}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m-}\right)ds\cdot\int_{s_{n-}}\left[\frac{l_n}{2A_n^-}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n-}\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^-}\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds'
\end{aligned}
\tag{4-81}
$$

式中，$S_{m\pm}$表示在第 m 条棱边的正负三角形面元上积分。为说明问题的方便，以下只以两个正三角形面元的二重积分为例研究式(4-81)的计算。令

$$
a = jk\eta\int_{s_m+}\frac{l_m}{2A_m^+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m+}\right)ds\cdot\int_{s_{n+}}\left[\frac{l_n}{2A_n^+}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n+}\right)G\left(\vec{r},r'\right)+\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^+}\nabla G\left(\vec{r},r'\right)\right]ds' \tag{4-82}
$$

根据 RWG 电流基函数的连续性，有：

$$
\int_{s_m}\vec{w}_m ds\cdot\int_{s_n}\nabla'\cdot\vec{j}_n\nabla G\left(\vec{r},r'\right)ds' = -\int_{s_m}\nabla\cdot\vec{w}_m ds\cdot\int_{s_n}\nabla'\cdot\vec{j}_n G\left(\vec{r},r'\right)ds' \tag{4-83}
$$

这样，(4-82)变为：

$$
\begin{aligned}
a = {} & jk\eta\int_{s_m+}\frac{l_m}{2A_m^+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m+}\right)ds\cdot\int_{s_{n+}}\frac{l_n}{2A_n^+}\left(\vec{r'}-\vec{r}_{n+}\right)G\left(\vec{r},r'\right)ds' \\
& - jk\eta\int_{s_m+}\frac{l_m}{A_m^+}ds\cdot\int_{s_{n+}}\frac{1}{k^2}\frac{l_n}{A_n^+}G\left(\vec{r},r'\right)ds'
\end{aligned}
\tag{4-84}
$$

式(4-84)是个两重面积分，分两步计算：先将场点$\vec{r}$固定在三角形S_{m+}的重心，计算内层积分，外层积分可解析积出：

$$
\int_{s_m+}\left(\vec{r}-\vec{r}_{m+}\right)ds = A_{m+}\left(\vec{r}_c-\vec{r}_{m+}\right) \tag{4-85}
$$

$\vec{r}_c$为S_{m+}的重心。内层积分的计算分两种情况：

①S_{m+}和S_{n+}不重合

此时，式(4-84)的积分内无奇异点，可以用高斯数值积分将三角形面积分积出。用高斯积分法处理三角形面积分的方法是，先进行变量代换，设被积函数为$f\left(\vec{r}\right)$，三角形面积分为

$$
\int_{\Delta S} f\left(\vec{r}\right)ds \tag{4-86}
$$

式中，ΔS 为三角形面元，如图 4.10 所示，三角形的三个顶点分别为 $\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3$，$\vec{r}$ 在三角形 ΔS 内。三角形面元的面积为 A，将 $\vec{r}$ 与 $\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3$ 连起来，形成三个内三角形 $\Delta S_1,\Delta S_2$，ΔS_3，设 ξ_1,ξ_2,ξ_3 为三个内三角形面积与 ΔS 面积的比值，即

$$\xi_1=\frac{\Delta S_1}{A},\quad \xi_2=\frac{\Delta S_2}{A},\quad \xi_3=\frac{\Delta S_3}{A} \tag{4-87}$$

很显然有

$$\xi_1+\xi_2+\xi_3=1 \tag{4-88}$$

经过简单的平面几何推导，可知

$$\vec{r}=\xi_1\vec{r}_1+\xi_2\vec{r}_2+\xi_3\vec{r}_3=\xi_1\vec{r}_1+\xi_2\vec{r}_2+\left(1-\xi_1-\xi_2\right)\vec{r}_3 \tag{4-89}$$

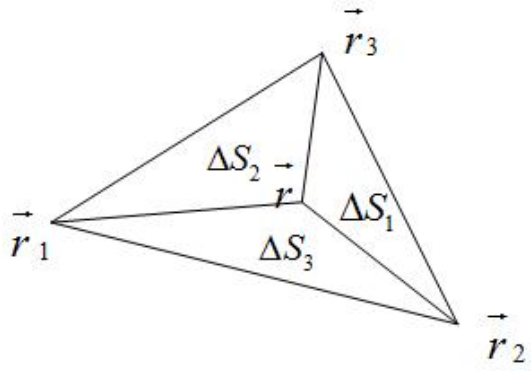


图 4.10 三角形面元高斯积分变量代换示意图

这样，函数 $f\left(\vec{r}\right)$ 随变量 $\vec{r}$ 的变化转化为随变量 ξ_1,ξ_2,ξ_3 的变化（实际上只有两个变量），即：

$$f\left(\vec{r}\right)=f\left(\xi_1\vec{r}_1+\xi_2\vec{r}_2+\left(1-\xi_1-\xi_2\right)\vec{r}_3\right)=g\left(\xi_1,\xi_2\right) \tag{4-90}$$

经推导，有

$$\int_{\Delta S}f\left(\vec{r}\right)ds=\int_{\Delta S}g\left(\xi_1,\xi_2\right)ds=2A\int_0^1\int_0^{1-\xi_2}g\left(\xi_1,\xi_2\right)d\xi_1d\xi_2 \tag{4-91}$$

式(4-91)中的积分变量 ξ_1,ξ_2 的取值范围皆为 $[0,1]$，积分区域也都为 $[0,1]$，也就是说，无论面元怎么变化，式(4-86)都可以转化为(4-91)的形式，从而方便地运用同一种高斯积分模式，使计算变得十分简便。

式(4-91)的高斯数值积分公式为：

$$2A\int_0^1\int_0^{1-\xi_2}g\left(\xi_1,\xi_2\right)d\xi_1d\xi_2=2A\sum_i^K m_i g\left(\xi_{1i},\xi_{2i}\right) \tag{4-92}$$

式中 K 为高斯积分点数，ξ_{1i},ξ_{2i} 为积分采样点，m_i 为采样点的积分权重参数。

② S_{m+} 和 S_{n+} 重合

此时，式(4-84)的积分变量 $G\left(\vec{r},\vec{r}'\right)$ 含奇异点，在奇异点附近积分变量变化过大，不能简单地套用高斯积分公式。有很多文献对此处奇异值积分的处理进行了研究，综其方法，不外乎两种：加减奇异项和主值积分。这里采用加减奇异项的方法。所谓加减奇异项，是指将积分中的奇异核先从积分中剔出来，让积分能采用高斯积分的形式，然后对剔出来的含奇异核的积分进行专门处理。考察式(4-84)的内层积分

$$4\pi\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)G\left(\vec{r},\vec{r}'\right)ds'=\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)\frac{e^{-jkR}}{R}ds' \tag{4-93}$$

式中，$R=\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|$，$\vec{r},\vec{r}'$ 都在三角形面元 S_{n+} 上，令

$$\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)\frac{e^{-jkR}}{R}ds'=\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)\left(\frac{e^{-jkR}}{R}-\frac{1}{R}\right)ds'+\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)\frac{1}{R}ds' \tag{4-94}$$

上式右边第一项减掉 $1/R$ 后就没有奇异性了，这是因为当 $R\to 0$ 时：

$$\lim_{R\to\infty}\left(\frac{e^{-jkR}}{R}-\frac{1}{R}\right)=\lim_{R\to\infty}\left(\frac{\sin\left(-jkR\right)}{R}\right)=-jk \tag{4-95}$$

因此，(4-94)中右边第一项可用高斯积分法计算（用 9 点格式为宜），右边第二项可进一步写为：

$$\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}_{n+}\right)\frac{1}{R}ds'=\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}\right)\frac{1}{R}ds'+\left(\vec{r}-\vec{r}_{n+}\right)\int_{S_{n+}}\frac{1}{R}ds' \tag{4-96}$$

式(4-96)右边第一、第二项的计算方法[44]：

$$\int_{S_{n+}}\left(\vec{r}'-\vec{r}\right)\frac{1}{R}ds'=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\hat{u}_i\left[R_i^2\ln\frac{R_i^++l_i^+}{R_i^-+l_i^-}+R_i^+l_i^+-R_i^-l_i^-\right] \tag{4-97}$$

$$\int_{S_{n+}}\frac{1}{R}ds'=\sum_{i=1}^{3}R_i\ln\frac{R_i^++l_i^+}{R_i^-+l_i^-} \tag{4-98}$$

式中各量得参数如图 4.11 所示：

其中，$\hat{u}_i$ 为三角形面元三边的向外法向单位矢量，$R_i^{\pm}$ 为场点 $\vec{r}$ 到源三角形各边两端点的距离，R_i 为场点到三角形各边的距离。设场点到三角形某边 i 的投影

点为O，以 i 边为坐标轴线，O为坐标轴的原点，任意规定 i 边的方向，那么，第 i 边的两个端点就有各自的坐标值，规定l_i^+为坐标值更大的端点的坐标，l_i^-为坐标值更小的端点的坐标。很容易证明，当 i 边的方向改变时，式(4-97)与(4-98)的值并不改变。

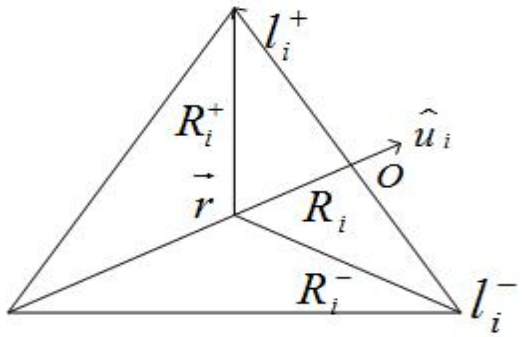


图 4.11 奇异值积分计算的参数设置

至此，阻抗矩阵中的全部元素已计算完成。

3.远区散射场及双站散射系数的求解

求出电流展开系数后，就可以获得平面波照射下，二维导体高斯粗糙面电流$\vec{J}\left(\vec{r}\right)$，远区散射电场通常由下式计算

$$\vec{E}_{r\to\infty}^{s}=\left[S_v\left(\hat{k}_s\right)\hat{v}_s+S_h\left(\hat{k}_s\right)\hat{h}_s\right]\frac{\exp\left(-jkr\right)}{4\pi r} \tag{4-99}$$

其中

$$S_h\left(\hat{k}_s\right)=-jk\eta\hat{h}_s\cdot\int_S J\left(\vec{r'}\right)\exp\left(jk\hat{k}_s\cdot\vec{r'}\right)ds'$$

$$S_v\left(\hat{k}_s\right)=-jk\eta\hat{v}_s\cdot\int_S J\left(\vec{r'}\right)\exp\left(jk\hat{k}_s\cdot\vec{r'}\right)ds'$$

$\hat{k}_s=\sin\theta_s\cos\varphi_s\hat{x}+\sin\theta_s\sin\varphi_s\hat{y}+\cos\theta_s\hat{z}$，可见$\left\{\hat{k}_s,\hat{v}_s,\hat{h}_s\right\}$也是一局部坐标系

$$\hat{h}_s=\frac{\hat{z}\times\hat{k}_s}{\left|\hat{z}\times\hat{k}_s\right|}=-\sin\varphi_s\hat{x}+\cos\varphi_s\hat{y} \tag{4-100}$$

$$\hat{v}_s=\hat{h}_s\times\hat{k}_s=\cos\theta_s\cos\varphi_s\hat{x}+\cos\theta_s\sin\varphi_s\hat{y}-\sin\theta_s\hat{z} \tag{4-101}$$

这样水平极化和垂直极化方向的远区散射电场分别为

$$\vec{E}_H^s=\lim_{r\to\infty}\left(S_h\left(\hat{k}_s\right)\hat{h}_s\right)\frac{\exp\left(-jkr\right)}{4\pi r} \tag{4-102}$$

$$\vec{E}_V^s = \lim_{r\to\infty}\left(S_v\left(\hat{k}_s\right)\hat{v}_s\right)\frac{\exp\left(-jkr\right)}{4\pi r} \tag{4-103}$$

进而可获得双站散射系数为

$$\gamma_{pq} = \lim_{r\to\infty} 4\pi r^2 \frac{\left|\vec{E}_q^s\right|^2}{\left|\vec{E}_p^{\text{inc}}\right|^2} \qquad p,q = H,V \tag{4-104}$$

$\vec{E}_p^{\text{inc}}$ 为入射到粗糙面的总功率，p 和 q 分别代表入射场和散射场的极化方式。

4.3.3 二维粗糙面散射的数值计算及结果分析

假设模拟的二维高斯粗糙面在单边方向采样为 N 段(即采样点数为 N+1)，可以得出此时对粗糙面用三角面元剖分后得到的公共棱的数目为 $3N^2-2N$，本节下面所有算例针对的粗糙面的尺寸都是 $2\lambda\times2\lambda$，粗糙面的单边方向共分为 20 段，可得最终矩量法矩阵方程的未知量个数为 $3\times20^2-2\times20=1160$，入射平面波的入射角 $\theta_i=0^0$，入射方位角 $\varphi_i=0^0$，对 15 个粗糙面样本进行统计。

1. 二维导体高斯粗糙面电磁散射特性

图 4.12 给出了相关长度 $l=0.5\lambda$，均方根高度 h 分别为 0.05λ 和 0.1λ 时，两种同极化下的 $\varphi_s=0^0$ 平面内双站散射截面的对比。而图 4.13 给出了均方根高度 $h=0.1\lambda$，相关长度 l 分别为 0.5λ 和 1.0λ 时，两种同极化下 $\varphi_s=0^0$ 平面内的双站散射截面的对比。从图 4.12 可以看出，当 h 增大时，HH 和 VV 极化的双站散射截面镜向方向分量减小，非镜向方向分量增加。

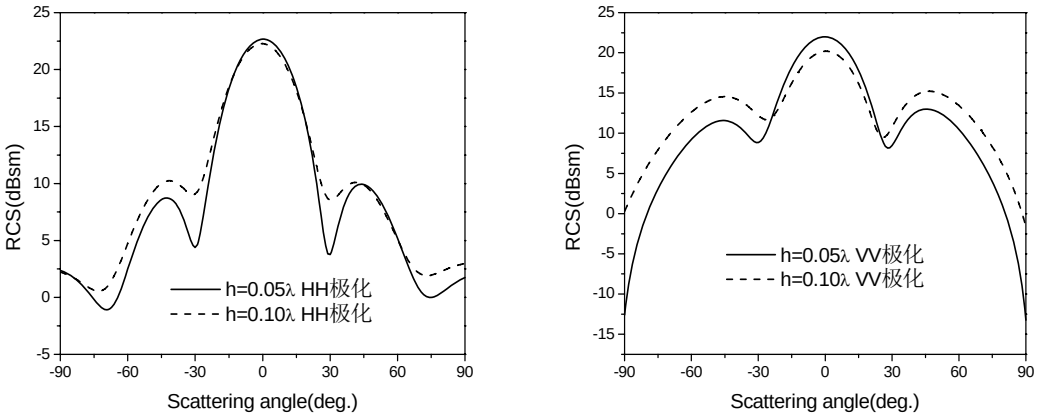


图 4.12 同极化下不同均方根高度时二维导体高斯粗糙面双站散射截面对比

从图 4.13 中可以看出，对于 VV 极化而言，在 h 相同的情况下，随着 l 的减小，双站散射截面镜向方向分量减小，非镜向方向分量增加。对于 HH 极化而言，刚好相反，随着 l 的减小，双站散射截面镜向方向分量增加，非镜向方向分量减小。

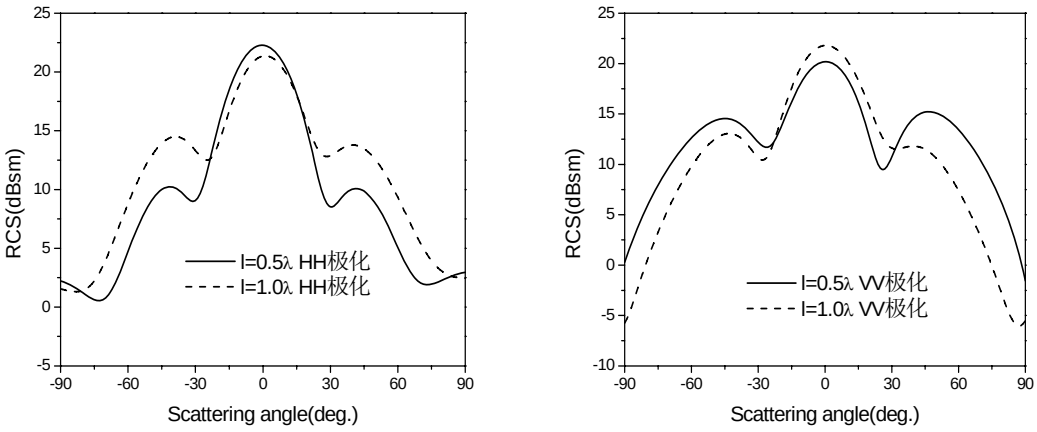


图 4.13 同极化下不同相关长度时二维导体高斯粗糙面双站散射截面对比

图 4.14 给出了均方根高度 $h=0.1\lambda$，相关长度 $l=0.5\lambda$ 时，HH 和 VV 极化方式下的二维导体高斯粗糙面双站散射系数对比，可以看出在此入射条件下，HH 极化的双站散射系数在镜向方向比 VV 极化的要大，而在非镜向方向上，HH 极化的散射系数要小于 VV 极化情形。

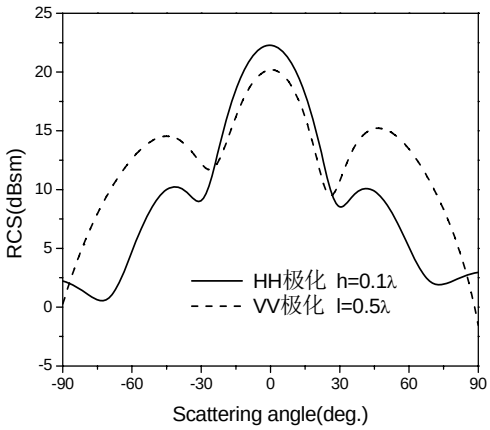


图 4.14 不同极化方式下二维导体高斯粗糙面双站散射系数对比

2. 模型粗糙面和原型粗糙面的散射特性的比较

图 4.15 给出了二维导体高斯粗糙面缩比模型和原型双站散射系数的对比，计

算参数如图中所示，缩比因子 $p=4$ 。可以看出，当模型粗糙面和原型粗糙面满足无耗系统缩比条件和本文所给出的粗糙面几何缩比条件时，缩比模型粗糙面的双站散射系数就能和原型粗糙面的双站散射系数吻合。

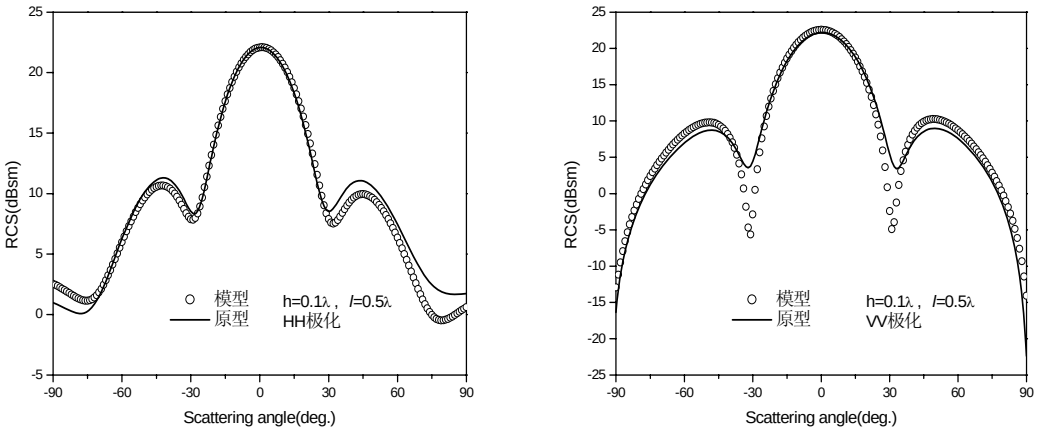


图 4.15 二维导体高斯粗糙面缩比模型和原型双站散射系数对比

4.4 本章小结

本章简要介绍了矩量法（MOM）。首先介绍矩量法的基本原理及数学思想，然后给出了一维以及二维导体粗糙面散射矩量法的详细分析过程。

矩量法的数学原理为先将待求解函数在基函数空间内用一组未知系数来展开，得到所谓近似解，然后将近似解与真实解的误差投影到检验函数空间，认为投影为零时解是合理有效的，同时根据投影为零的条件来确定未知系数。基函数、权函数的选取决定着矩量法的具体求解过程，从本质上影响矩量法的计算效果。

粗糙面散射是散射分析中最普遍也是最有代表性的问题。本章第二节给出了一维导体粗糙面散射的矩量法方程和阻抗元素的计算方法，第三节给出了基于 RWG 基函数、电磁场方程的二维导体粗糙面散射的矩量法方程，及计算过程中阻抗元素奇异性的处理方法。同时本文给出了不同极化方式下一维和二维高斯导体粗糙面在不同相关长度及均方根高度时的计算结果，并根据本文给出的粗糙表面几何缩比条件，对比了缩比和原型粗糙面计算值，结果两者吻合的非常好。

结束语

随机粗糙表面以及电大尺寸复杂目标的散射计算，对雷达制导与截获技术、目标识别与特征提取、浅层地下目标勘探等具有十分重要的研究价值，日趋频繁的工程应用希望对这些目标的散射特性进行测量或预测。但是，测量电大尺寸的目标散射特性需要的费用极高，测试场地要求很大，在室外开放环境中测量时，测量结果往往受制于天气条件的改变和各种电磁辐射杂波得影响，所以大型目标的雷达散射截面的预测一直是电磁领域的难点。为此，对于超电大尺寸目标，往往借助缩比测量理论。本文系统介绍了缩比测量的基本理论、粗糙面几何缩比条件以及粗糙面散射计算的矩量法，在理论方面作了一定的探索和研究，主要内容包括：

1、由 Maxwell 方程推导了一般缩比理论，给出了无耗及有耗电磁系统缩比测量的相似条件。对于无耗系统，在保持目标电尺寸和参数不变的情况下，缩比模型和原型的 RCS 之比即为两者几何尺寸之比的平方。对于有耗系统，还应使模型中各部分的介质损耗角与原型中各对应量保持相同。

2、简单介绍了随机粗糙面的统计参数和如何利用 Monte Carlo 方法模拟生成粗糙面的理论。

3、推导出了随机粗糙表面缩比测量时模型和原型粗糙表面的几何缩比条件。对于一维、二维粗糙表面，只要相关长度和均方根高度均按几何缩比因子缩小，即可使模型和原型粗糙面在几何上相似。从粗糙面样本数值模拟图形也可以看出，模型和原型粗糙面几何相似。另外，还推导出了具有 JONSWAP 海谱的二维海面的几何缩比条件。

4、系统介绍了矩量法的基本原理及数学思想，并详细推导了一维导体粗糙面散射的矩量法方程和阻抗元素的计算方法，以及基于 RWG 基函数、电磁场方程的二维导体粗糙面散射的矩量法方程和计算过程中阻抗元素奇异性的处理方法。最后本文给出了不同极化方式下一维和二维高斯导体粗糙面在不同相关长度及均方根高度时的计算结果，并根据本文给出的粗糙表面几何缩比条件，对比了缩比和原型粗糙面计算值，结果两者吻合的非常好。

本文对基于缩比模型计算粗糙面的散射特性所做的讨论和分析都比较肤浅，

很多工作还有待于进一步研究，主要包括：

1、本文只研究了电尺寸和介电参数保持不变情况下的缩比理论，然而，在实际中波长的变化会导致目标与模型的介电常数相当大的变化，所以试验测量值和理论计算值会有误差。对于变电尺寸或介电参数情况下的缩比理论的研究需要进一步的讨论。

2、由于时间有限，本文只讨论了一维、二维导体粗糙面散射计算的矩量法。对于介质粗糙面散射的矩量法，是接下来要做的重要工作。

3、为了消除粗糙面的有限截断产生的边缘效应，在粗糙面散射的数值计算中可以引入锥形波。本文只研究了二维粗糙面在平面波入射下的散射特性，对于二维粗糙面在锥形波入射下的散射特性，接下来本人会做进一步的研究。

致 谢

首先，这篇论文献给我的父母，关心我的亲戚和朋友。

在做论文期间，我得到了张民老师悉心的关怀，张老师极其负责任的治学态度，平易近人的学者风范给我留下了深刻的印象。本文是在张民老师的精心指导下完成的，张老师亲切随和的为人态度使我感到他不仅是一位良师，更是一位益友。我的论文的完成，凝聚着张老师的一份心血，在此向张老师表示最诚挚的感谢。

完成这篇论文，使我也受益匪浅。我从老师们的言传身教中，从论文写作的过程中，获得了很多以前没有机会获得的知识。同时也感受到了做学问的本质精神，那就是融入其中，孜孜以求。感谢我的老师们，再次向你们表示最诚挚的感谢。

感谢为审阅本文而付出辛勤劳动的专家学者们。

参考文献

[1] Blacksmith, P. J., R. E. Hiatt and R. B. Mack. "Introduction to Radar Cross-section Measurements." Proc. IEEE, 1965, 53(8): 901-920.

[2] J.A.Stratton. Electromagnetic Theory. McGraw-Hill Book Co. N.Y., 1941.

[3] Sinclair, G. "Theory of Models of Electromagnetic Systems." Proc. IRE, 1948, 36(11): 1364-1370.

[4] Sinclair, G. "Measurement of aircraft-antenna patterns using models." Proc. IRE, 1947, 35(12): 1451-1462.

[5] Bachman, C. G. "Some recent developments in RCS measurement techniques." Proc. IEEE, 1965, 53(8): 926-927.

[6] 梁昌洪, 胡小培. "微波工程设计中的缩比理论." 微波与卫星通信, 1993, 23(1): 8-11.

[7] 时振栋, 刘宏伟. "隐身目标雷达截面的缩比测量及反演计算." 电子科技大学学报, 1995, 24(1): 13-17.

[8] 林溪波. "激光雷达散射截面和几何缩比关系." 飞航导弹, 1998, 28(9): 52-57.

[9] Johnson, R., E. H. and M. R. "Compact range techniques and measurements." IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1969, 17(5): 568-576.

[10] Waldman, J. Submillimeter model measurements and their Application to Millimeter Radar Systems, Miami Beach, FL. , Fourth Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves and Their Applications, 1979, 49-50.

[11] M.J.Coulombe, T.Horgan, J.Waldman, et al. A 524 GHz polarimetric compact range for scale model RCS measurements,, Monterey Bay, CA, in Proc. Antenna Meas. Tech. Assoc. Meeting and Symp., 1999, 458-463.

[12] M.J.Coulombe, T. Ferdinand, T. Horgan, et al. A 585 GHz compact range for scale model RCS measurements, Dallas, TX, in Proc. AntennaMeas. Tech. Assoc.Meeting and Symp., 1993, 129-134.

[13] M.J.Coulombe, J. Waldman, R. Giles, et al. "Submillimeter-wave polarimetric compact ranges for scale-model radar measurements." Microwave Symposium Digest, 2002 IEEE MTT-S International 2002: 1583-1586.

[14] Lonnqvist, A., J. Mallat and A. V. Raisanen. "Phase-hologram-based compact RCS test range at 310 GHz for scale models." IEEE, 2006, 54(6): 2391.

[15] Geise, R. and A. Enders. "Scaled measurements of instrument-landing-system disturbances due to large taxiing aircraft." 2008, 50(3): 485-490.

[16] P.Beckman and A.Spizzichino. The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. London, Oxford, Pergamon, 1963.

[17] Bass. Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces. 1979, London, Oxford, Pergamon.

[18] K.S.Chen and A.K.Fung. " A comparison of backscattering models for rough surfaces." IEEE Trans.Geosci.Remote Sensing, 1995, 33(1): 195-200.

[19] A.K.Fang, Z.Li and K.S.Chen. " Backscattering from a randomly rough dielectric surface." IEEE Trans.Geosci.Remote Sensing, 1992, 30(2): 356-369.

[20] A.K.Fang and M.F.Chen. " Numerical simulation of scattering from simple and composite random surfaces." J. Opt. Soc. Am., 1985, 2(12): 2274-2284.

[21] R.M.Axline and A.K.Fung. "Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface." IEEE Trans. Antennas Propag., 1978, 26(3): 482-488.

[22] A.Ishimaru and J.S.Chen. "Scattering from very rough surfaces based on the modified second-order Kirchhoff approximation with angular and propagation shadowing." J. Acoust. Soc. Am., 1990, 88(1): 1877-1883.

[23] J.A.Ogilvy. Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface. Bristol, institute of physics Publishing, 1991.

[24] 金亚秋，黄兴忠，殷杰羿. "具有泡沫白帽的粗糙海面的后向散射." 海洋学报, 1994, 16(4): 63-72.

[25] 金亚秋. 电磁散射和热辐射的遥感理论. 北京，科学出版社, 1993.

[26] 金亚秋，李中新. "下视雷达对海杂波中船目标监测的散射回波数值模拟." 科学通报, 2002, 47(16): 1211-1216.

[27] M.Y.Xia, C.H.Chan, S.Q.Li, et al. "An efficient algorithm for electromagnetic scattering from rough surfaces using a single integral equation and multilevel sparse-matrix canonical-gird method." IEEE Trans． Antennas Propag., 2003, 51(6): 1142-1149.

[28] M.Y.Xia and C.H.Chan. "Parallel analysis of electromagnetic scattering from random rough surfaces." Electronics Letters, 2003, 39(9): 710-712.

[29] 夏明耀，伍振兴. "基于单积分方程矩量法的海洋表面微波散射模拟." 电子学报，2005, 33(3): 385-388.

[30] 薛谦忠，吴振森. "粗糙介质面对高斯波束的散射." 电子与信息学报，2000, 22(5): 875-880.

[31] W.Zhensen, S.Kun and Q.Liyan. "Experimental study of laser bistatic scattering from random deeply rough surface and backscattering enhancement." Int. J. IR and Mill. Waves., 2002, 21(2): 247-254.

[32] 郭立新，徐燕，吴振森. "分形粗糙海面高斯波束散射特性模拟." 电子学报，2005, 33(3): 534-537.

[33] 郭立新，任玉超. "动态分形粗糙海面散射遮蔽效应和多普勒谱研究." 电子与信息学报，2005, 27(10): 1666-1670.

[34] L.Tsang, J. A.Kong and K. H.Ding. Scattering of electromagnetic waves: numerical simulations. New York, Wiley Interscience, 2001.

[35] Y.Kuga and P.Phu. "Experimental studies of millimeter-wave scattering in discrete random media and from rough surface." Progress in Eletromagnetics Reseach, 1996, 14(1): 37-88.

[36] David, R. L. "Numerical simulation of synthetic aperture radar image spectra for ocean waves." IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, 1986, 24(6): 863-872.

[37] Brüning, C., W. Alpers and K. Hasselmann. "Monte-Carlo simulation studies of the nonlinear imaging of a two dimensional surface wave field by a synthetic aperture radar." Int. J. Remote Sensing, 1990, 11(10): 1695-1727.

[38] Bourlier, C. "Microwave analytical backscattering models from randomly rough anisotropic sea surface-comparison with experimental data in C and KU bands." Progress In Electromagnetics Research, PIER, 2002, 37(1): 31-78.

[39] 秦三团. "电磁散射的时域积分方程法研究." 硕士学位论文，西安：西安电子科技大学, 2005.

[40] 郭立新，王蕊，吴振森. 随机粗糙面散射的基本理论与方法. 科学出版社, 2010.

[41] 叶红霞. "随机粗糙面与目标复合电磁散射的数值计算方法." 博士学位论文，上海：复旦大学, 2007.

[42] Thorsos, E. "The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum." Journal ofthe Acoustical Society ofAmerica, 1988, 83(1):

78-79.

[43] Rao, S. M., D. R. Wilton and A. W. Glisson. "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape." IEEE Trans. Antennas Propagat., 1982, 30(3): 409-418.

[44] D.R.Wilton, S.M.Rao and A.W.Glisson. "Potential integrals for uniform and linear source distributions on polygonal and polyhedral domains." IEEE Trans. Antennas Propagat., 1984, 32(3): 276-281.