

第一章

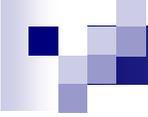
时域离散信号和系统

*Discrete-Time Signals and Systems
in the Time-Domain*

王柯俨

kywang@mail.xidian.edu.cn

<http://web.xidian.edu.cn/kywang/teach.html>



本章主要内容

- 时域离散信号（序列）的表示方法
- 典型的时域离散信号
- 时域离散系统：系统的线性、时不变性、因果稳定性
- 时域离散系统的时域分析方法，系统输入与输出的描述

1.1 引言



■ 信号

- 携带信息的函数，是信息的载体
- 信号形式：模拟信号、时域离散信号、数字信号

■ 系统

- 若干相互作用、相互联系的事物按一定规律组成具有特定功能的整体称为**系统**。

如：手机、电视机、通信网、计算机网等都可以看成系统。它们所传送的语音、音乐、图象、文字等都可以看成信号。

1.1 引言



■ 系统

- 信号的概念与系统的概念常常紧密地联系在一起。
- 信号的产生、传输和处理需要一定的物理装置，这样的物理装置常称为系统。
- 系统的基本作用是对输入信号进行加工和处理，将其转换为所需要的输出信号。
- 系统所处理的信号类型就是系统的类型。



1.1 引言

- 信号、系统数学描述的意义
 - 为了把握信号与系统特征参数
 - 系统输出的预测
 - 系统性能的分析
 - 综合

1.2 模拟信号、时域离散信号和数字信号

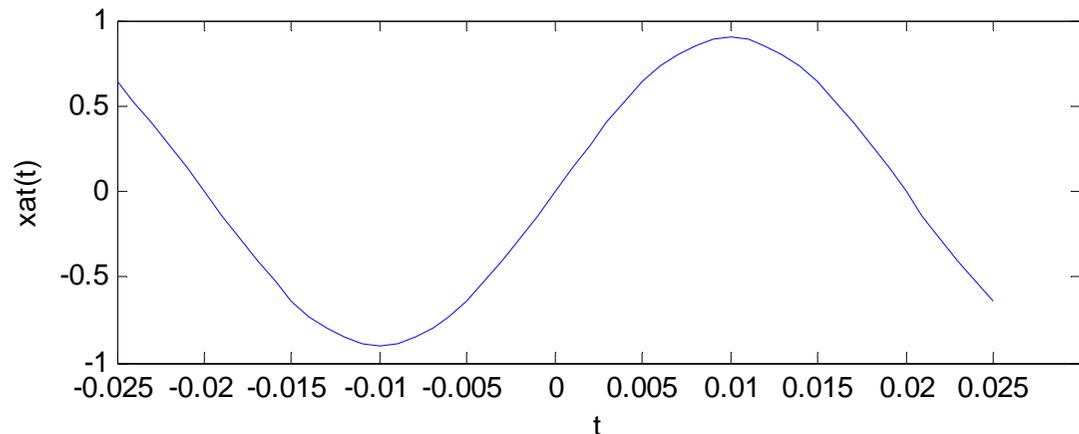
- ※时域离散信号和数字信号
- ※时域离散信号的表示方法
- ※常用的时域离散信号

模拟信号

■ 模拟信号

$$x_a(t) = 0.9 \sin 50\pi t$$

- 正弦信号的角频率 **50π**
- 正弦信号的频率是 **25Hz**
- 周期是 **0.04s**



时域离散信号

模拟信号 $x_a(t) = 0.9 \sin 50\pi t$

采样

□ 采样频率 $F_s = 200\text{Hz}$

□ 采样间隔 $T = 1/F_s = 0.005\text{s}$

时域离散信号

$$x(n) = x_a(t) \big|_{t=nT} = 0.9 \sin 50\pi nT \quad -\infty < n < \infty$$

n表示第**n**个采样点，**n**取整数

采样频率的选择？

时域离散信号的获取

- 采样

模拟信号 \longrightarrow 时域离散采样信号

- 实验测试

例：血压测试

$$x(n) = \{156, 161, 150, 165, 168\}$$

$$n \text{ 取值为 } \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

时域离散信号的表示

■ 公式表示

$$x(n) = x_a(t) \big|_{t=nT} = x_a(nT)$$

注意:

- 写明**n**的取值范围
- 闭合表达式存在

例:

$$x(n) = x_a(t) \big|_{t=nT} = 0.9 \sin 50\pi nT \quad -\infty < n < \infty$$

$$x(n) = a^{|n|}, \quad 0 < a < 1, \quad -\infty < n < \infty$$

时域离散信号的表示

■ 用集合符号表示序列

- 集合符合： $\{\bullet\}$ ，表示数的集合
- 时域离散信号是一组有序的数的集合，可表示成集合。

例：将n代入

$$x(n) = x_a(t) |_{t=nT} = 0.9 \sin 50\pi nT \quad -\infty < n < \infty$$

得：

$$x(n) = \{\dots, 0.0, 0.6364, 0.900, \underline{0.6364}, 0.0000, -0.6364, -0.9000, -0.6364, \dots\}$$

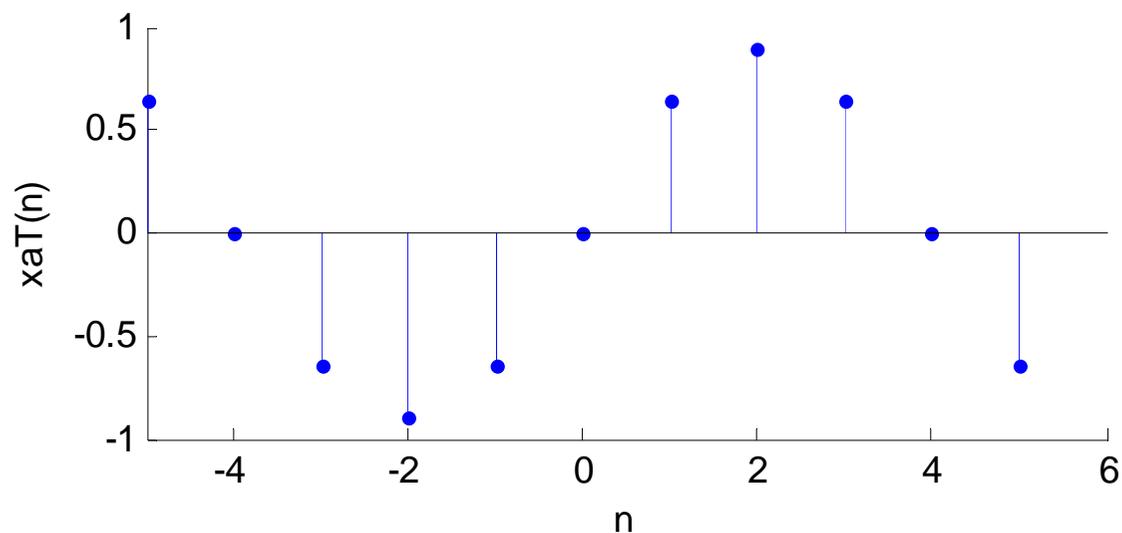


表示n=0点的序列值

时域离散信号的表示

■ 用图形表示

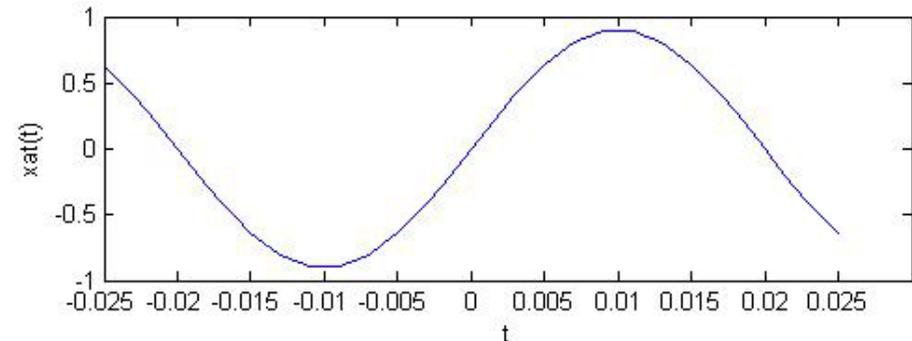
□ 直观



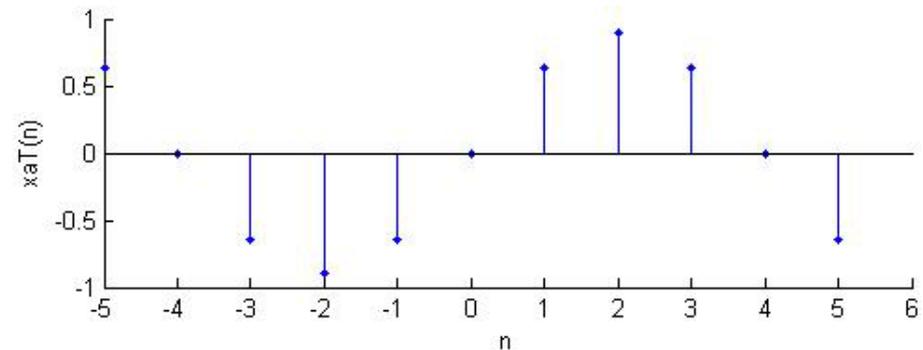
□ 为了醒目，在每一条竖线的顶端加一个小黑点。

Matlab 语言中的序列表示

```
t=-0.025:0.001:0.025;  
xat=0.9*sin(50*pi*t);  
subplot(2,1,1);  
plot(t,xat);axis([-0.025,0.03,-1,1]);  
xlabel('t'); ylabel('xat(t)');
```



```
T=0.005; n=-5:5;  
xaT=0.9*sin(50*pi*n*T);  
subplot(2,1,2);  
stem(n,xaT,'.');
```



STEM(Y) plots the data sequence **Y** as stems from the **x** axis terminated with circles for the data value. If **Y** is a matrix then each column is plotted as a separate series.

数字信号

■ 数字信号与离散信号的区别？

- 时间离散、幅度离散

例：时域离散信号 $x(n) = 0.9 \sin 50\pi nT \quad -\infty < n < \infty$

$x(n) = \{\dots, 0.0, 0.6364, 0.900, 0.6364, 0.0000, -0.6364, -0.9000, -0.6364, \dots\}$

- 用四位二进制数表示离散序列 $x(n)$ 的幅度
- 其中第一位表示符号位
- 用 $x[n]$ 表示经过二进制编码后的信号

$x[n] = \{\dots, 0.000, 0.101, 0.111, 0.101, 0.000, 1.101, 1.111, 1.101, \dots\}$



数字信号

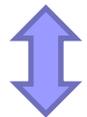
数字信号

■ 编码位数的选择

- 将 $x[n]$ 转换为十进制

$$x[n] = \{\dots, 0.000, 0.101, 0.111, 0.101, 0.000, 1.101, 1.111, 1.101, \dots\}$$

$$x[n] = \{\dots, 0.0, 0.625, 0.875, 0.625, 0.0, -0.625, -0.875, -0.625, \dots\}$$



存在误差

$$x(n) = \{\dots, 0.0, 0.6364, 0.900, 0.6364, 0.0000, -0.6364, -0.9000, -0.6364, \dots\}$$

- **量化误差:** 幅度值上有误差, 有损变换
与二进制编码位数有关

小结

- 时域离散信号的表示方法
- 问题：
 - 采样间隔如何确定？
 - 连续信号 \longrightarrow 离散信号，是否有损变换？
- 离散序列的二进制编码 \longrightarrow 数字信号
- 问题：
 - 是否有损变换？
 - 如何减少误差？

1.2.3 常用时域离散信号

1. 单位脉冲序列(1)

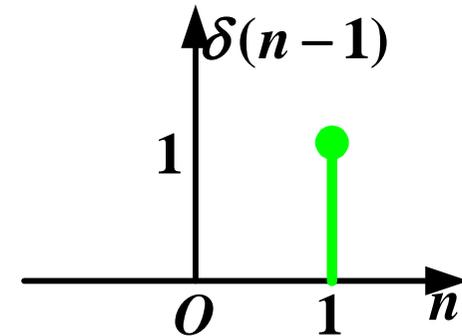
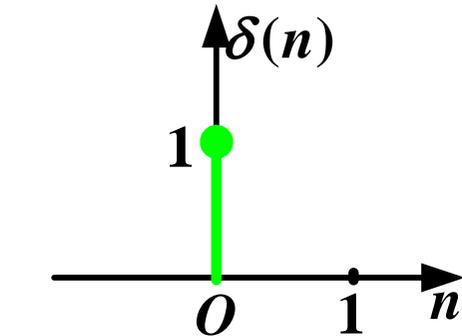
$$\delta(n) = \begin{cases} 0, n \neq 0 \\ 1, n = 0 \end{cases}$$

时移性 $\delta(n-j) = \begin{cases} 0, n \neq j \\ 1, n = j \end{cases}$

比例性 $c\delta(n), c\delta(n-j)$

抽样性 $f(n)\delta(n) = f(0)\delta(n)$

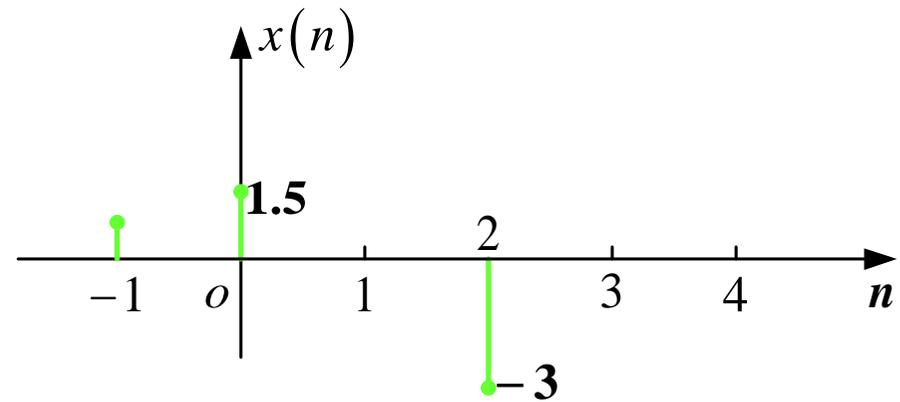
注意: $\delta(t)$ 用面积(强度)表示($t \rightarrow 0$, 幅度为 ∞);
 $\delta(n)$ 在 $n = 0$ 取有限值(不是面积)。



1.单位脉冲序列(2)

■ 任意序列的表示

$$x(n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$



$$f(n) = \left\{ 1, \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{1.5}, 0, -3, 0, 0, \right\} = \delta(n+1) + 1.5\delta(n) - 3\delta(n-2)$$

2. 单位阶跃序列

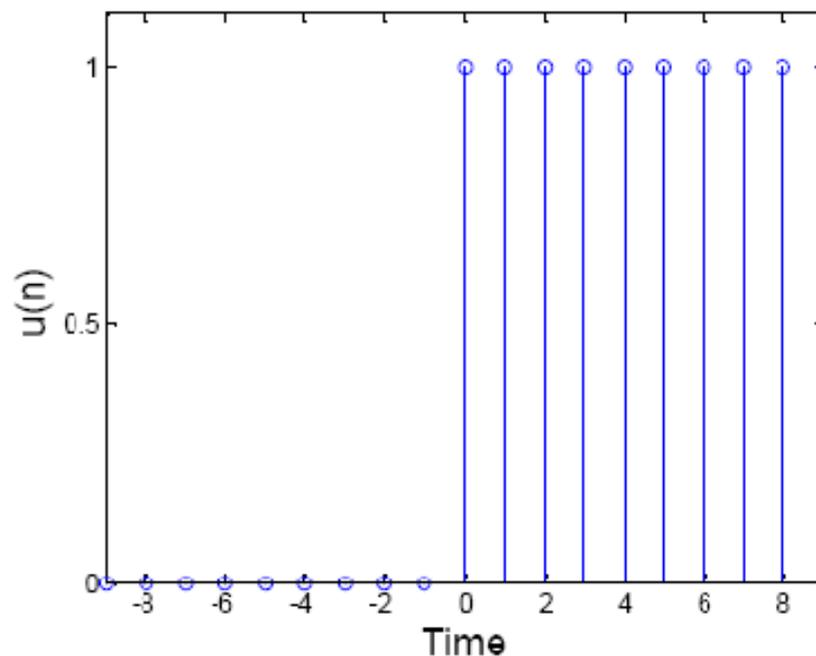
$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

用单位脉冲序列表示

$$u(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m)$$

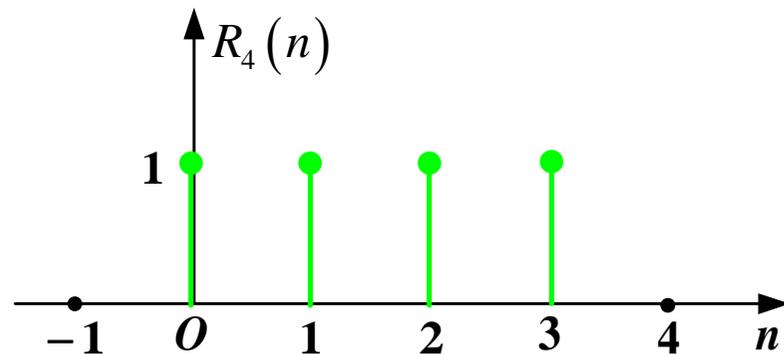
注意：

$\delta(n)$ 与 $u(n)$ 是差和关系，不再是微分关系。



3. 矩形序列

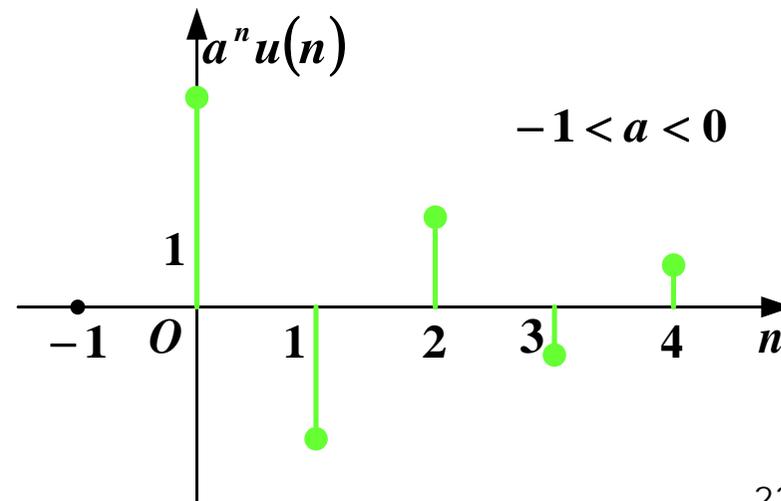
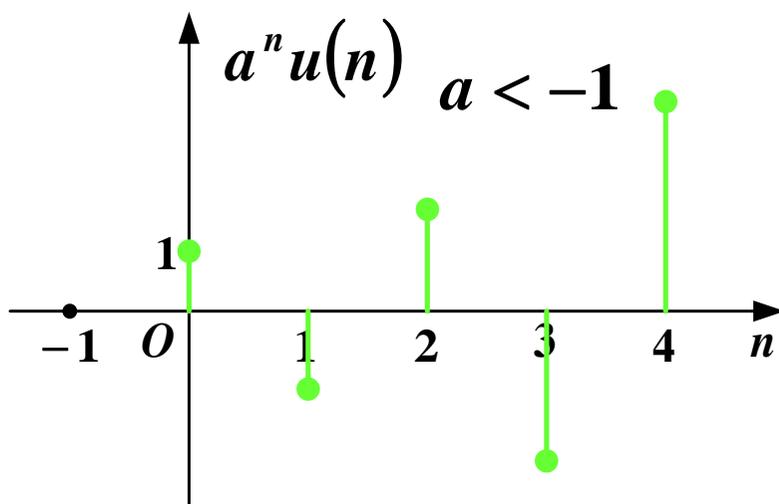
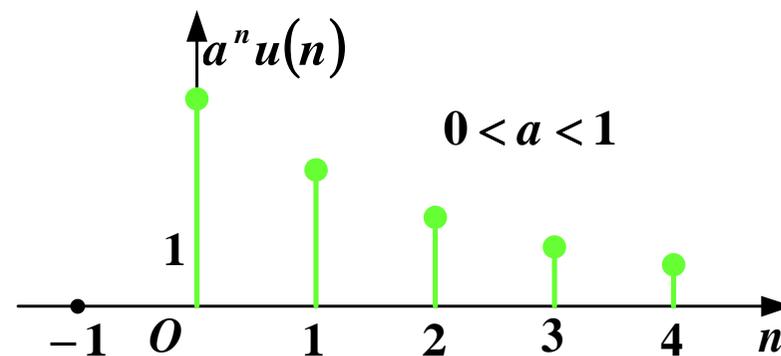
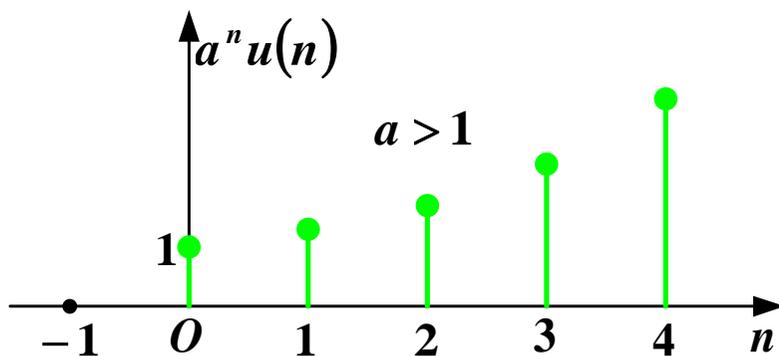
$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$



下标 N 称为矩形序列的长度

4. 实指数序列

$x(n) = a^n u(n)$ a 取实数，其大小影响序列波形



5. 正弦序列

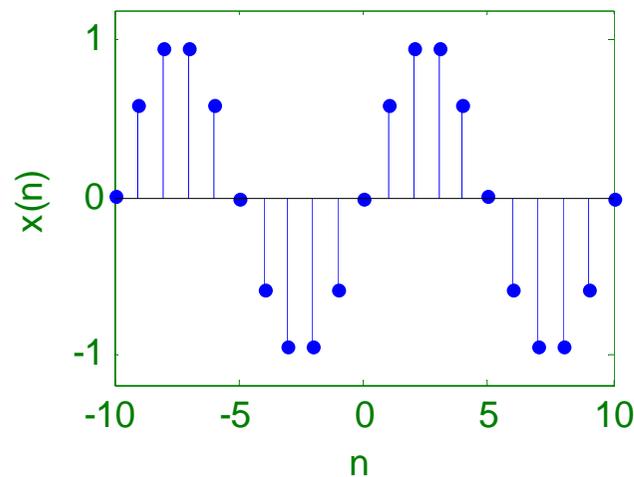
$$x(n) = A \sin(\Omega n T + \theta) = A \sin(\omega n + \theta)$$

- T 采样间隔； Ω 模拟信号的角频率
- ω 数字域的**数字频率**

$$\omega = \Omega T$$

注意：

- ω (rad) 和 Ω (rad/s) 不同
- ω 和 Ω 的对应关系可推论到一般情况



$$\omega = 2\pi / 10$$

6. 复指数序列

$$x(n) = e^{j\omega n}$$

- ω 数字频率，用欧拉公式展开

$$x(n) = \cos(\omega n) + j \sin(\omega n)$$

- 特点:

$$e^{j(\omega+2\pi M)n} = e^{j\omega n}$$

$$\cos[(\omega + 2\pi M)n] = \cos \omega n$$

$$\sin[(\omega + 2\pi M)n] = \sin \omega n$$

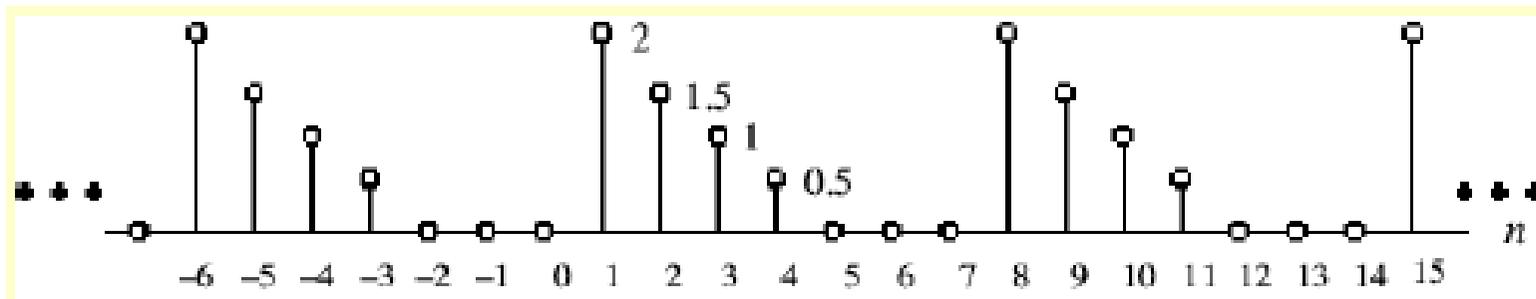
周期信号，主值区间

7. 周期序列

- 满足下式，则称为周期序列

$$x(n] = x(n + N) \quad -\infty < n < \infty$$

- 周期：满足上式的最小正整数N



7. 周期序列

- 正（余）弦序列的周期性？

$$x(n) = A \sin(\omega n + \varphi)$$

$$x(n + N) = A \sin(\omega n + \omega N + \varphi)$$

- 正弦序列**X(n)**为周期序列的条件？

$$\omega N = 2\pi M \quad M \text{ 为正整数}$$

- 周期：满足上式的最小正整数**N**

$$N = 2\pi M / \omega$$

7. 周期序列

- 周期性?

$$x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

$$x(n) = \sin\left(\frac{1}{4}n\right)$$

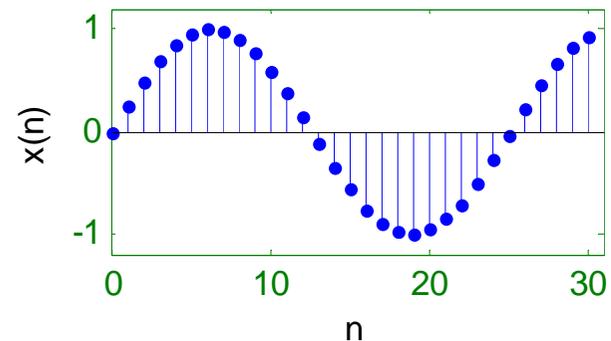
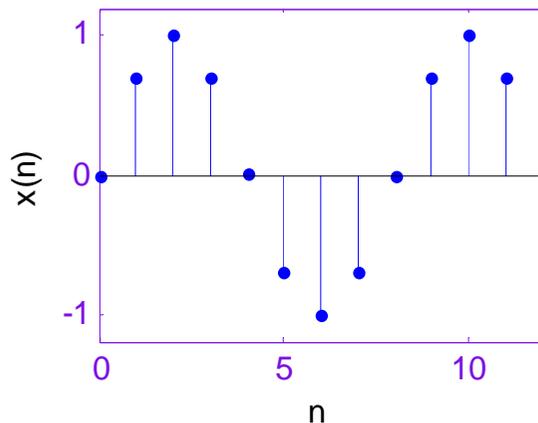
- 数字频率 ω

$$\omega = \pi/4$$

$$\omega = 1/4$$

$$2\pi / \omega = 8$$

$$2\pi / \omega = 8\pi$$



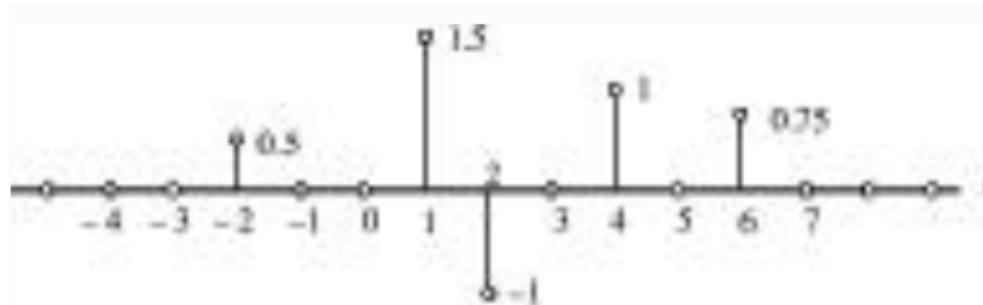
8.任意序列描述

■ 基于单位脉冲序列描述

Q: 为什么这样描述?

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

单位脉冲序列的移位加权和



$$x[n] = 0.5\delta[n+2] + 1.5\delta[n-1] - \delta[n-2] + \delta[n-4] + 0.75\delta[n-6]$$

1.3 时域离散系统

- ※线性时不变时域离散系统
- ※线性时不变系统输出和输入之间的关系
- ※系统的因果性和稳定性

1.3.1 线性时不变时域离散系统

1. 线性性质

满足线性叠加原理

设 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 分别为系统的输入，则系统的输出分别为：

$$y_1(n) = T[x_1(n)]、y_2(n) = T[x_2(n)]$$

设 $x(n) = ax_1(n) + bx_2(n)$ a, b 为常数

如下式成立，则该系统是线性系统

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] = T[ax_1(n) + bx_2(n)] \\ &= ay_1(n) + by_2(n) \end{aligned}$$

线性系统举例

■ 线性系统？

$$y(n) = T[x(n)] = [x(n)]^2$$

$$x(n) = ax_1(n) + bx_2(n)$$

$$y(n) = [x(n)]^2 = [ax_1(n) + bx_2(n)]^2$$

$$\neq [ax_1(n)]^2 + [bx_2(n)]^2$$

2. 时不变特性

■ 移位不变性

如果 $y(n) = T[x(n)]$

$$y_1(n) = T[x(n - n_0)] = y(n - n_0)$$

则称系统具有移位不变性

- 具有移位不变性的系统为时不变系统。
- 时不变系统对输入信号的运算关系 $T[\bullet]$ 在整个运算过程中不随时间变化。其输出随输入信号移位而移位，且保持波形不变。

2. 时不变特性

例：(1) $y(n) = nx(n)$ 是否是时不变系统？

(2) $y(n) = ax(n) + b$ 是否是线性时不变系统？

(2)解：时不变性

$$\text{令 } x_1(n) = x(n - n_0)$$

$$\text{则 } y_1(n) = T[x_1(n)] = ax(n - n_0) + b = y(n - n_0)$$

线性性质

$$\text{令 } x(n) = x_2(n) + x_3(n)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = ax_2(n) + b, \quad y_3(n) = T[x_3(n)] = ax_3(n) + b,$$

$$\text{则 } y(n) = T[x(n)] = T[x_2(n) + x_3(n)] = ax_2(n) + ax_3(n) + b$$

$$\neq T[x_2(n)] + T[x_3(n)] = y_2(n) + y_3(n)$$

1.3.2 线性时不变系统的输出和输入之间的关系

- 系统的**单位脉冲响应**（对 $\delta(n)$ 的零状态响应）

$$h(n) = T[x(n)] = T[\delta(n)]$$

- 任意输入信号

$$x(n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

- 系统的输出为

$$y(n) = T\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)\right] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T[x(m)\delta(n-m)]$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)T[\delta(n-m)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = x(n) * h(n)$$

线性叠加原理

取样性质

时不变性

卷积运算



求解 $y(n)$

- 卷积运算的图解法或列表法
- 用**MATLAB**计算两个有限长序列的卷积
- 解析法：直接按卷积公式求解

求解 $y(n)$

■ 卷积运算的图解法 $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$

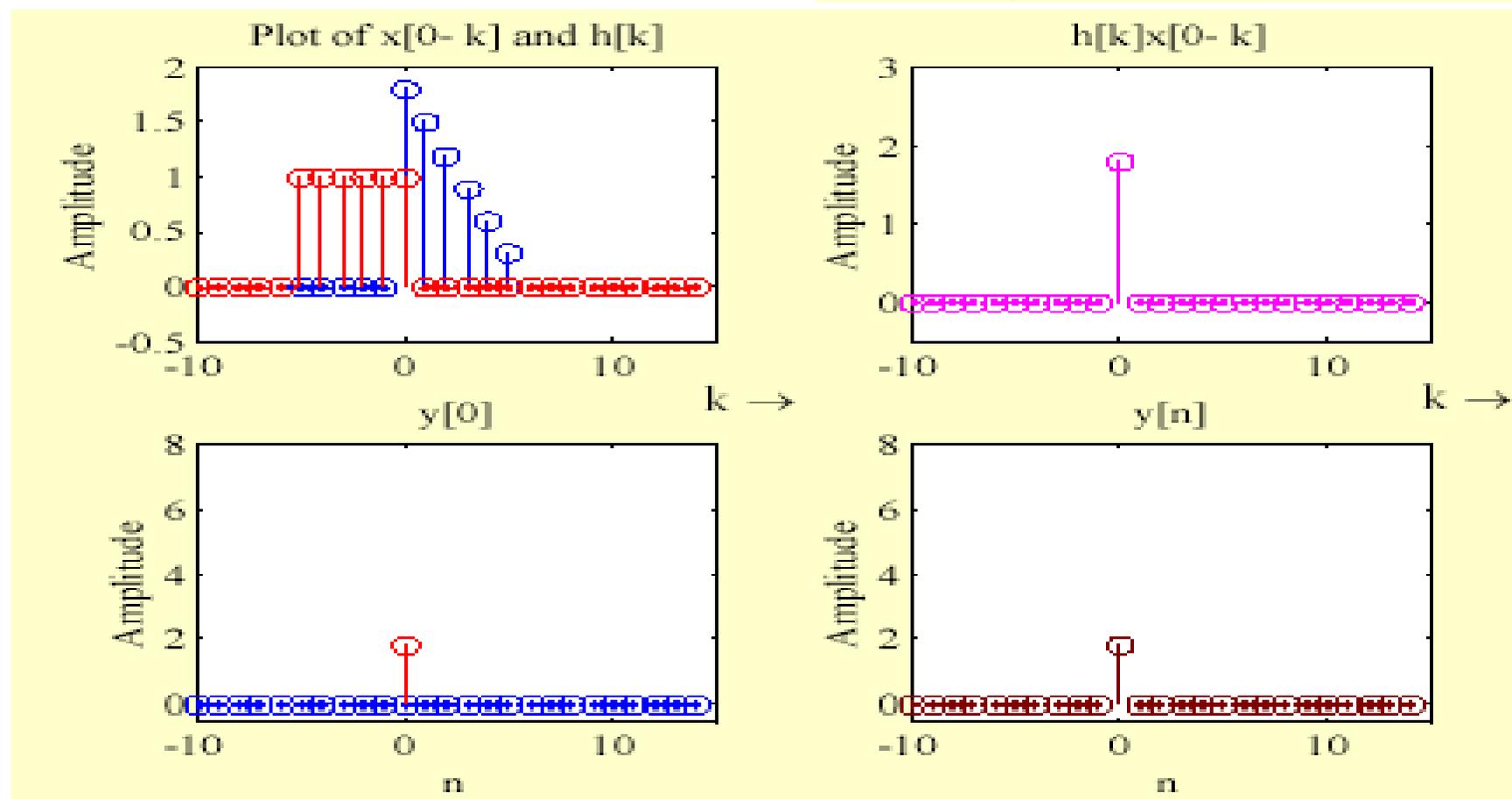
- (1) 画出 $x(m)$ 和 $h(m)$ 的波形;
- (2) 反转平移: $h(m)$ 反转 $\rightarrow h(-m)$,右移 $n \rightarrow h(n-m)$
- (3) 乘积: $x(m) h(n-m)$
- (4) 求和: m 从 $-\infty$ 到 ∞ 对应乘积项求和。

例:

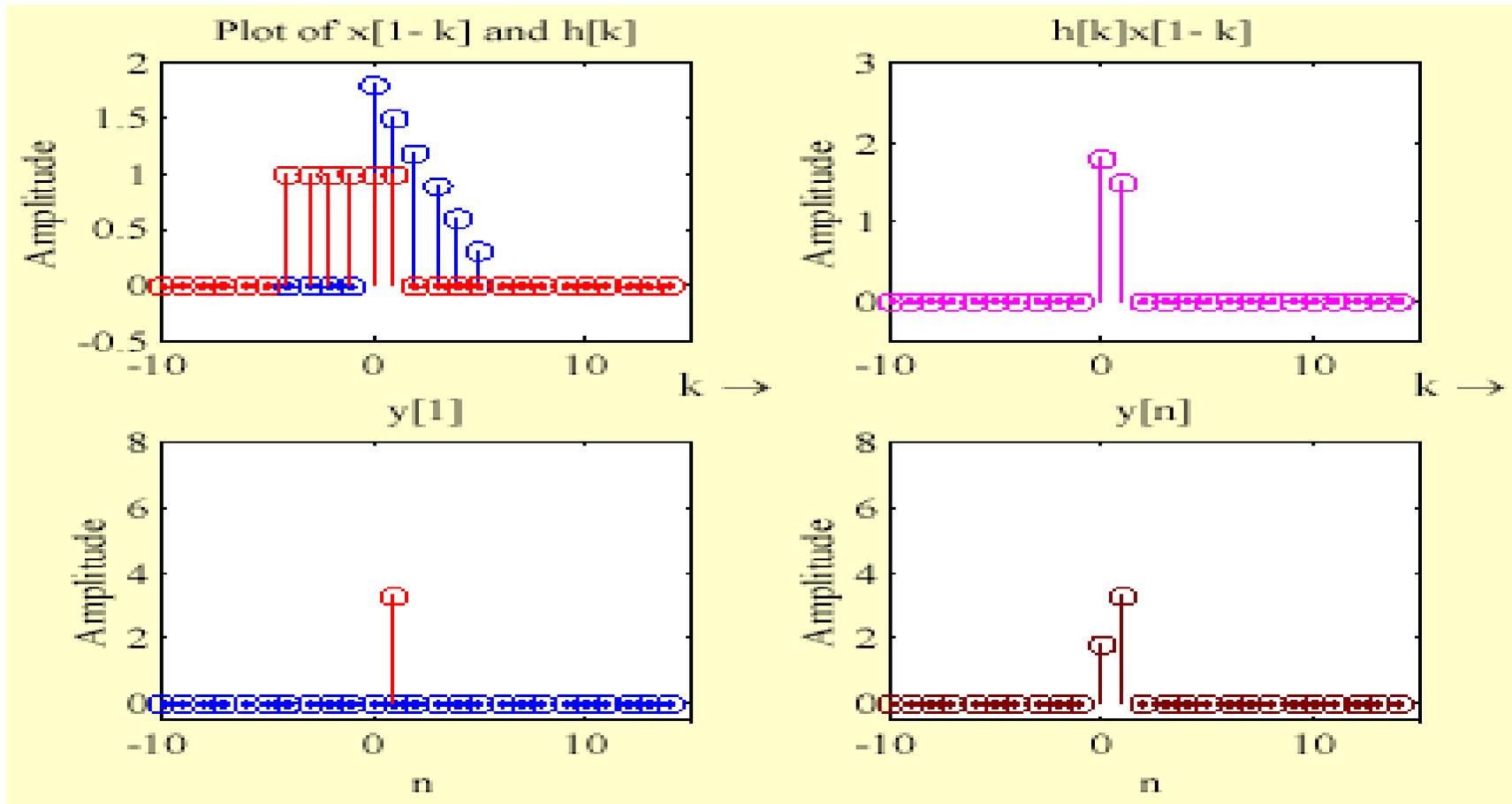
$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
$$h[n] = \begin{cases} 1.8 - 0.3n, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

卷积和

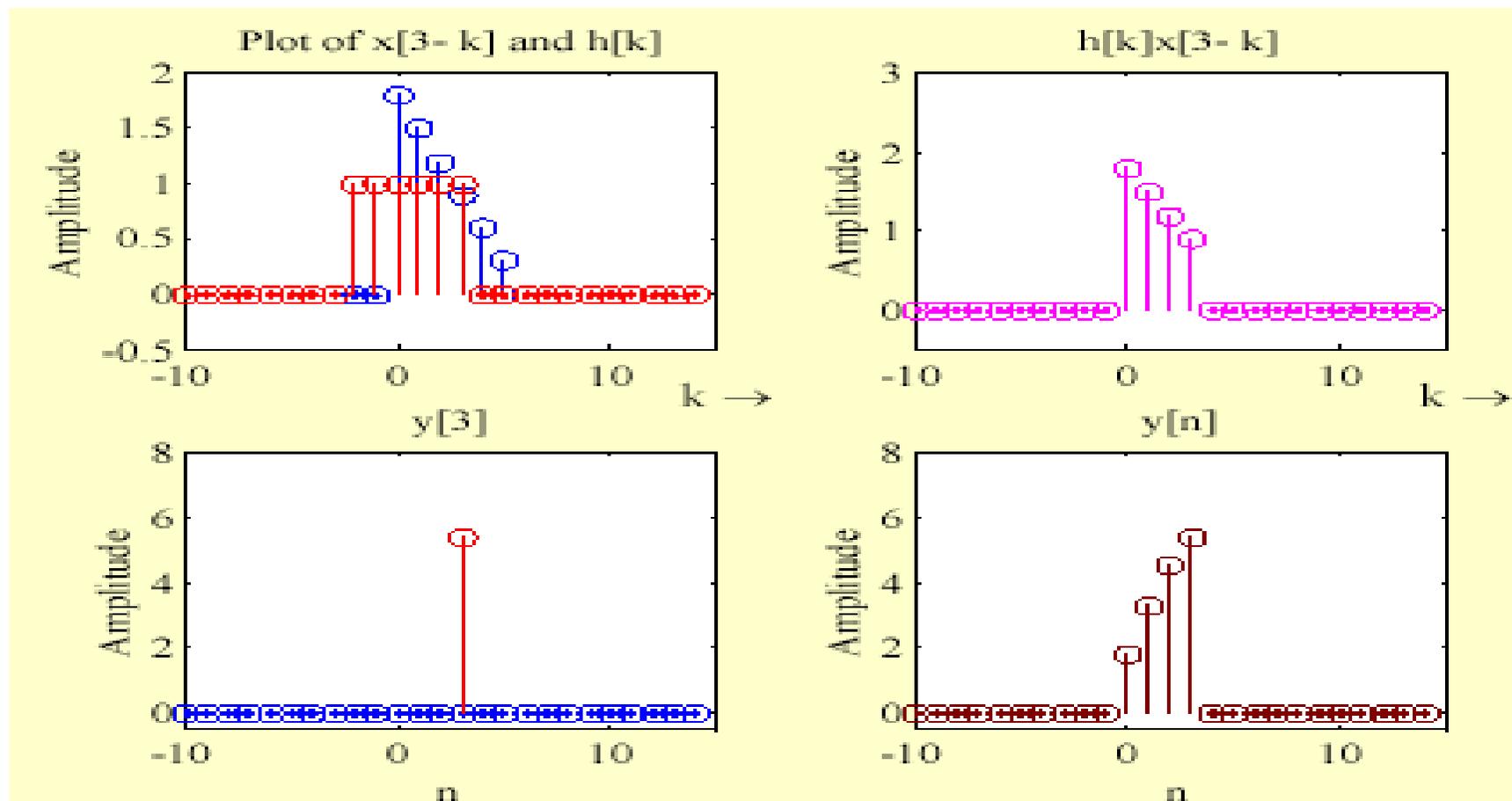
$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
$$h[n] = \begin{cases} 1.8 - 0.3n, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



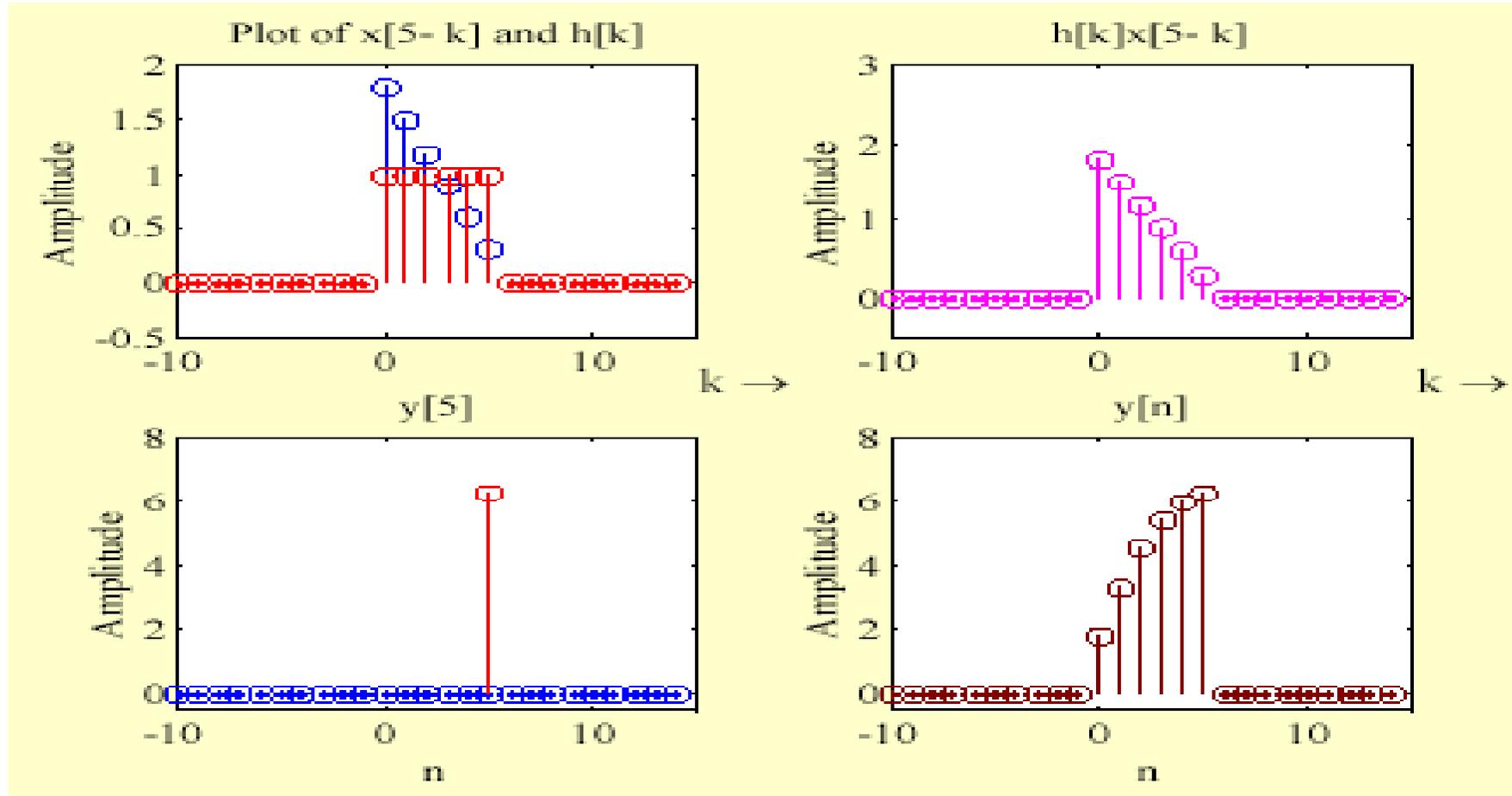
卷积和



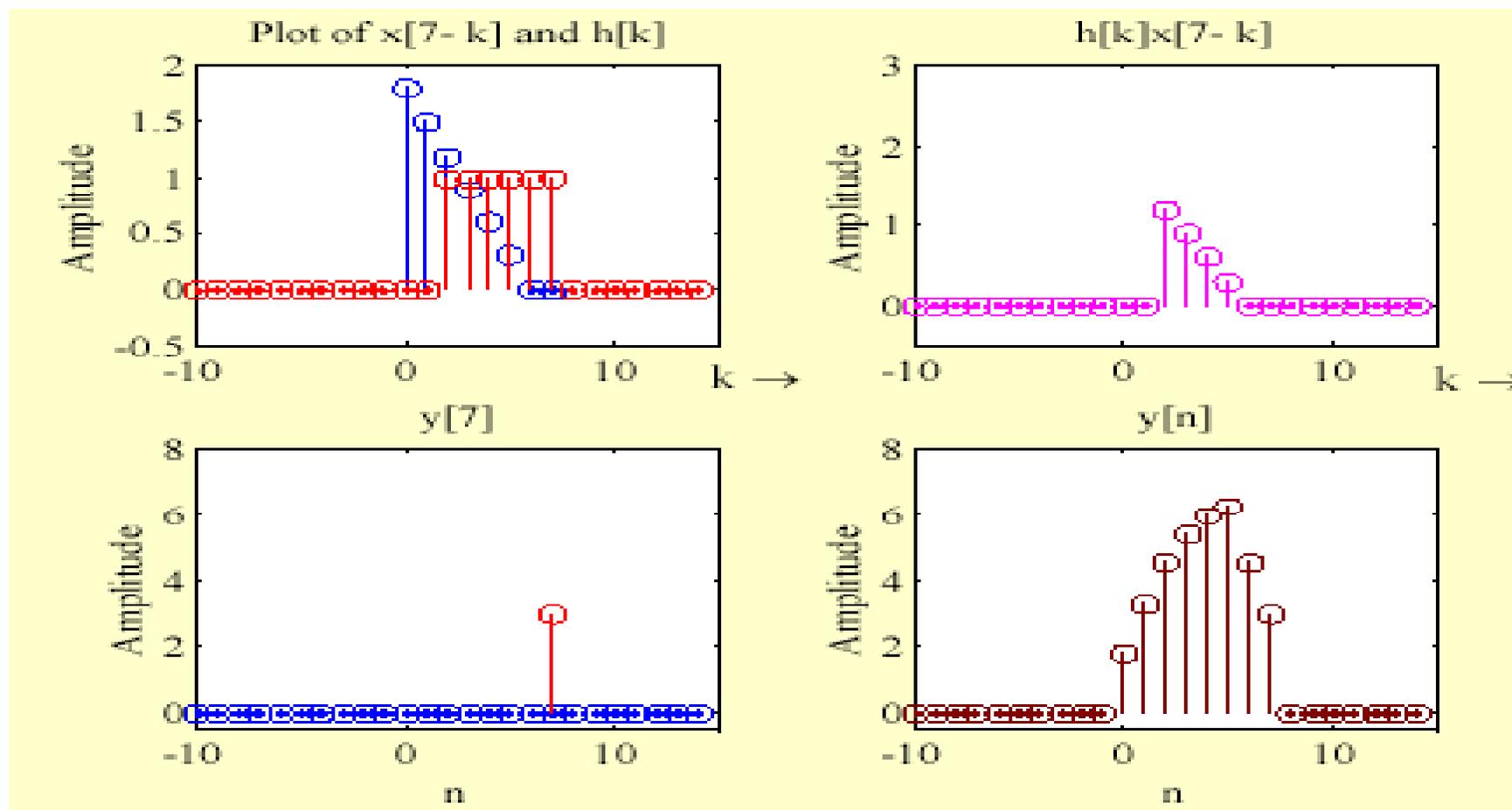
卷积和



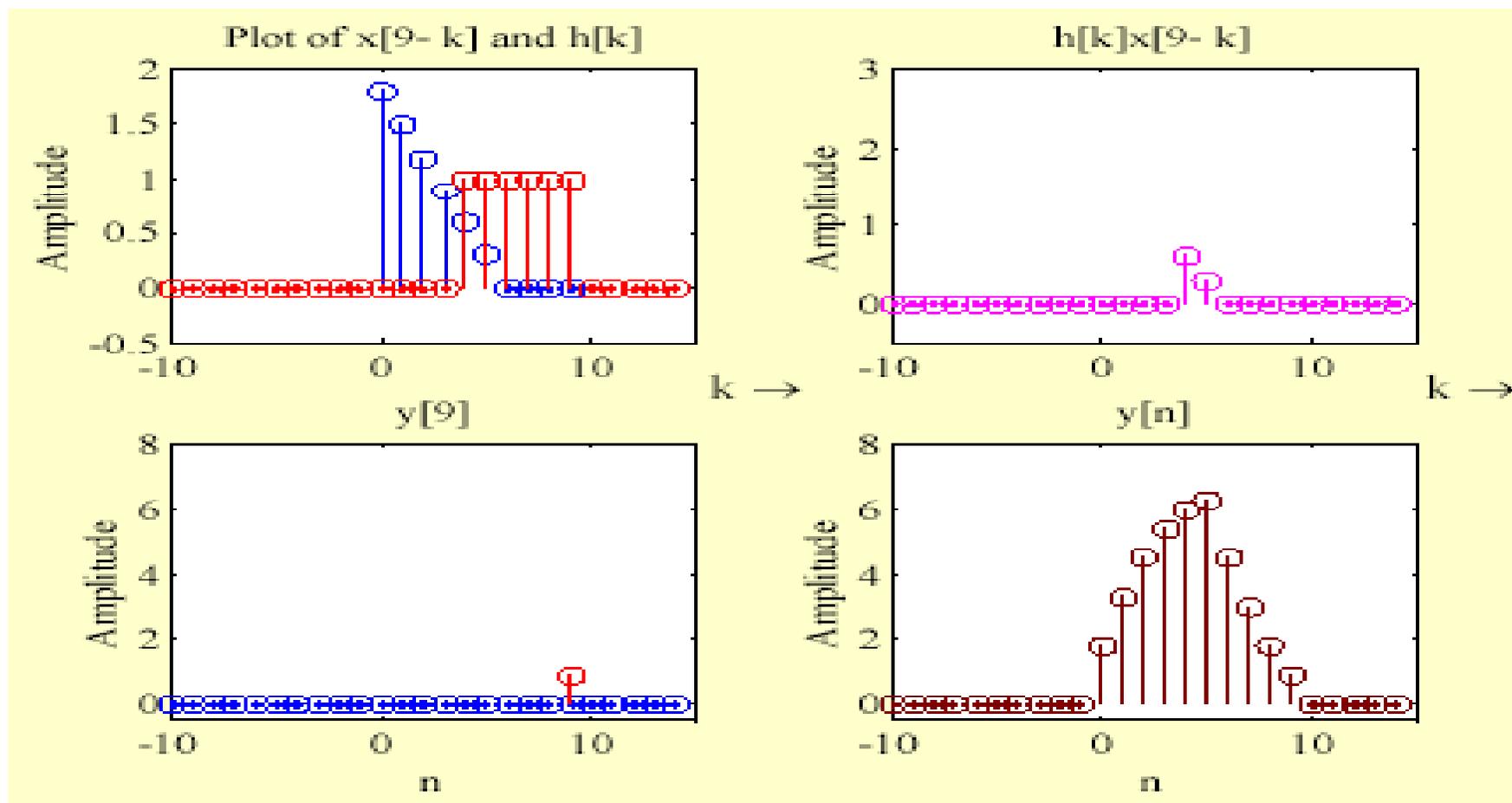
卷积和



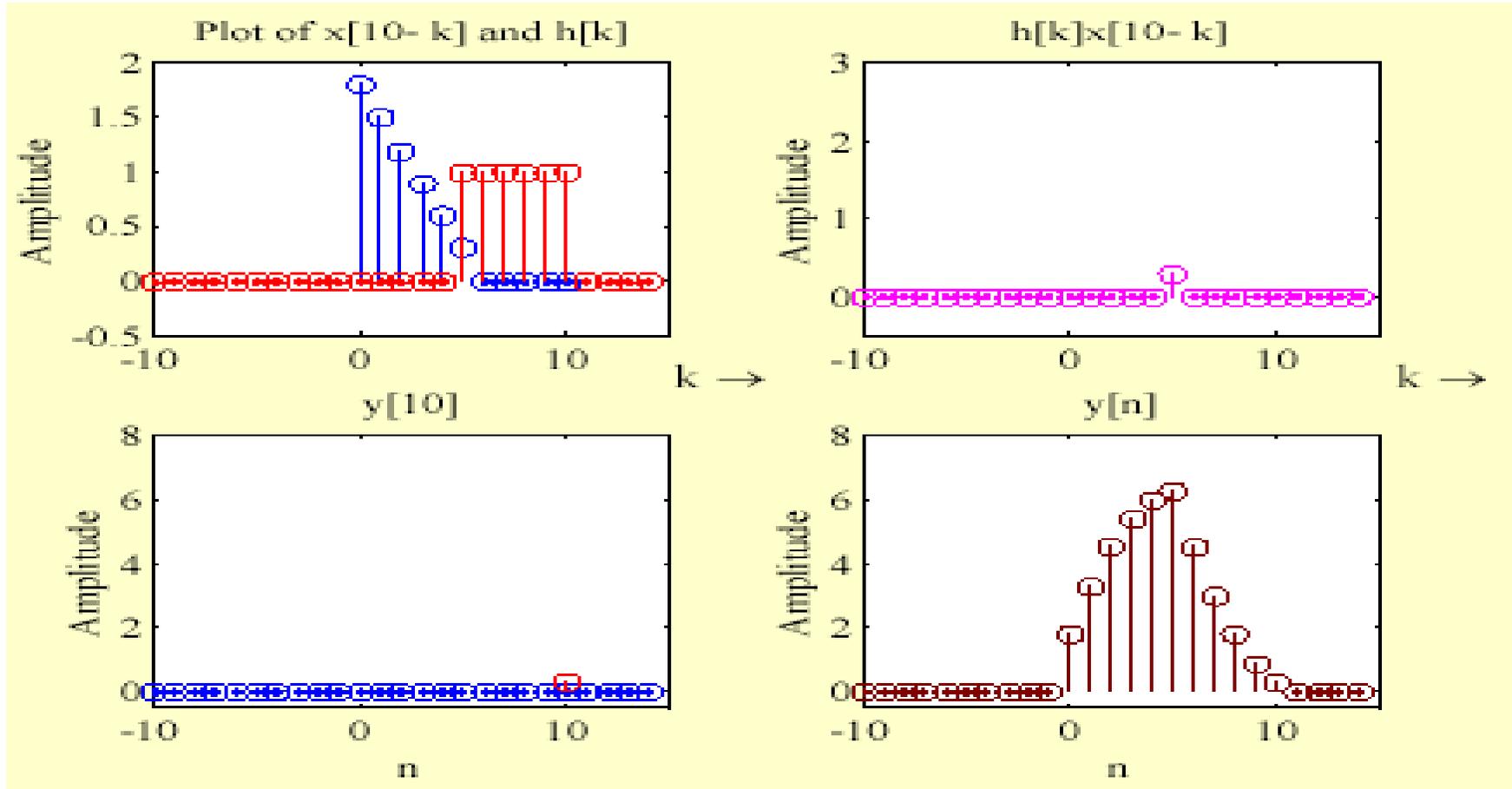
卷积和



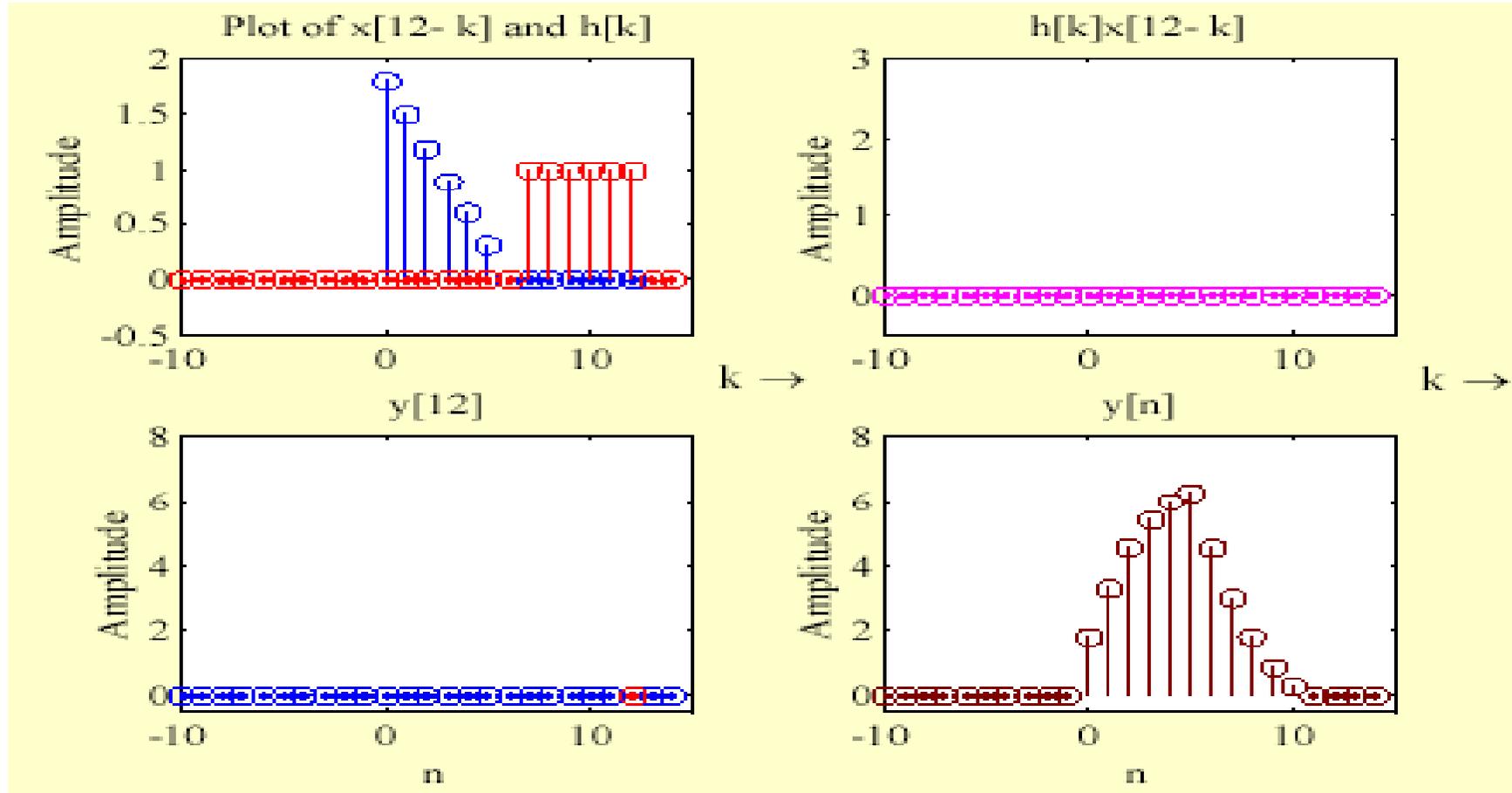
卷积和



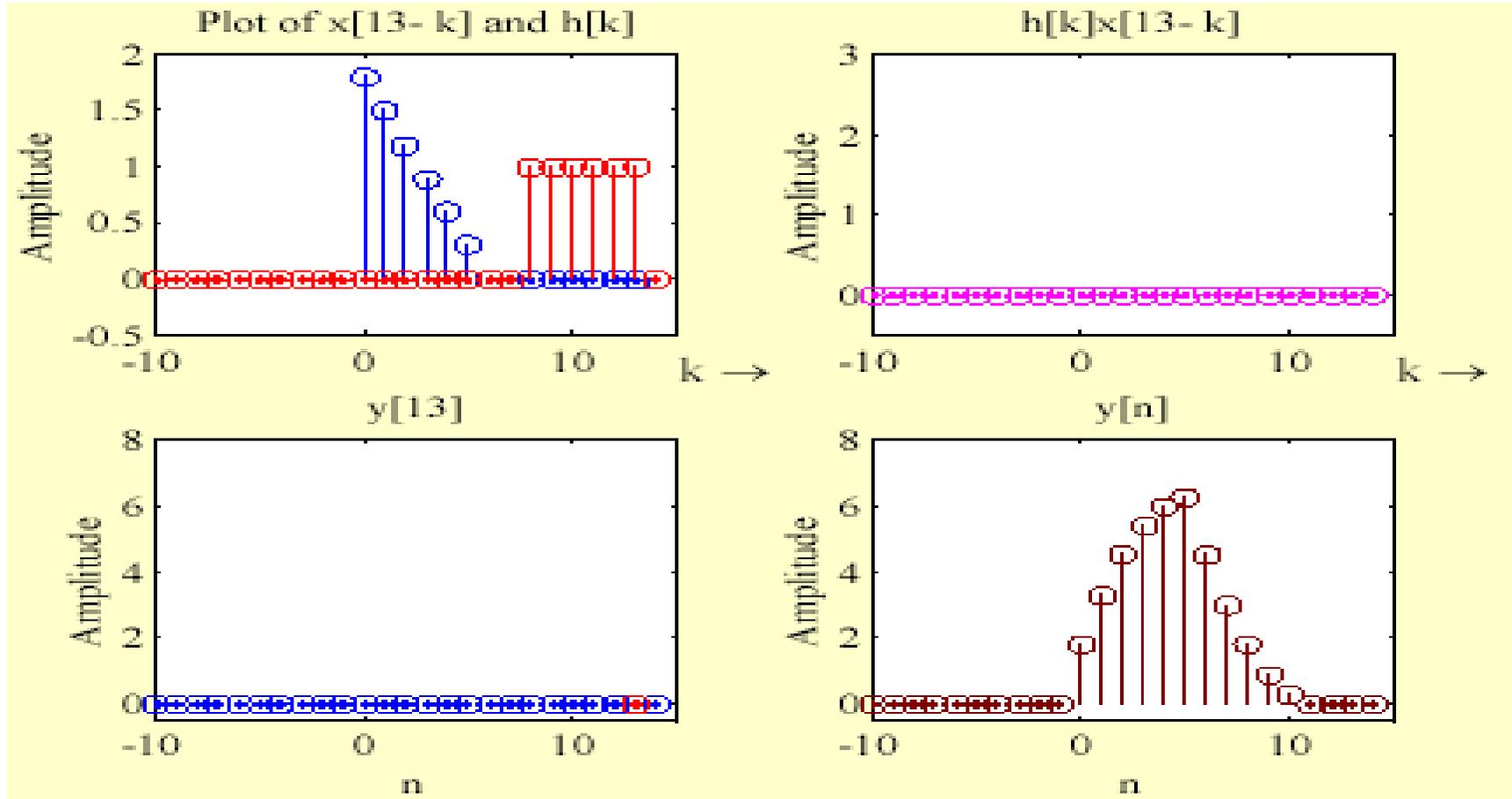
卷积和



卷积和



卷积和



求解 $y(n)$

- 卷积运算的列表法 $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$

例:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
$$h[n] = \begin{cases} 1.8 - 0.3n, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Matlab计算

```
xn=[2,1,-2];
```

```
hn=[1,2,-1];
```

```
yn=conv(xn,hn);
```

```
n=0:length(yn)-1;
```

```
subplot(1,1,1);stem(n,yn,'.');
```

```
line([0,5],[0,0]);
```

```
xlabel('n');ylabel('y(n)');
```

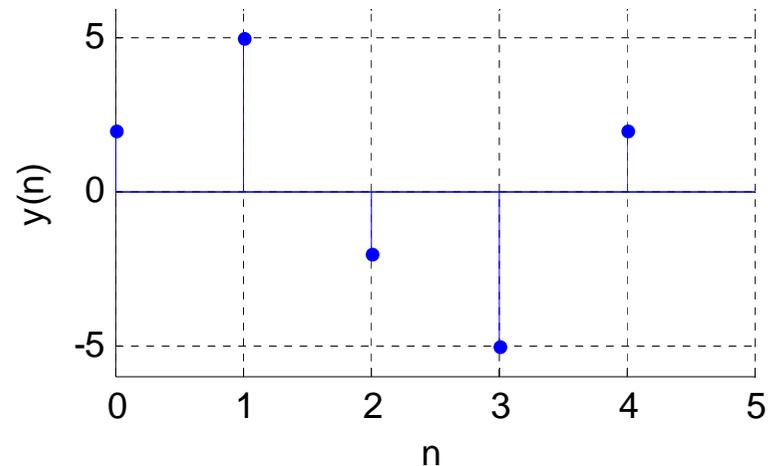
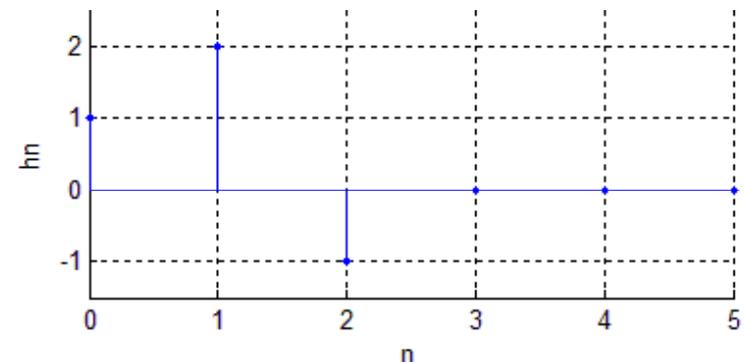
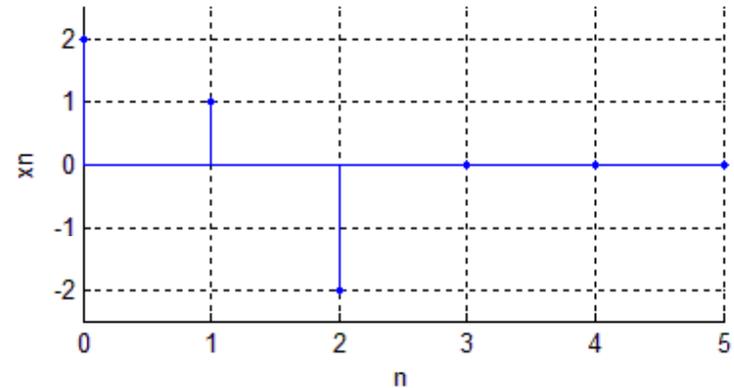
```
grid on;axis([0,5,-6,6])
```

$$C = \text{conv}(A,B)$$

注意： 函数默认序列均从0开始。

问题：两个有限长序列卷积和的长度？

—— 两个序列长度之和减1



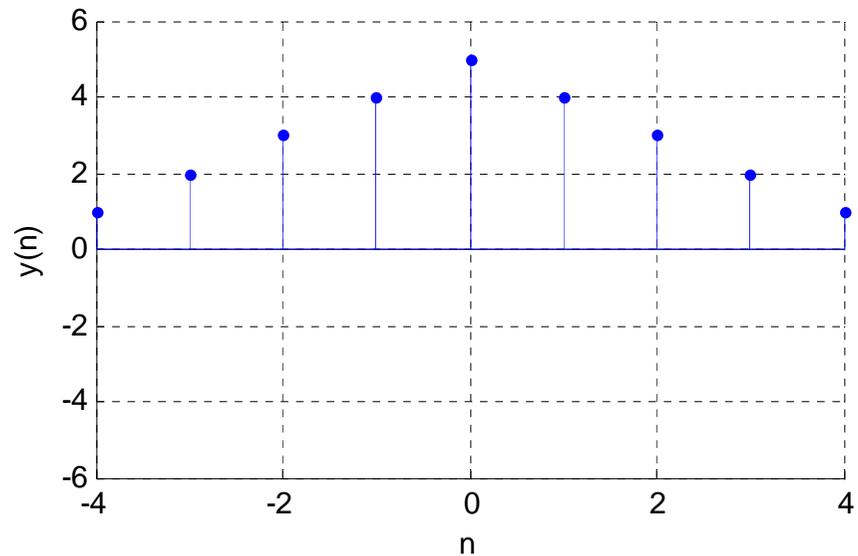
Matlab计算

■ 序列不从0开始

$$x(n) = \delta(n+2) + \delta(n+1) + \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)$$

$$h(n) = x(n)$$

```
h=ones(1,5);nh=-2:2;  
x=h;nx=nh;  
nys=nh(1)+nx(1);  
nyf=nh(end)+nx(end);  
y=conv(h,x);ny=nys:nyf;  
stem(ny,y,'.');  
line([-4,4],[0,0])  
xlabel('n');  
ylabel('y(n)');  
grid on;axis([-4,4,-6,6])
```



解析法 (1)

- 条件: 已知信号的解析表达式, 直接按公式计算

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

- 解法: 根据信号的非零值区间, 确定求和的上下限, 分段计算

例: $x(n) = a^n, h(n) = R_4(n)$

$$y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_4(m)a^{n-m}u(n-m)$$

$$u(n-m) \neq 0 \Rightarrow n \geq m$$

$$R_4(m) \neq 0 \Rightarrow 0 \leq m \leq 3$$

m取值与**n**有关

解析法 (2)

$$x(n) = a^n, h(n) = R_4(n)$$

$$u(n-m) \neq 0 \Rightarrow n \geq m$$

$$R_4(m) \neq 0 \Rightarrow 0 \leq m \leq 3$$

■ 分段计算

$$n < 0, \quad y(n) = 0$$

$$0 \leq n \leq 3, \quad 0 \leq m \leq n, \quad y(n) \neq 0$$

$$y(n) = \sum_{m=0}^n R_4(m) a^{n-m} u(n-m) = \sum_{m=0}^n a^{n-m} = a^n \frac{1-a^{-n-1}}{1-a^{-1}}$$

$$n \geq 4, \quad 0 \leq m \leq 3, \quad y(n) \neq 0$$

$$y(n) = \sum_{m=0}^n R_4(m) a^{n-m} u(n-m) = \sum_{m=0}^3 a^{n-m} = a^n \frac{1-a^{-4}}{1-a^{-1}}$$

卷积运算的性质

- 任意序列与单位脉冲序列的卷积等于该序列本身；如果卷积一个移位 n_0 的单位脉冲序列，即将该序列移位 n_0

$$x(n) = x(n) * \delta(n)$$

$$x(n - n_0) = x(n) * \delta(n - n_0)$$

- 卷积运算服从**交换率**、**结合率**和**分配率**

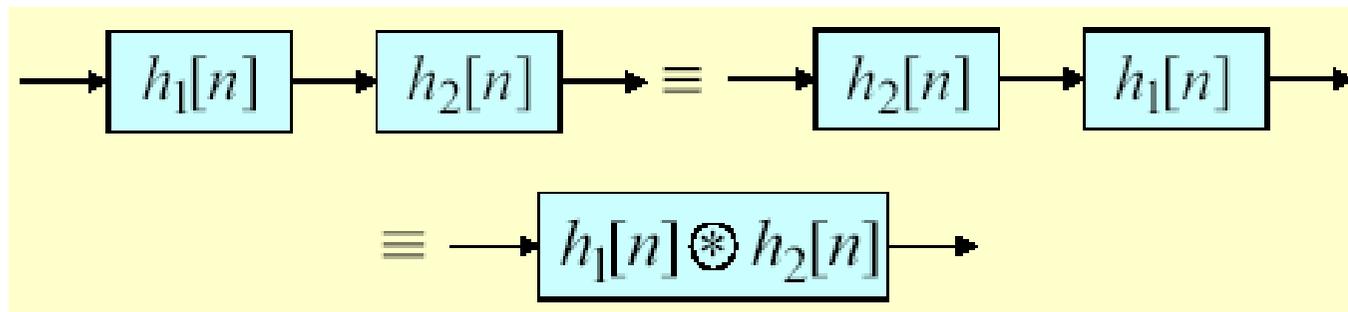
- 交换率: $y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n)$

- 结合率: $x(n) * [h_1(n) * h_2(n)] = [x(n) * h_1(n)] * h_2(n)$

- 分配率: $x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n)$

卷积运算的性质

■ 串联系统等效

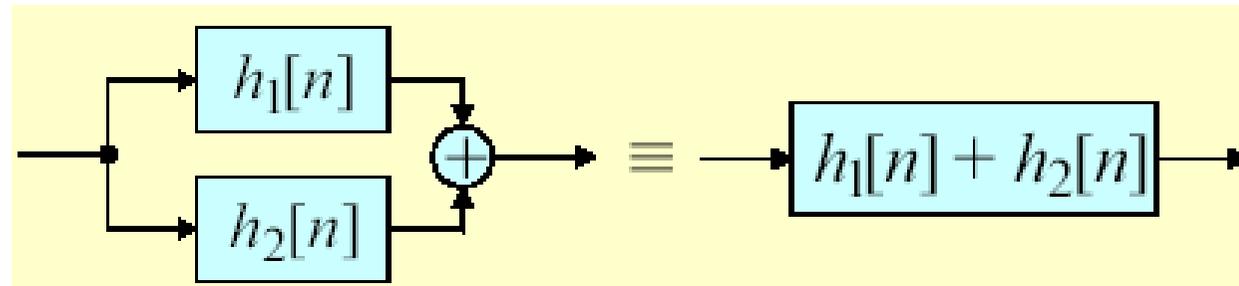


$$y(n) = [x(n) * h_1(n)] * h_2(n) = x(n) * [h_1(n) * h_2(n)] = x(n) * h(n)$$

$$h(n) = h_1(n) * h_2(n)$$

卷积运算的性质

■ 并联系统等效



$$y(n) = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n) = x(n) * [h_1(n) + h_2(n)]$$

$$h(n) = h_1(n) + h_2(n)$$

■ 例1.3.4 (P15)

1.3.3 系统的因果性和稳定性

- **因果性** —— 系统的可实现性

系统 n 时刻的输出取决于 n 时刻及 n 时刻以前的输入信号，而和 n 时刻以后的输入信号无关。

例： $y(n) = x(n) + x(n+1)$ 因果性？

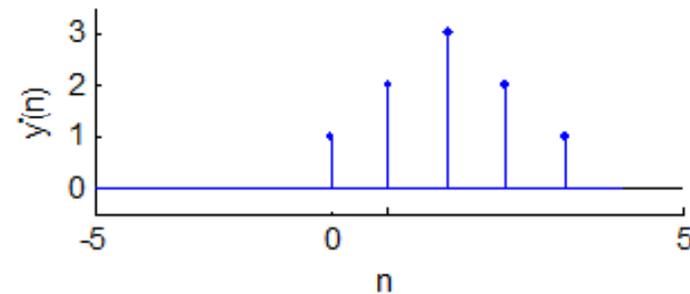
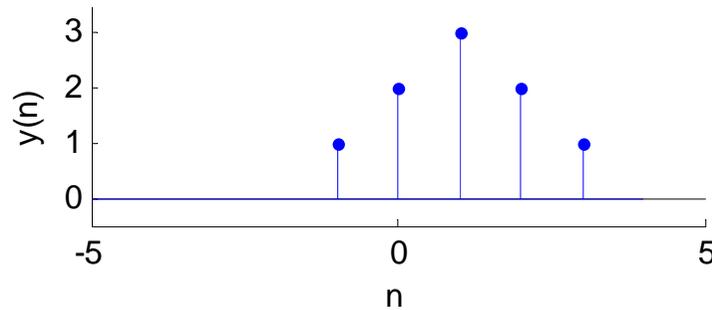
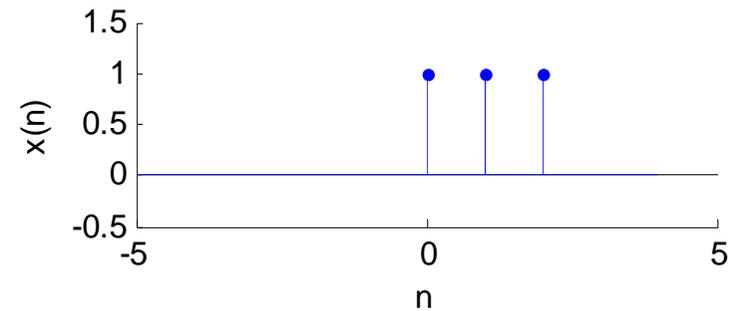
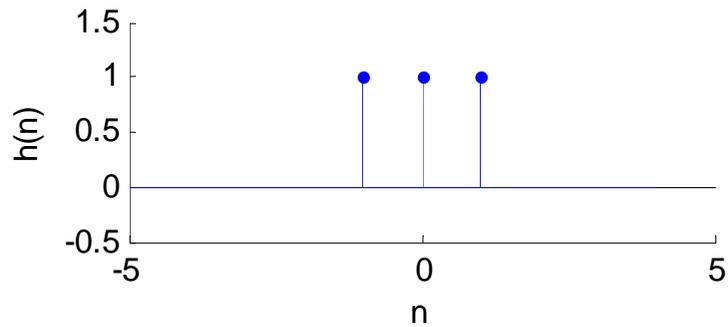
- 因果性的判别方法（时域）

- 定义
- 单位脉冲响应

$$h(n) = 0, \quad n < 0 \quad (\text{充要条件})$$

系统的因果性

非因果数字系统可利用存储器，延时实现。



系统的稳定性

- **稳定性**——输入输出稳定（**BIBO**稳定）

对任意有界的输入，系统的输出有界。

- 线性时不变系统稳定的**充要条件**：

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad \text{单位脉冲响应绝对可和}$$

证明：1) 充分性：设输入信号有界， $|x(n)| < p$ ， p 是常数

$$\begin{aligned} |y(n)| &= \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)x(n-m) \right| \leq \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)||x(n-m)| \\ &\leq p \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(m)| < \infty \end{aligned}$$

因此，输出有界。

系统的稳定性

- 2) 必要性（反证法）：设单位脉冲响应不满足绝对可和条件，即：对于任意大的数 M ，存在 n_1

$$\sum_{n=0}^{n_1} |h(n)| > M$$

输入信号有界

$$x(n_1 - k) = \begin{cases} 1 & h(k) \geq 0 \\ -1 & h(k) < 0 \end{cases}$$

则
$$y(n_1) = \sum_{k=0}^{n_1} h(k)x(n_1 - k) = \sum_{k=0}^{n_1} |h(k)| \geq M$$

系统不稳定

证毕

系统的稳定性

■ 稳定性的判别方法（时域）

- 单位脉冲响应绝对可和

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad (\text{充要条件})$$

- 输入单位阶跃序列，输出趋于常数（包括零）
（第2章）

例题：试分析 $h(n) = a^n u(n)$ 的因果性与稳定性，其中 a 为实常数。

1.4 时域离散系统的输入输出描述

——线性常系数差分方程描述

- ※线性时常系数差分方程
- ※线性时常系数差分方程的递推解法
- ※用**MATLAB**求解差分方程
- ※应用举例——滑动平均滤波器



系统的数学描述

■ 输入输出描述

□ 模拟系统:

- 微分方程（时域）、传输函数（频域）

□ 时域离散系统:

- 差分方程（时域）、基于 Z 变换的传递函数（频域）

■ 内部描述

□ 状态变量

1.4.1 线性常系数差分方程

- N阶线性常系数差分方程 \longrightarrow 线性时不变时域离散系统

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) \quad a_0 = 1$$

- $x(n)$ 为系统输入， $y(n)$ 为系统输出， a_i 和 b_i 均为常数
- 无交叉项相乘
- $y(n-i)$ 项中 i 的最大值与最小值之差为 差分方程的阶数



1.4.2 线性常系数差分方程的求解

- 经典解法

- 类似于模拟系统中微分方程的解法，较麻烦

- 递推解法

- Z变换方法 (第2章)

- Matlab求解

递推解法 (1)

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$

■ 输入信号和初始条件

$$x(n), x(n-1), \dots, x(n-M)$$

$$y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-N)$$

■ 递推求解

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$

递推解法 (2)

■ 例1.4.1 $y(n) = ay(n-1) + x(n)$

式中, $x(n) = \delta(n)$ $y(-1) = 1$

解: 由 $y(n) = ay(n-1) + x(n)$ 得

$$n = 0 \quad y(0) = ay(-1) + \delta(0) = a + 1$$

$$n = 1 \quad y(1) = ay(0) + \delta(1) = a(a + 1)$$

$$n = 2 \quad y(2) = ay(1) + \delta(2) = a^2(a + 1)$$

⋮

$$y(n) = ay(n-1) + \delta(n) = a^n(a + 1)u(n)$$

Q: 输入是单位脉冲序列, 那么输出是单位脉冲响应吗?

Q: 初始状态的个数=?

递推解法 (3)

■ 求单位脉冲响应 $y(n] = ay(n-1) + x(n)$

式中, $x(n) = \delta(n)$ $y(-1) = 0$

解: 由 $y(n) = ay(n-1) + x(n)$ 得

$$n = 0 \quad y(0) = ay(-1) + \delta(0) = 1$$

$$n = 1 \quad y(1) = ay(0) + \delta(1) = a$$

$$n = 2 \quad y(2) = ay(1) + \delta(2) = a^2$$

⋮

$$y(n) = ay(n-1) + \delta(n) = a^n u(n)$$

$$h(n) = y(n) = a^n u(n)$$

递推法适合计算机求解

1.4.3 Matlab 求解差分方程 (1)

%调用**filter**解差分方程 $y(n)-ay(n-1)=x(n)$

$a=4/5$; $ys=1$; %设差分方程系数 $a=4/5$,初始状态: $y(-1)=1$

$xn=[1,zeros(1,30)]$; % $x(n)$ =单位脉冲序列,长度 $N=31$

$B=1$; $A=[1,-a]$; %差分方程系数

$xi=filtic(B,A,ys)$; %由初始条件计算等效初始条件输入序列 xi

$yn=filter(B,A,xn,xi)$; %调用**filter**解差分方程,求系统输出信 $y(n)$

$n=0:length(yn)-1$;

$subplot(1,2,1);stem(n,yn,'.')$

$title('(a)');$ $xlabel('n');$ $ylabel('y(n)')$

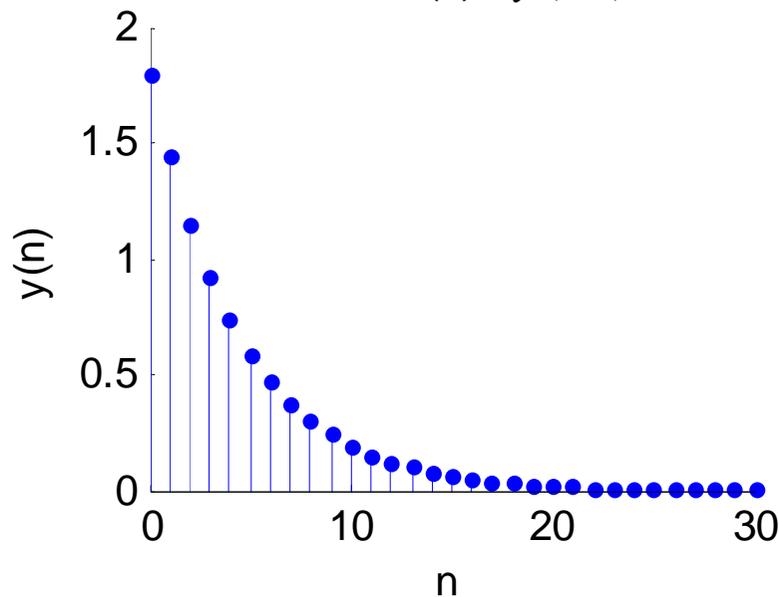
Matlab 求解差分方程 (2)

```
a=4/5; ys=0;    %设差分方程系数a=4/5,初始状态: y(-1)=0
xn=[1,zeros(1,30)]; %x(n)=单位脉冲序列,长度N=31
B=1;A=[1,-a];   %差分方程系数
xi=filtic(B,A,ys); %由初始条件计算等效初始条件输入序列xi
yn=filter(B,A,xn,xi); %调用filter解差分方程,求系统输出信y(n)
n=0:length(yn)-1;
subplot(1,2,2);stem(n,yn,'. ');axis([0,30,0,2])
title('(b) ');xlabel('n');ylabel('h(n)')
```

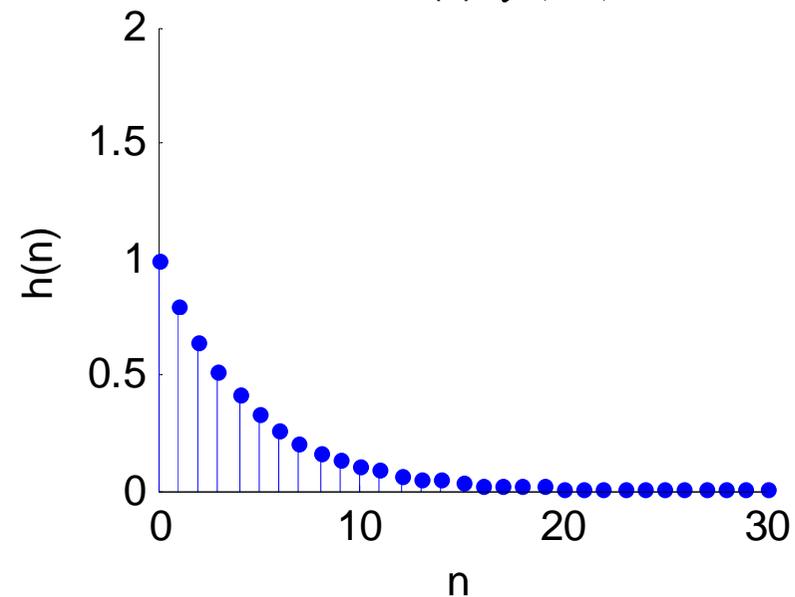
Matlab 求解差分方程 (3)

$$y(n) = ay(n-1) + x(n), \quad x(n) = \delta(n)$$

(a) $y(-1) = 1$



(b) $y(-1) = 0$



1.4.4 举例—滑动平均滤波器 (1)

- 取输入信号的最近几个值，进行算术平均

$$y(n) = \frac{1}{5}[x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)]$$

(五项滑动平均滤波器)

- 作用：对输入信号进行平滑，相当于低通滤波器，滤除高频分量，保留低频分量

- 单位脉冲响应为：

$$h(n) = \frac{1}{5}[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) + \delta(n-4)]$$

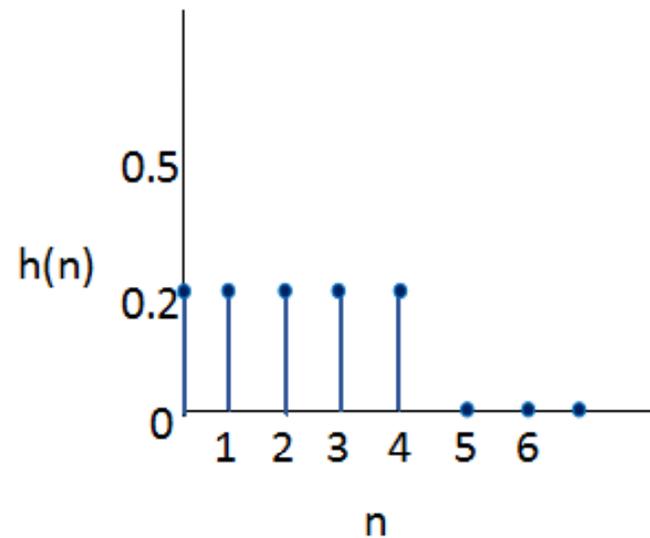
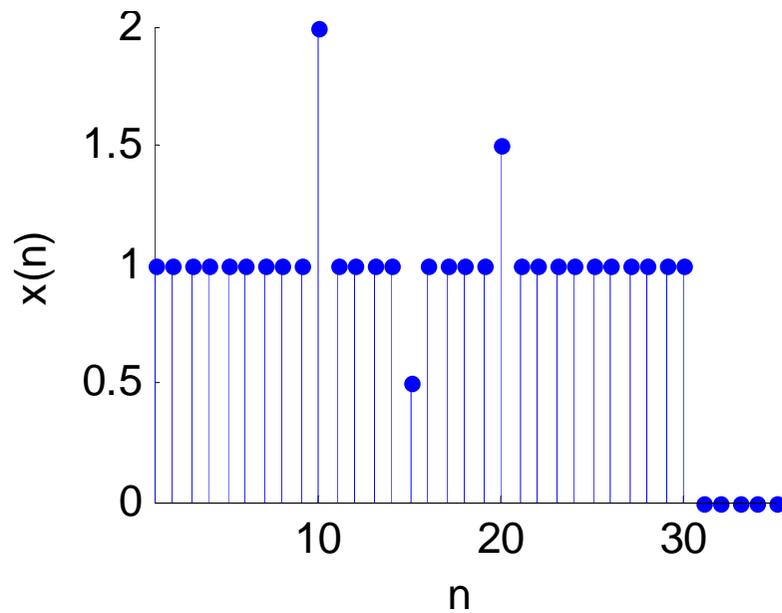
Q: 阶数？因果性？稳定性？

滑动平均滤波器 (2)

- 例：五项滑动平均滤波器

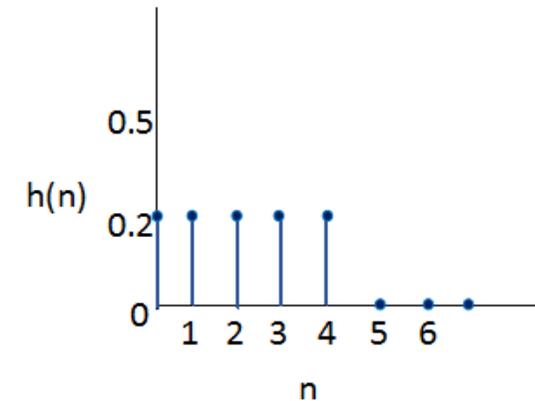
$$h(n) = \frac{1}{5}[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) + \delta(n-4)]$$

输入如下，求输出 $y(n)$ 。



滑动平均滤波器 (3)

■ 五项滑动平均滤波器

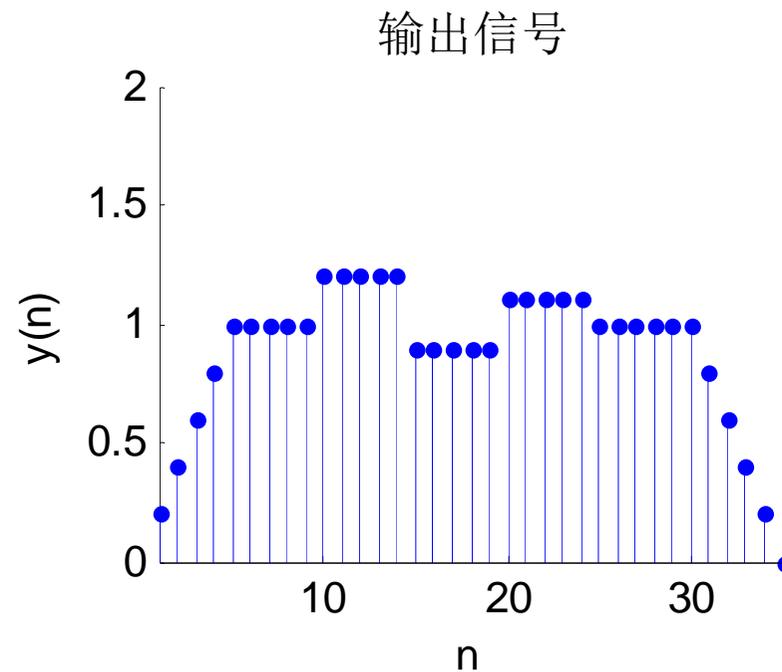
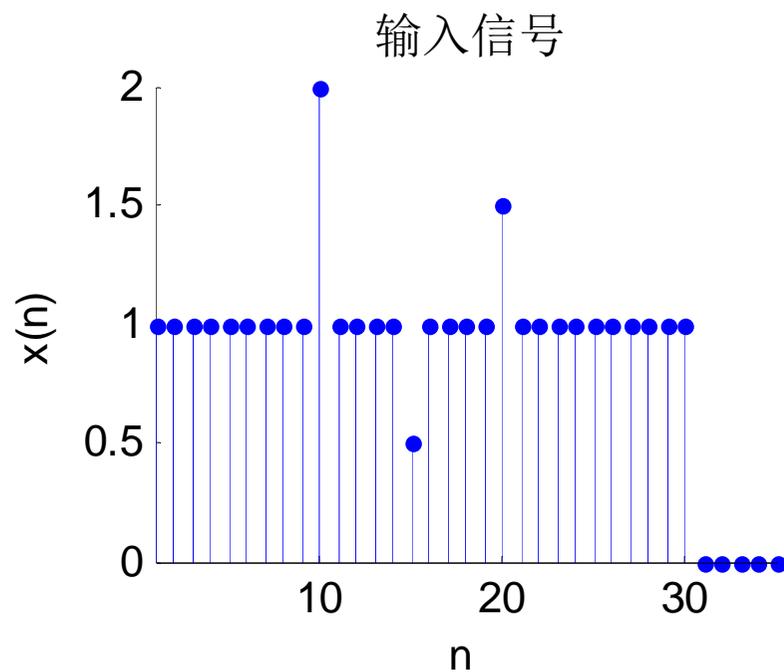


$$h(n) = \frac{1}{5}[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) + \delta(n-4)]$$

输出如下:

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \\ &= \frac{1}{5} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)[\delta(n-k) + \delta(n-k-1) + \cdots + \delta(n-k-4)] \\ &= \frac{1}{5}[x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)] \end{aligned}$$

滑动平均滤波器 (4)



■ P20 商品价格平滑



本章主要内容

- 时域离散信号（序列）的定义和表示方法
- 典型的时域离散时间序列的特征
- 时域离散线性时不变系统的分析：
 - 系统的因果稳定性、线性、时不变性
 - 时域离散系统的输入与输出的描述
 - 线性常系数差分方程的求解：卷积运算、递推解法



作业

■ P21-24:

1, 2, 3(1,2,5,6), 4, 5(2,4,5,6), 6(1,3), 7, 11(1,2,4,6),
12(2), 14, 15, 17, 19

编程:

1. 常见离散信号的**MATLAB**产生和图形显示（补充）
2. P24: 22