



西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

智能控制

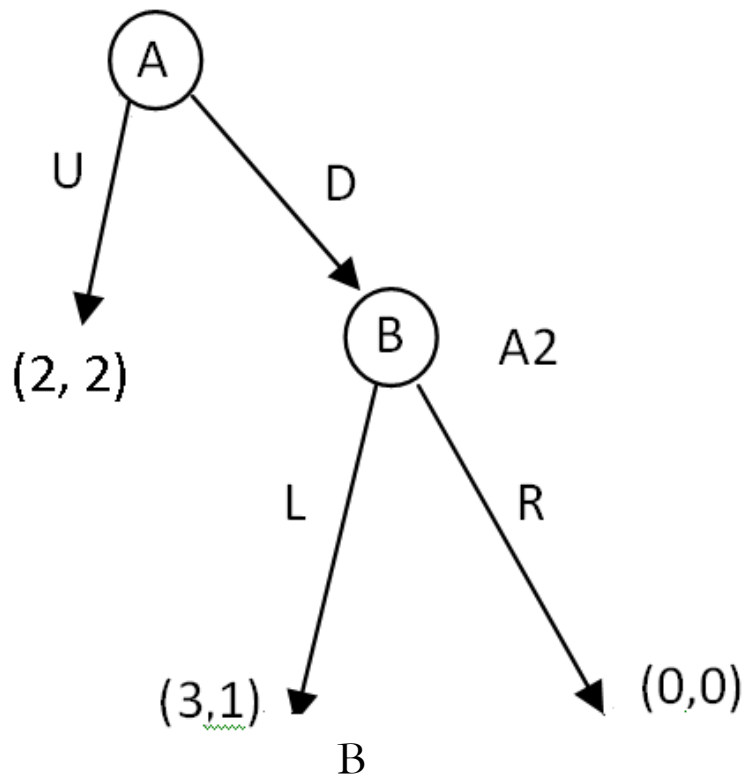
动态博弈分析(下)

吴建设



- * 一个例子
- * 策略式(收益矩阵)表述
见右下图。
- * 可见，它有两个纳什均衡：
(3, 1) 和 (2, 2)。

如果A选择U, B的信息集就不可达，即B的信息集不在均衡路径上。



		L	R
A	U	2, 2	2, 2
	D	3, 1	0, 0

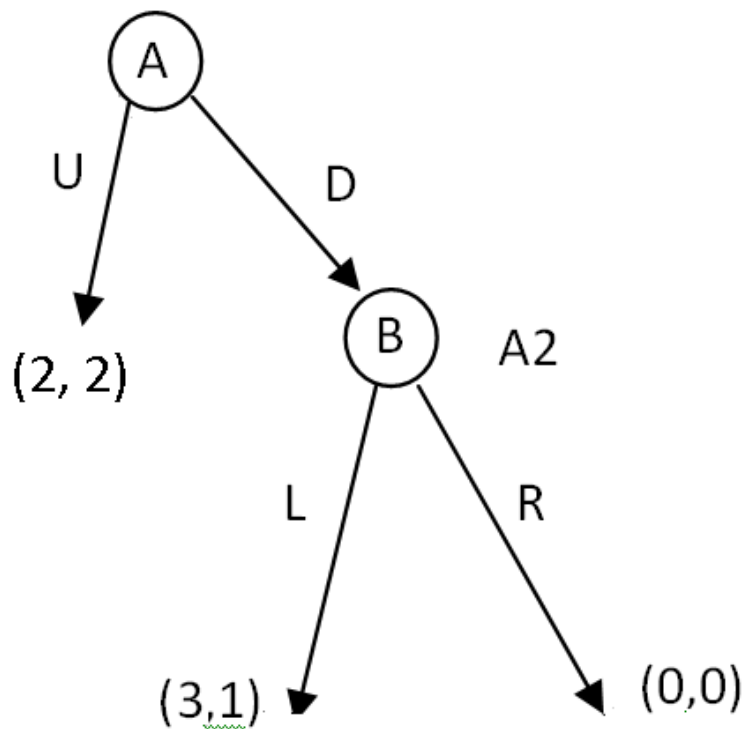


* 逆向归纳法 (Backward Induction) 是求解动态博弈纳什均衡的最简便方法。在求解动态博弈纳什均衡时, 从最后一个子博弈开始逆推上去, 这就是逆向归纳法。所以逆向归纳法就是从动态博弈的最后一个阶段或最后一个子博弈开始, 逐步向前倒推以求解动态博弈均衡的方法。



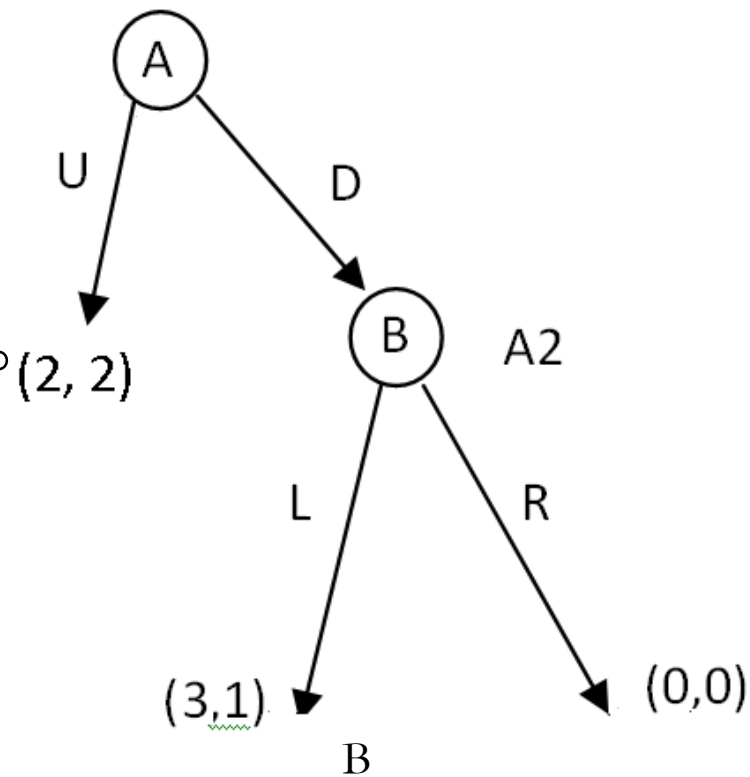
逆向归纳法

- * 从博弈的最后一个阶段开始分析，若B选择L获利1，选择R获利0，因此B选L。
- * 倒退到第一阶段，A选U获利2，选D获利取决于B的选择。
- * 但A知道B是理性的，一旦到达第二阶段，B肯定选择L，从而，A获利3。因此，A应该选择D。
- * 因此，(D, L)是纯策略纳什均衡。





- * 逆向归纳法实际上是严格下策反复删去法在扩展式描述的动态博弈中的应用。
- * 逆向归纳法不适合无限博弈。
- * 逆向归纳法不适合不完美信息博弈。
- * 逆向归纳法剔出了非理性的均衡策略。



		L	R
A	U	2, 2	2, 2
	D	3, 1	0, 0



5个海盗抢来100个金币，大家决定分赃的方式是：由海盗一提出一种分配方案，如果同意该方案的人数达到半数，则该提议通过并实施。否则该提议人将被扔进大海，然后由接下来的海盗重复提议过程。

假定每个人都绝顶聪明，也不相互合作，并且极度自私，那么第一个海盗该如何提议。



逆推归纳法的求解思路如下：

- 首先考虑只剩下最后一个海盗：海盗5，其他四个海盗已经被扔进大海，显然，他会分给自己100金币，自己同意并通过。
- 逆推到只剩下海盗4和海盗5的情况，海盗4会分给自己100金币，不给海盗5分。海盗4自己同意并通过，海盗5反对但无用。
- 再回到海盗3，海盗3会给海盗5一枚金币以获取他的支持，给自己99枚，海盗3和海盗5同意并通过。



逆推归纳法的求解思路如下：

- 回到海盗2，他分给海盗4一枚 金币，以获取海盗4的支持，分给 海盗3和海盗5零枚金币，海盗2和海盗4同意并通过，海盗3和海盗5 反对但无用。



逆推归纳法的求解思路如下：

- 再回到海盗1，他分给海盗3和海盗5各一枚金币以获取他的支持，给自己98枚，不分给海盗2和海盗4，海盗1，3，和5同意并通过，海盗2和海盗4反对但无用。
- 因此，海盗分赃问题的答案是：
(98, 0, 1, 0, 1)，海盗1得98，海盗2和4得0，海盗3和5各得1。



海盗分赃的全过程表格表示如下：

（全部海盗半数同意即可通过）

	海盗1	海盗2	海盗3	海盗4	海盗5
海盗5					100
海盗4				100	
海盗3			99		1
海盗2		99		1	
海盗1	98		1		1



- 练习：

- 1、如果将规则改为超过半数通过，结果又会怎样。

- 2、如果将规则改为除提议人之外的海盗，超过半数通过，结果又会怎样。



- 两兄弟分一个冰淇淋
- 规则是：
 - ✓ 哥哥先提出一个分割比例，弟弟同意则按照哥哥的提议分割，若拒绝则弟弟提出一个分割比例，但此时冰淇淋已经融化一半。
 - ✓ 弟弟的提议，哥哥同意就按照弟弟的提议分割，若拒绝则冰淇淋全部融化掉。
 - ✓ 假设接受和拒绝利益相同时，两人都会接受。
- 兄弟两个会怎样分配冰淇淋？



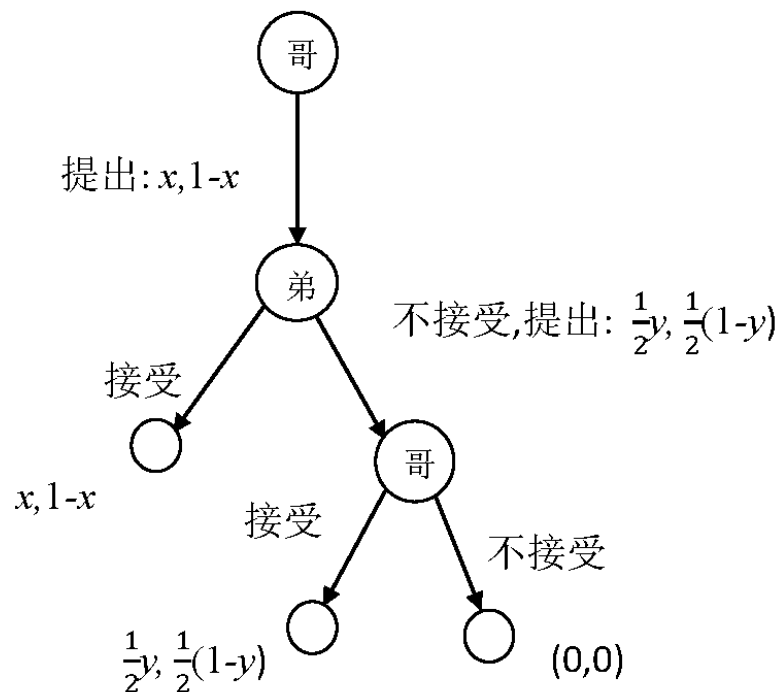
- 倒推分析：

- ✓ 第二个决策阶段，哥哥接受的条件是： $y \geq 0$ 。由于此时冰淇淋已经溶化掉一半，弟弟可获得的最多比例是 $1/2$ 。

- ✓ 第一个决策阶段，弟弟接受的最低比例是： $1-x \geq 1/2$ 。

哥哥可得到的最高比例是 $1/2$ 。

- 所以哥哥提出的分配比例是： $1/2, 1/2$ ，弟弟接受。





- * 在动态博弈中，由于参与人的行动有先后顺序，而参与人行动顺序直接影响博弈的结果。因此，参与人为了使其他参与人的选择对自己有利，往往会主动采取一些行动影响其他参与人对自己行为的预期，从而达到对自己有利的结果。参与人所采取的这些行为称之为“策略行动”（strategic move）。



两个例子

1、先行优势 (first-move advantage)

所谓先行优势是指在博弈中首先作出策略选择并采取相应行动的参与人可以获得更多的利益。

在前文提到的夫妻博弈中，存在两个纳什均衡，即男女双方一起去看足球赛或一起去逛商店。



我们无法确定结果到底如何。在这种情况下，如果男方首先采取行动，在约会前就买好足球票，就会对女方产生影响。女方可能因为男方的这一行动表明“男朋友十分想看这场足球比赛”或因“既然已经买了票，不看怪可惜”，从而接受双方一起看足球赛的选择。



2、确信威胁 (credible)

确信威胁是指博弈的某一参与人通过承诺某种行动改变自己的收益函数，使得其他参与人认为自己的威胁确实可信，从而迫使其他参与人在充分考虑自己的承诺的情况下作出相应的选择。



例如，在房地产开发博弈中，如果房地产开发商 B 在房地产开始 A 作出选择之前就采取行动，与客户签订合同，规定 B 在一定期限内，向客户交付一定面积的住房，倘若 B 不能按时履约，则总共赔偿客户 5 个单位。在有这样一个承诺的情况下，上述博弈就会不同。

		B	
		开发	不开发
A	开发	(-4, -4)	(2, 0)
	不开发	(0, 2)	(0, 0)

承诺之前收益矩阵

		B	
		开发	不开发
A	开发	(-4, -4)	(2, -5)
	不开发	(0, 2)	(0, -5)

承诺之后收益矩阵

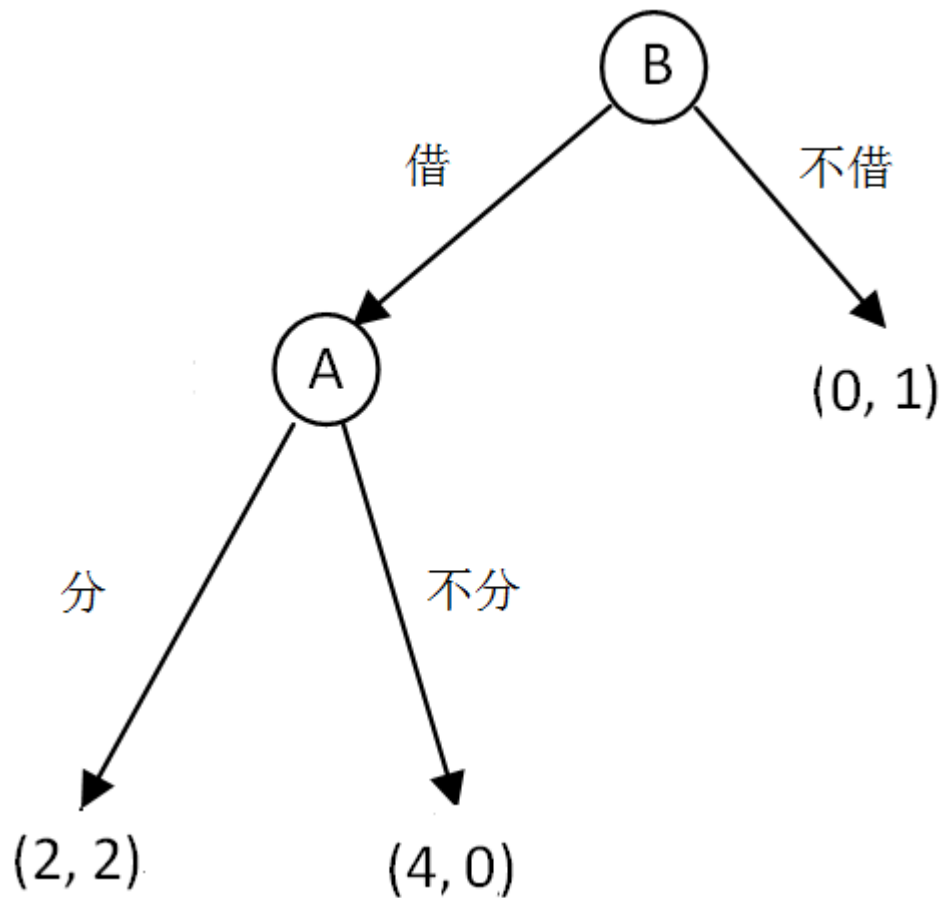


由此可以看出，在完全信息静态博弈下，B选择开发是一个占优策略。因而B的策略一（无论A是否开发，B都要开发）就构成了对A的确信威胁，因此，无论A是否选择开发，B都会选择开发。因为无论A是否开发，选择开发都是B的占优策略。同时，由于A对B这一选择有一个正确的预测，因此，A一定会选择不开发。该博弈的子博弈精炼纳什均衡，也就变成了A不开发，B开发。



一个例子：A在开采价值4万元的金矿时缺少1万元资金，B有1万元资金可以投资。A说服B将这1万元借给自己开金矿，承诺开采到金子后与B对半分，B是否应该将钱借给A呢？

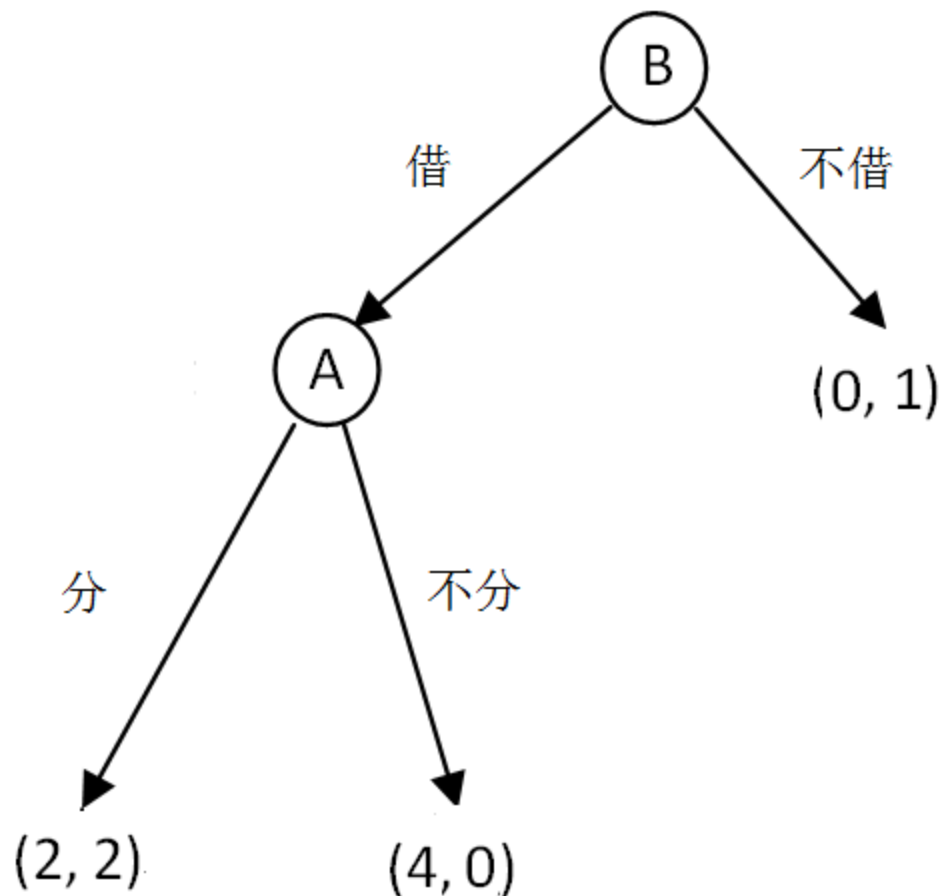
B的忧虑： A开采到金子后是否会履行诺言。





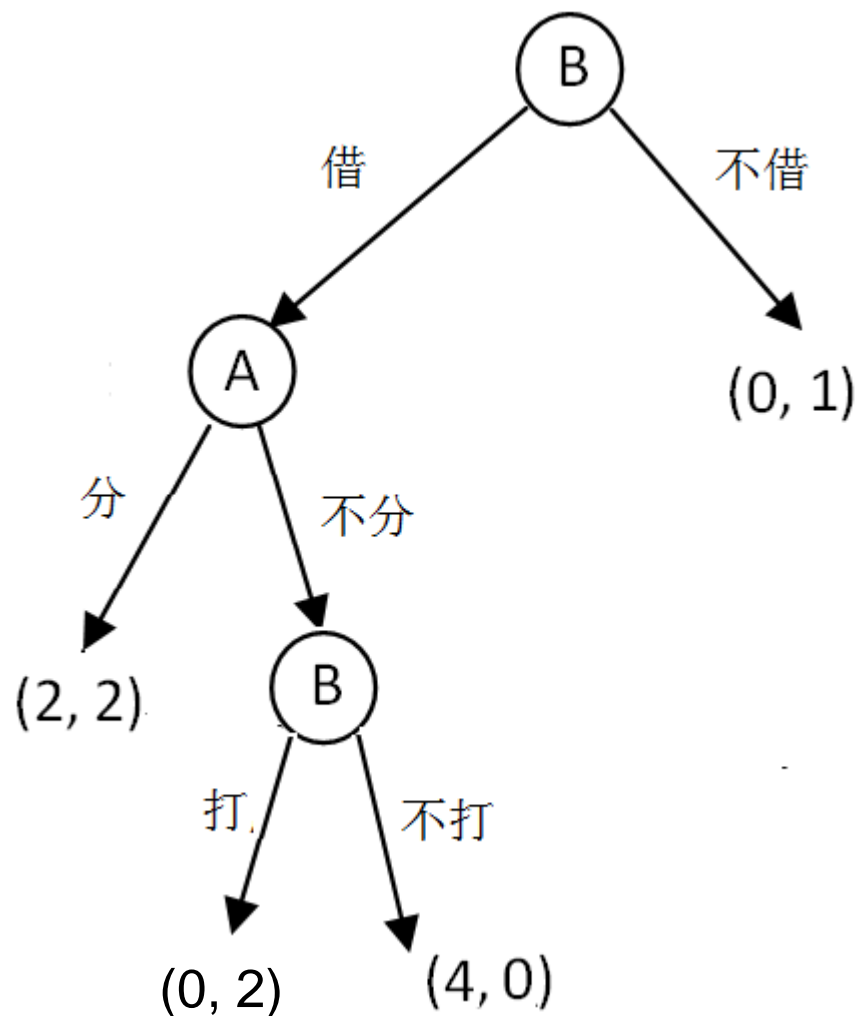
对B而言：不借则资金安全，却得不到利润。借则面临A不守信用的风险。

- 按照“利益最大化”原则，A将卷款逃走，因此，B的最优选择是“不借”。
- 在这样的博弈结构下，A的承诺是不可信的。





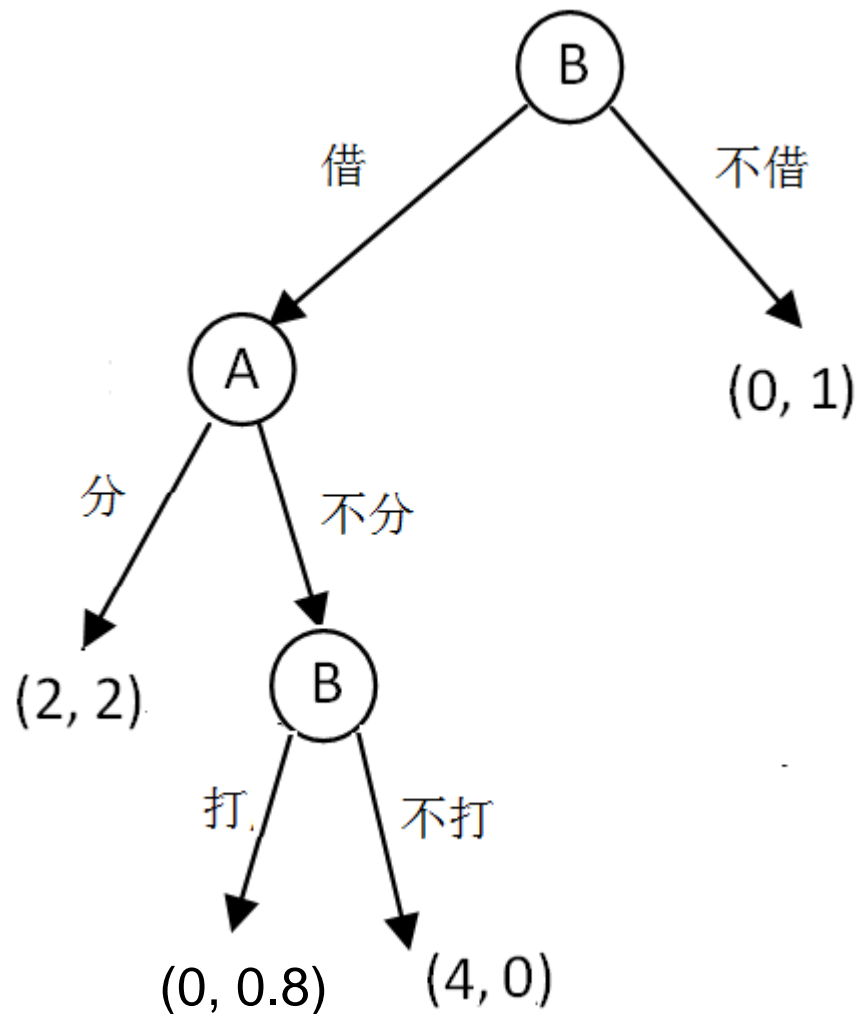
- 由逆向归纳法可知，引入法律保障后的博弈，纳什均衡是：B选择借，A选择分。
- 这个例子给我们的启示是：在一个各人都重视自身利益的社会里，法律不仅可以保障公平，也可以保障经济的高效运行。





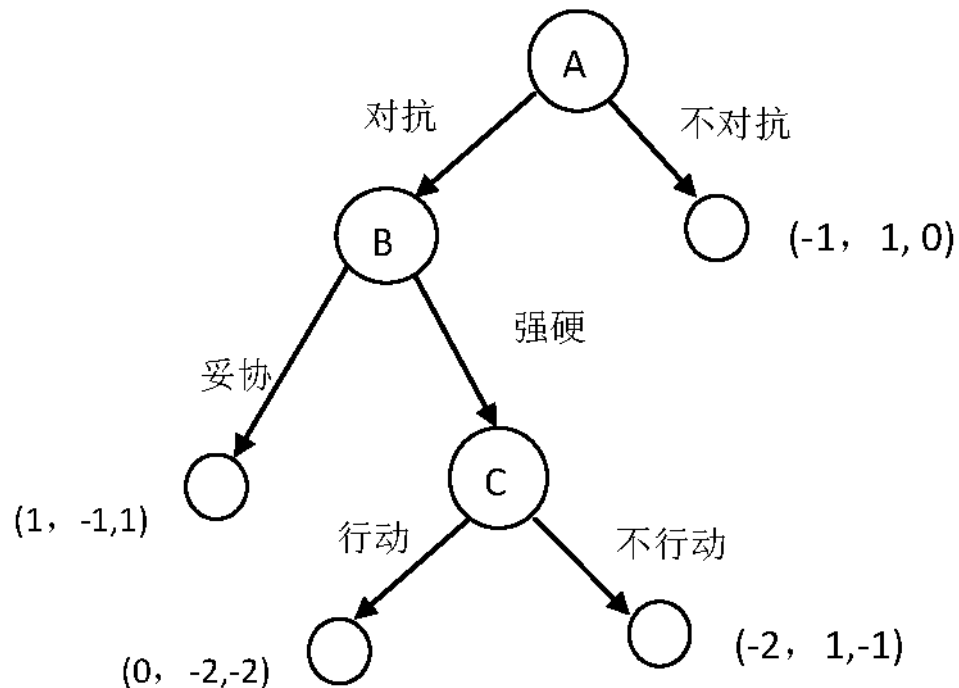
动态博弈的可信性问题

- 如果将打官司之后的收益改成 $(0, 0.8)$ ，承诺还可信吗？



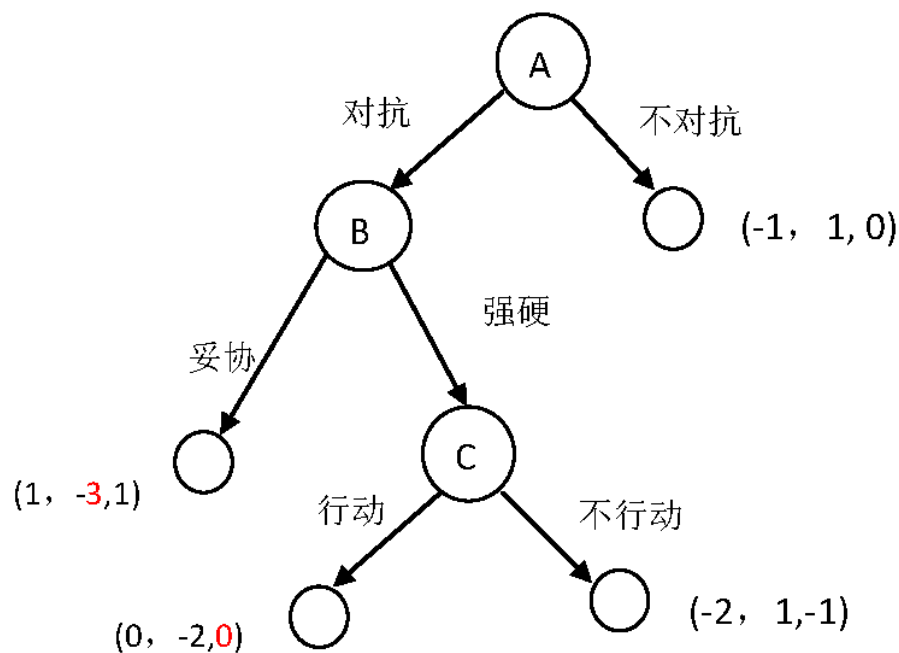


- A是某国企图对抗中央政府的势力
- B是中央政府
- C支持A的某国际势力
- 问题是：
 - 什么情况下A选择对抗？ B选择妥协？
 - 答案：将C行动的收益改为0





- A是某国企图对抗中央政府的势力
- B是中央政府
- C支持B的某国际势力
- 问题是：
 - 什么情况下A选择对抗，B选择强硬，C选择行动？
 - 答案：将B妥协的收益改为-3





- * 从博弈的最后一个阶段出发，对参与者采用理性原则进行分析，逐步倒推回前一个阶段参与者的行动选择，一直第一阶段。
- * 逆向归纳法中，各参与者的行动选择都是建立在后续各阶段各参与者理性选择的基础上，因此自然排出了不可信承诺的可行性。
- * 逆向归纳法是完美信息博弈普遍使用的方法。