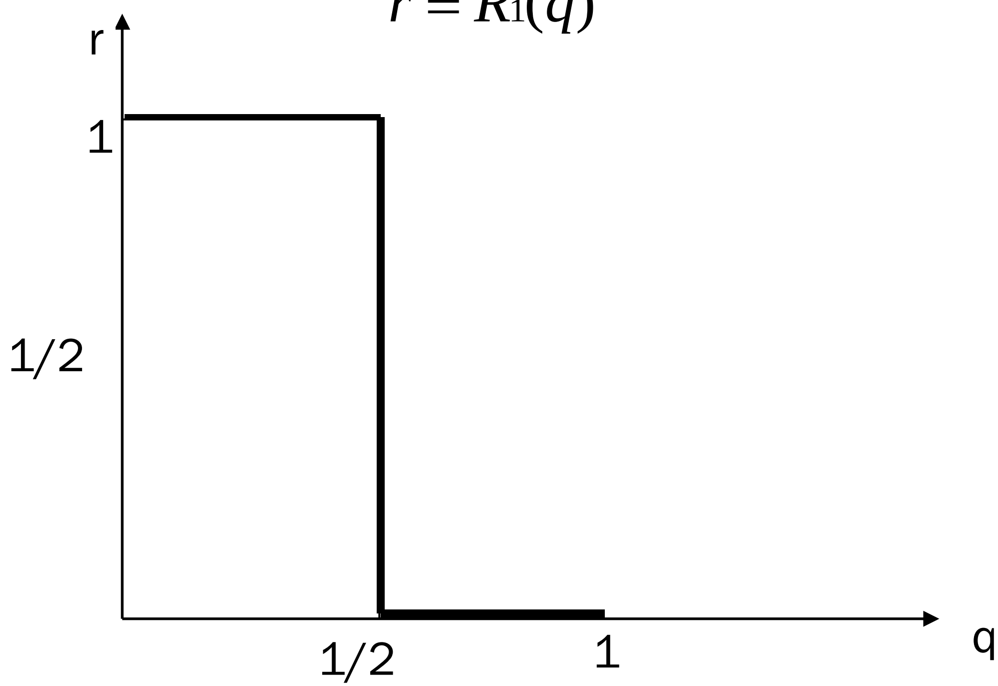
第五讲：博弈的基本分析方法（下）

吴建设
西安电子科技大学人工智能学院

3、 混合策略反应函数

盖硬币方反应函数：

$$r = R_1(q)$$



(r，1-r)：盖硬币方选择正反面的混合策略概率分布
(q，1-q)：猜硬币方选择正反面的混合策略概率分布

猜硬币方

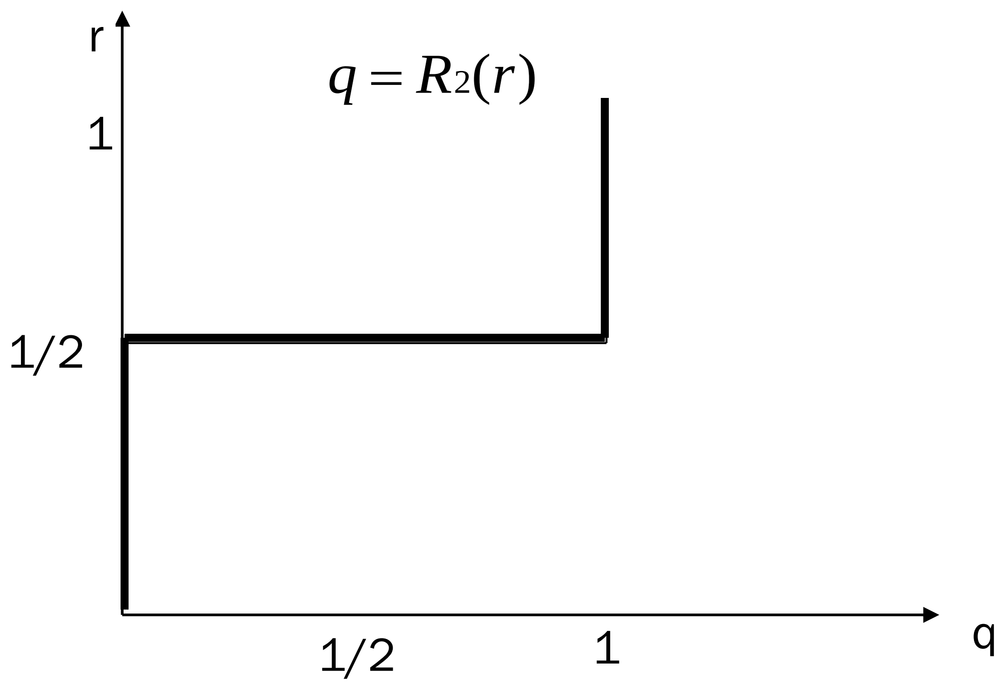
盖硬币方	正 面	反 面
正面	-1， 1	1， -1
反面	1， -1	-1， 1

猜硬币博弈

r：盖硬币方选择正面的概率
q：猜硬币方选择正面的概率

3、 混合策略反应函数

猜硬币方反应函数：



(r，1-r)：盖硬币方选择正反面的混合策略概率分布
(q，1-q)：猜硬币方选择正反面的混合策略概率分布

猜硬币方

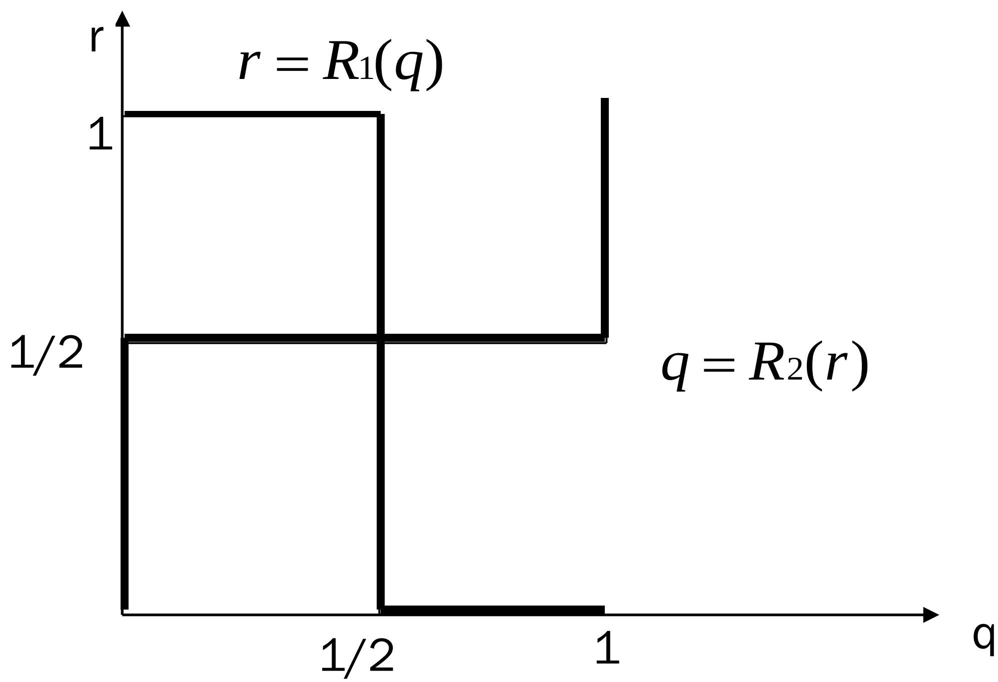
盖硬币方		正 面	反 面
	正面	-1， 1	1， -1
	反面	1， -1	-1， 1

猜硬币博弈

r： 盖硬币方选择正反面的概率
q： 猜硬币方选择正反面的概率

3、 混合策略反应函数

两个函数合在一张图



(r，1-r)：盖硬币方选择正反面的混合策略概率分布
(q，1-q)：猜硬币方选择正反面的混合策略概率分布

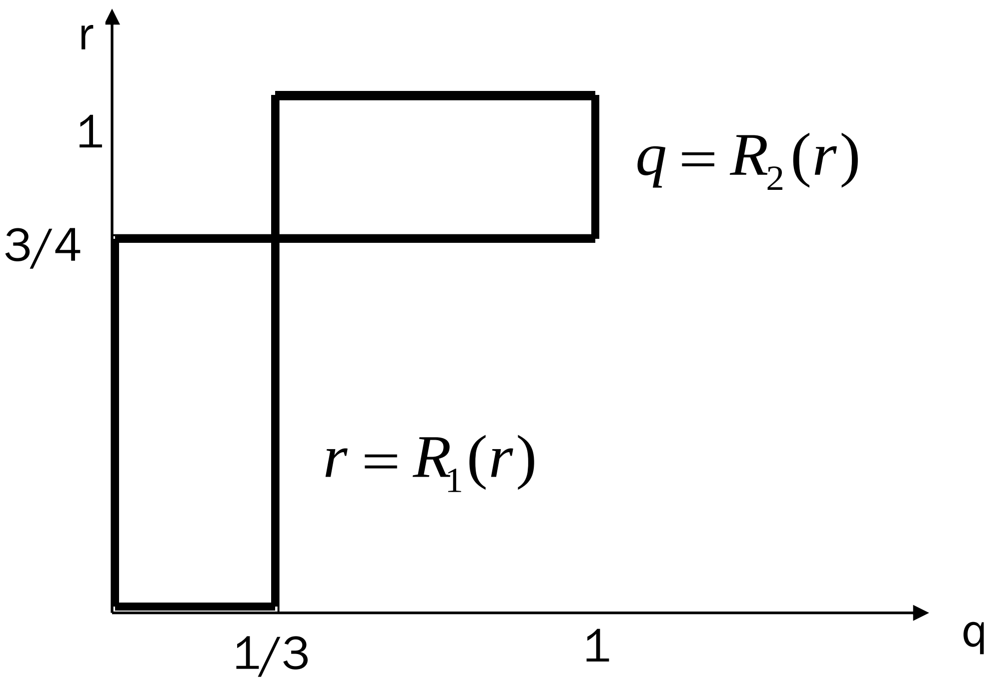
猜硬币方

盖硬币方		正 面	反 面
	正面	-1， 1	1， -1
	反面	1， -1	-1， 1

猜硬币博弈

r ： 盖硬币方选择正反面的概率
q ： 猜硬币方选择正反面的概率

夫妻之争博弈



(r,1-r)：丈夫的混合策略概率分布
(q,1-q)：妻子的混合策略概率分布

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	2，1	0，0
	足球	0，0	1，3

夫妻之争

r 为丈夫选择足球的概率
q为妻子选择足球的概率

4、 纳什均衡的存在性

纳什定理： 在一个由n个博弈方的博弈$G=\{S_1,\cdots S_n;u_1,\cdots u_n\}$中，如果$n$是有限的，且$S_i$都是有限集时$(i=1,\cdots n)$，则该博弈至少存在一个纳什均衡，但可能包含混合策略。

- 主要根据是布鲁威尔和角谷的不动点定理。
- 纳什均衡的普遍存在性正是纳什均衡成为非合作博弈分析核心概念的根本原因之一。

5、 纳什均衡的选择和分析方法扩展

一、多重纳什均衡博弈的分析

二、共谋和防共谋均衡

一、 多重纳什均衡博弈的分析

- 帕累托上策均衡
- 风险上策均衡
- 聚点均衡
- 相关均衡

帕累托上策均衡

这个博弈中有两个纯策略纳什均衡，（战争，战争）和（和平，和平），显然后者帕累托优于前者，所以，（和平，和平）是本博弈的一个帕累托上策均衡。

国家2

		战争	和平
国家1	战争	-5，-5	8，-10
	和平	-10，8	10，10

战争与和平

风险上策均衡

考虑、顾忌博弈方、其他博弈方可能发生错误等时，帕累托上策均衡并不一定是最优选择，需要考虑：风险上策均衡。下面就是两个例子。

博弈方2

博弈方1		L	R
	U	9，9	0，8
	D	8，0	7，7

风险上策均衡（D，R）

猎人2

猎人1		鹿	兔子
	鹿	5，5	0，3
	兔子	3，0	3，3

猎鹿博弈

风险上策均衡（兔子，兔子）

相关均衡

		博弈方2 A	博弈方2 B
博弈方1	A	a，b	0，0
	B	0，0	c，d

a>b>0, d>c>0

(A, A)和(B, B)为该博弈的两个纳什均衡，但是两人的收益不同。若双方采用混合策略，就有1/2的概率遇到(A, B)和(B, A)的情形，双方的收益将低于任何一个纯策略纳什均衡。

		丈夫 时装 C	丈夫 足球 F
妻子	时装 C	2，1	0，0
	足球 F	0，0	1，3

夫妻之争

夫妻之争博弈的混合策略纳什均衡

	策略	得益
妻子	（0.75，0.25）	0.67
丈夫	（1/3，2/3）	0.75

相关均衡

博弈方2

博弈方1		A	B
	A	a， b	0， 0
	B	0， 0	c， d

a>b>0, d>c>0

怎么办呢？

可以设立一套装置：

（1）该装置以(a-b)/(a-b+d-c) 的概率发出A信号，以概率(d-c)/(a-b+d-c)的概率发出 B信号。

（2）博弈方1只能看到A信号，博弈方2只能看到B信号。

（3）当博弈方1看到A时，采用A策略，否则采用B策略；当博弈方2看到B时，采用B策略，否则采用A策略。

分析可知，在a+b=d+c条件下，虽然博弈双方的总收益没有提高，但由于实现了双方收益一致，为双方妥协提供了可能。

相关均衡

博弈方2

博弈方1		L	R
	U	5， 1	0， 0
	D	4， 4	1， 5

相关均衡例子

相关装置：

1、各1/3概率A、B、C

2、博弈方1看到是否A，博弈方2看到是否C

3、博弈方1见A采用U，否则D；博弈方2见C采用R，否则L。

三个纳什均衡：

（U，L）、（D，R）

和混合策略均衡[（1/2，1/2），（1/2，1/2）]

结果都不理想，不如（D，L）。

相关均衡要点：

1、构成纳什均衡

2、有人忽略不造成问题

二、共谋和防共谋均衡

多人博弈中的共谋问题

博弈方3——A

博弈方1 \ 博弈方2	L	R
U	0,0,10	-5,-5,0
D	-5,-5,0	1,1,-5

博弈方3——B

博弈方1 \ 博弈方2	L	R
U	-2,-2,0	-5,-5,0
D	-5,-5,0	-1,-1,5

本博弈的纯策略纳什均衡：（U，L，A）、（D，R，B）

前者帕累托优于后者。博弈的结果会是什么呢？

（U，L，A）有共谋 (Coalition)问题：博弈方1和2同时偏离。

防共谋均衡

如果一个博弈的某个策略组合满足下列要求：

（1）没有任何单个博弈方的会主动改变策略，即单独改变策略无利可图；

（2）没有任何两个博弈方的“串通”会改变博弈的结果；

（3）依此类推，直到所有博弈方都参加的“串通”也不会改变博弈的结果。

称为“防共谋均衡”。

前面例子中：（D，R，B）是防共谋均衡

（U，L，A）不是防共谋均衡

作业，如图所示的博弈，试设计一个相关装置使得双方收益相等。

博弈方2

博弈方1	L	R
U	5，1	0，0
D	0，0	1，5

相关均衡例子