



西安电子科技大学  
XIDIAN UNIVERSITY

# 复杂网络与群体智能

吴建设

Email: [jshwu@mail.xidian.edu.cn](mailto:jshwu@mail.xidian.edu.cn)

西安电子科技大学人工智能学院



- 1、 占优策略
- 2、 多重纳什均衡
- 3、 帕累托最优均衡
- 4、 帕累托最优均衡与纳什均衡的关系
- 5、 多参与人博弈

# 1、 占优策略

- 一个例子：“智猪博弈”
- 假设猪圈里有一头大猪、一头小猪。猪圈的一头有猪食槽，另一头安装着控制猪食供应的按钮，按一下按钮会有10个单位的猪食进槽，但是谁按按钮就会首先付出2个单位的成本，若大猪先到槽边，大小猪吃到食物的收益比是9：1；同时到槽边，收益比是7：3；小猪先到槽边，收益比是6：4。那么，在两头猪都有智慧的前提下，最终结果是怎样的？

# 智猪博弈

按一下按钮会有10个单位的猪食进槽，但是谁按按钮就会首先付出2个单位的成本，大小猪吃到食物的收益比是9：1；同时到槽边，收益比是7：3；小猪先到槽边，收益比是6：4。

小猪      按              等待

大猪    按

等待

<b>5, 1</b>	<b>4, 4</b>
<b>9, -1</b>	<b>0, 0</b>

# 1、 占优策略

• 占优策略： 又一个例子：

两家公司， A和B, 在考虑是否通过广告促销。它们的利润额将依赖于哪一家公司做广告， 或者两家公司都做广告， 或者两家公司都不做广告。这些可能性和相应的利润额被总结在旁边的矩阵里。

		厂商B	
		做广告	不做广告
厂商A	做广告	5, 5	15, 0
	不做广告	0, 15	10, 10

厂商A和厂商B的广告博弈

# 1、 占优策略

- 对A， 无论B怎么做， 做广告都是最优的。 所以做广告是A的占优策略。
- 对B： 无论A怎么做， 做广告也都是最优的。 所以做广告也是B的占优策略。
- 结论： 两家厂商都应该做广告。

# 1、占优策略

- **定义**：在参与人各自的策略集中，如果存在一个与其他竞争对手可能采取的策略无关的最优选择，则称其为占优策略 (Dominant Strategy)，与之相对的其他策略则为劣势策略。占优策略是博弈论 (game theory) 中的专业术语，所谓的占优策略就是指无论博弈对手如何行动都属于本人**最佳选择**的策略。

# 1、占优策略

占优策略的其它例子：

- “搭便车”现象
- 穷人和富人修路博弈
- 大股东对管理者的监督
- 俗语“天塌下来有大个子顶着”



## 2、博弈的多重纳什均衡

交通博弈

	靠左行	靠右行
靠左行	<u>1</u> , <u>1</u>	-1, -1
靠右行	-1, -1	<u>1</u> , <u>1</u>

## 2、博弈的多重纳什均衡

约会博弈

	芭蕾舞	足球场
芭蕾舞	1, <u>2</u>	0, 0
足球场	0, 0	<u>2</u> , <u>1</u>

## 2、博弈的多重纳什均衡

进门博弈

	先进	后进
先进	-1, -1	<u>2</u> , <u>1</u>
后进	<u>1</u> , <u>2</u>	-1, -1

# 多重纳什均衡：产品标准

- 许多博弈可能有多个纳什均衡

	3.5"	5.5"
3.5"	<u>8</u> , <u>8</u>	3, 2
5.5"	2, 3	<u>6</u> , <u>6</u>

这个博弈被称为  
“协调博弈”：有  
两个纯战略纳什均衡，  
一个混合战略均衡。  
哪一个将出现呢？

# 资源争夺博弈（鹰鸽博弈）

	Hawk	Dove
Hawk	-1, -1	<u>10</u> , <u>0</u>
Dove	<u>0</u> , <u>10</u>	5, 5

在只有鸽子一个苞谷场里，突然加入的鹰将大大获益，并吸引同伴加入。但结果不是鹰将鸽逐出苞谷场，而是一定比例共存，因为鹰群增加一只鹰的边际收益趋零时（鹰群发生内斗），均衡将到来。

# 3、帕累托最优均衡

- 帕累托（1848年7月15日- 1923年8月19日）：经济学家、社会学家。洛桑大学政治经济学教授，论著有《政治经济学讲义》、《普遍社会学》、《社会主义体制》、《事实与理论》、《民主制的变革》，当过意大利铁路公司的总经理，曾出任（B. 墨索里尼的）意大利政府驻国联代表。

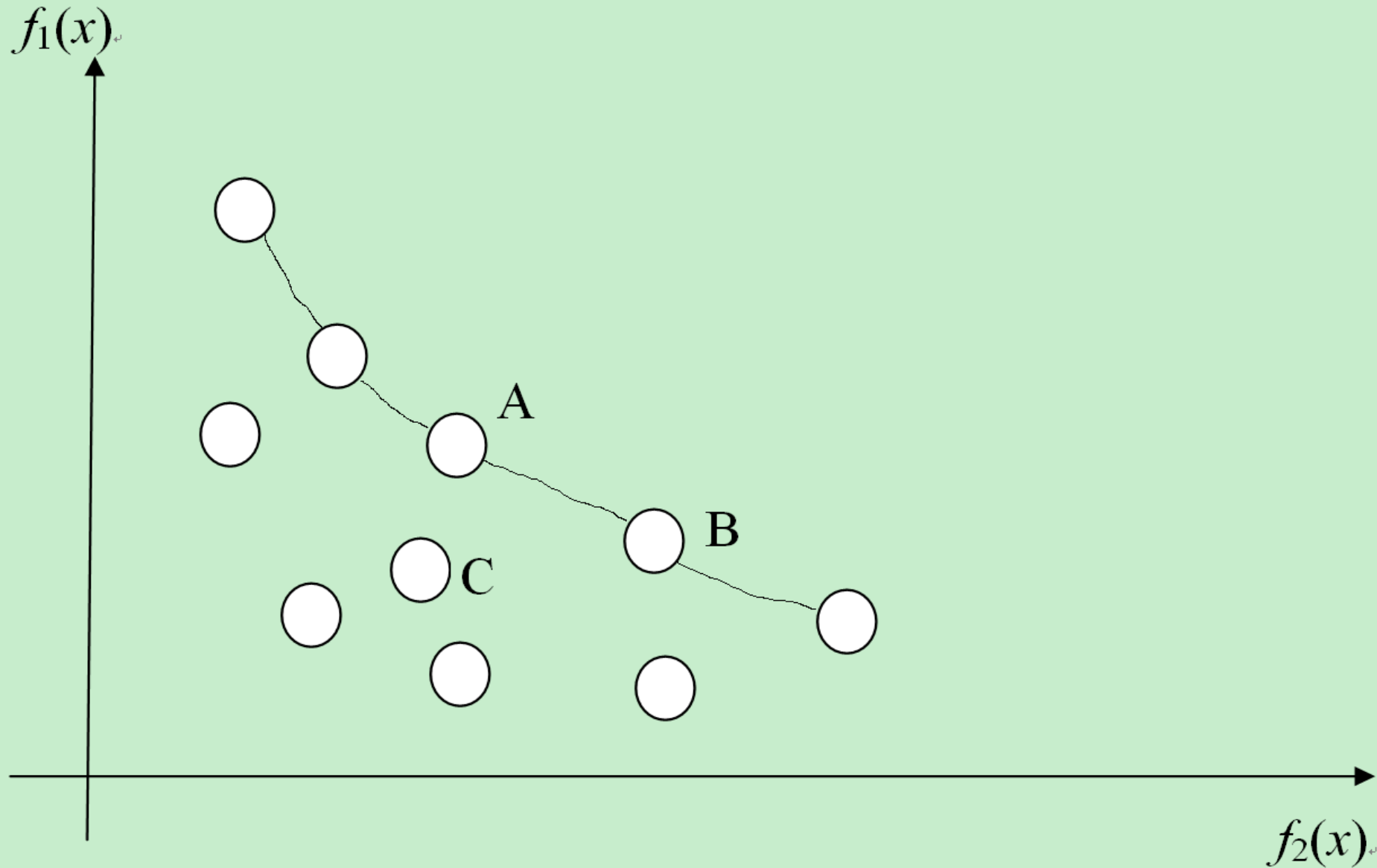
### 3、帕累托最优均衡

- 如果从一种策略组合到另一种策略组合的变化中，在没有使任何人境况变坏（收益变少）的前提下，使得至少一个人变得更好，这就是帕累托改善。
- **帕累托最优**的状态就是不可能再有更多的帕累托改善的策略组合；换句话说，不可能再改善某些人的境况，而不使任何其他人受损。

### 3、帕累托最优均衡

- 帕累托最优是指优化问题（例如资源分配问题）的一种理想状态，即假定固有的一群人和可分配的资源，从一种分配状态到另一种状态的变化中，在没有使任何人境况变坏的前提下，也不可能再使某些人的处境变好。换句话说，就是不可能在不损害一些人的利益的情况下，去增加另一些人的利益。





在图示的例子中， $f_1$ 是参与人1的收益， $f_2$ 是参与人2的收益，状态  $C$  不在帕累托前沿面(Pareto Frontier)因为存在帕累托改进使它改进到  $A$  或者  $B$  点。

## 4、帕累托最优均衡与纳什均衡的关系

● **帕累托最优均衡：满足帕累托最优的均衡**

● **纳什均衡是不是均为帕累托最优？**

- 单从逻辑上来分析，能不能得出纳什均衡（博弈的结果的一种）都是帕累托最优的？
- 事实是，纳什均衡不一定是帕累托最优。产品标准博弈和囚徒困境博弈的结果就是例子（见下页）

## 4、帕累托最优均衡与纳什均衡的关系

(3.5'', 3.5'') 帕累托优于(5.5'', 5.5'')

	3.5''	5.5''
3.5''	<u>8</u> , <u>8</u>	3, 2
5.5''	2, 3	<u>6</u> , <u>6</u>

协商可以  
帮助协调到一个  
帕累托最优均衡

## 4、帕累托最优均衡与纳什均衡的关系

- 囚徒困境 (Prisoner's Dilemma)。

	D	C
D	<b>P P</b>	<b>T S</b>
C	<b>S T</b>	<b>R R</b>

	D	C
D	<b>-5 -5</b>	<b>0 -10</b>
C	<b>-10 0</b>	<b>-1 -1</b>

$$T > R > P > S, \quad 2R > T + S$$

- 帕累托最优指的是：在给定现有资源条件下，不存在任何其他配置结果使某些人情况更好，而又不使任何其他他人处境更坏。显然，在上述囚徒困境模型当中，甲乙两个人都从理性的角度出发，追求自身效用的最大，结果是双方不合作，都认罪了。也就是说，实现了纳什均衡。
- 但是，如果甲与乙合作，产生的结果要比双方不合作好得多。也就是说，如果双方合作，就存在帕累托改进（帕累托改进是指一种变化，在没有使任何人境况变坏的前提下，使得至少一个人变得更好。帕累托改进是达到帕累托最优的路径和方法）。

## 4、帕累托最优均衡与纳什均衡的关系

- 结论

纳什均衡不一定是帕累托最优均衡

帕累托最优状态也不一定是纳什均衡

有一些纳什均衡是帕累托最优均衡

- 启示

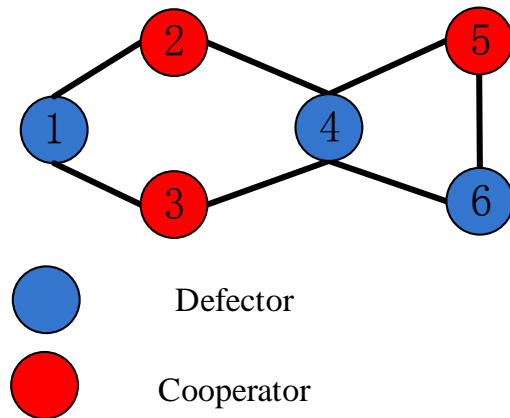
博弈是求解帕累托优化解的一条途径：将博弈的纳什均衡设计成优化问题的纳什均衡。

# 5、网络博弈：多参与者博弈

比如图中6参与者进行雪堆博弈，蓝色代表所选策略为D,红色代表所选策略为C,如何计算各参与人的收益。

雪堆博弈的收益矩阵为 ( $0 < r < 1$ ) :

	$C$	$D$
$C$	1, 1	$1-r, 1+r$
$D$	$1+r, 1-r$	0, 0



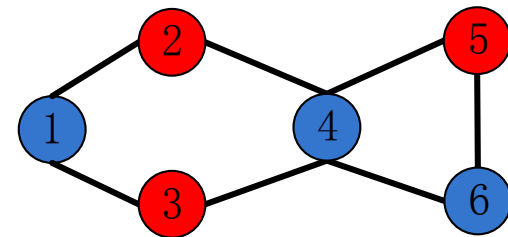
如果 $r > 0.5$ , 上图是一个纳什均衡

# 5、网络博弈：多参与人博弈

## 演化博弈：

从一个随机的初始状态开始，博弈人依次调整自己的策略使自己的收益最大化，整个网络处于一个演化的过程中。

	$C$	$D$
$C$	1,1	$1-r, 1+r$
$D$	$1+r, 1-r$	0,0



Defector



Cooperator

如果 $r > 0.5$ ，上图是一个纳什均衡

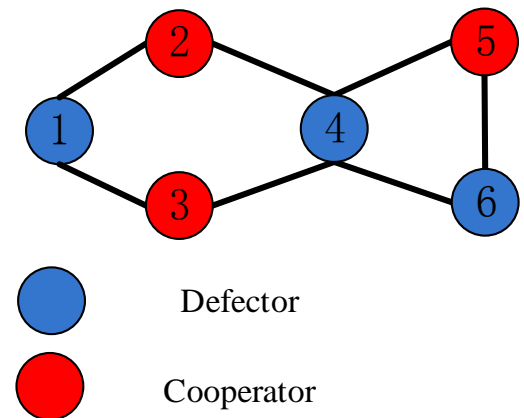


# 5、网络博弈：多参与人博弈

如何找到网络博弈的纳什均衡：

1. 随机给每个节点初试状态设置为C或D
2. 依次对每个节点计算其采用C或者D的收益，改变其策略使其收益最大
3. 重复2的过程到每个节点的状态不再改变。

	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	1,1	$1-r, 1+r$
<i>D</i>	$1+r, 1-r$	0, 0



# 5、基于博弈的优化算法

**优化算法的结果是得到帕累托最优。**

– 方法一：求纳什均衡

每次改变一个参与人的策略，增加自己的收益。

□适用问题：帕累托最优就是博弈的纳什均衡

□算法设计思路：恰当的设计博弈，使优化问题的解成为博弈的纳什均衡。

□举例：最小节点覆盖问题。

# 5、基于博弈的优化算法

**优化算法的结果是得到帕累托最优。**

– 方法二：与其它优化方法相互结合：

比如先求得纳什均衡，作为优化算法的初始解；  
灵活多变、具体问题具体设计。

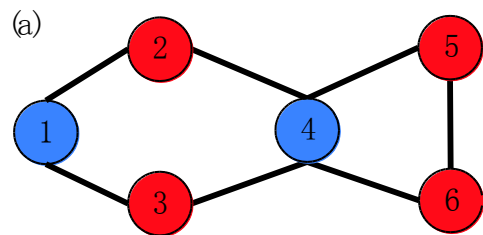
# 博弈优化实例：网络节点最小覆盖问题

## 网络节点最小覆盖问题：

是一个著名组合优化问题，其目的在于找出给定网络的最小节点集合以覆盖所有的边。

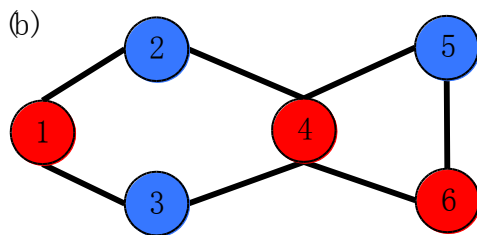
**极小节点覆盖：**节点集合中去掉任何一个点，就不能覆盖网络所有边。

**最小节点覆盖：**极小节点覆盖中节点数目最少的。



● Uncovered (Defector)

● Covered (Cooperator)



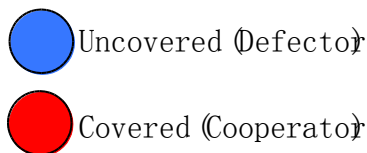
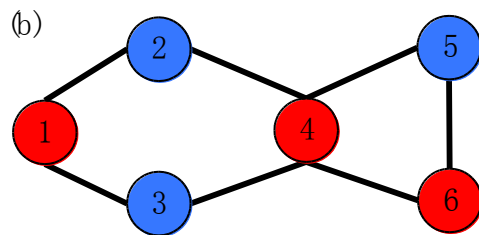
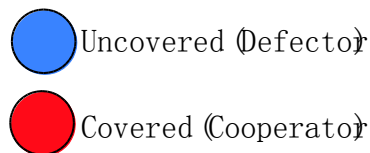
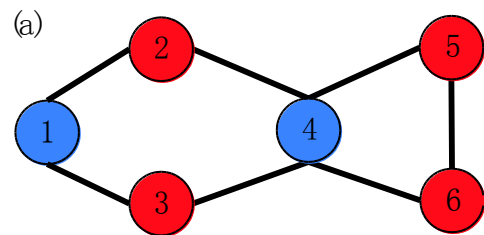
● Uncovered (Defector)

● Covered (Cooperator)

红颜色节点集合  
为覆盖节点集合

# 博弈优化实例：网络节点最小覆盖问题

可以验证：当雪堆博弈满足 $r < 1/k_{max}$  时，网络博弈的纳什均衡中的采用合作策略的节点构成极小节点覆盖。（作业：自己编程序验证这个结论，网络可自定，节点数目不少于20）。



蓝颜色节点集合  
为覆盖节点集合