

动态博弈

吴建设

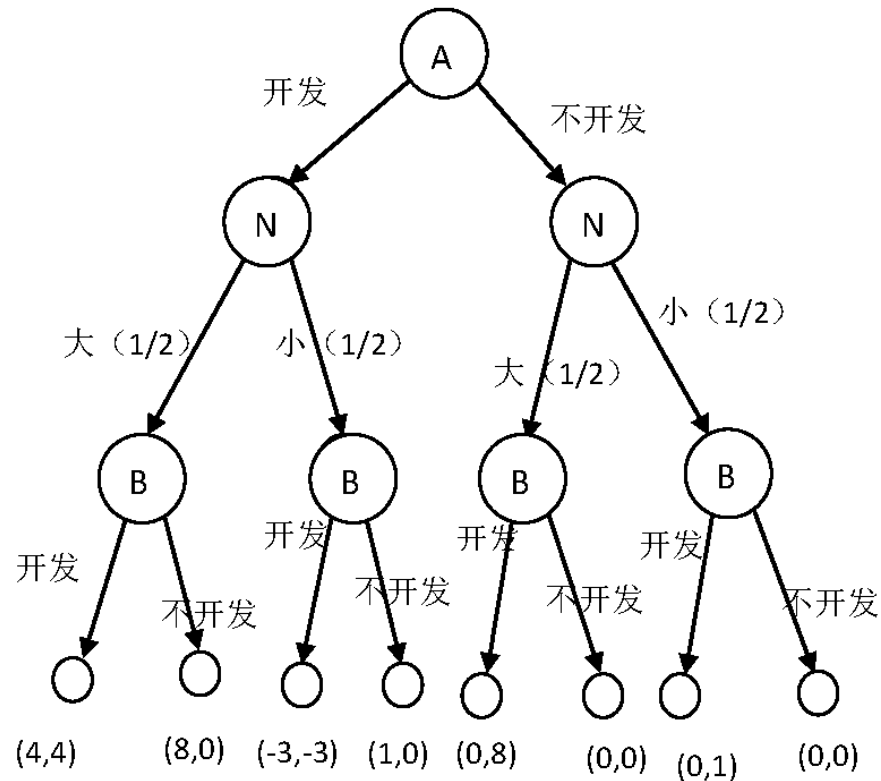
西安电子科技大学

动态博弈

- 概念
- 动态博弈的扩展式表述
- 动态博弈的策略式表述
- 基于动态博弈的控制系统

动态博弈的概念

- 动态博弈(dynamic game)是指参与人的行动有先后顺序，而且行动在后者可以观察到行动在先者的选择，并据此作出相应的选择。



动态博弈的表述：动态博弈要素

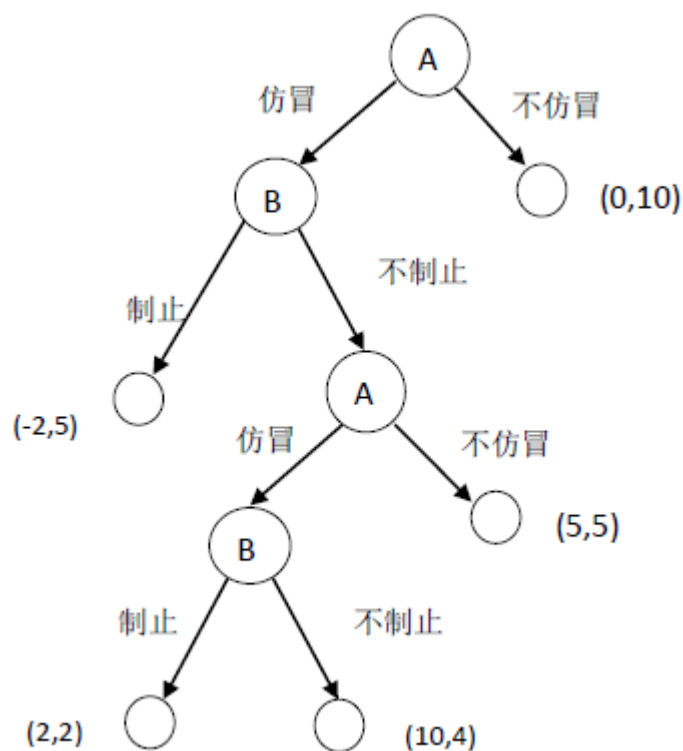
- 参与人集合，动态博弈中还常用 N 表示虚拟的参与人“自然”。
 - “自然”代表某些影响博弈的外在客观概率分布事件。
- 参与人的行动顺序：表述各参与人在什么时候行动。
- 参与人的策略空间：在每次行动时，参与人的可选策略集合

动态博弈的表述： 动态博弈要素

- 参与人的收益函数： 每次行动结束后，参与人可计算出自己得到了什么。
- “自然”的概率分布： 假定“自然”的概率分布为共同知识。

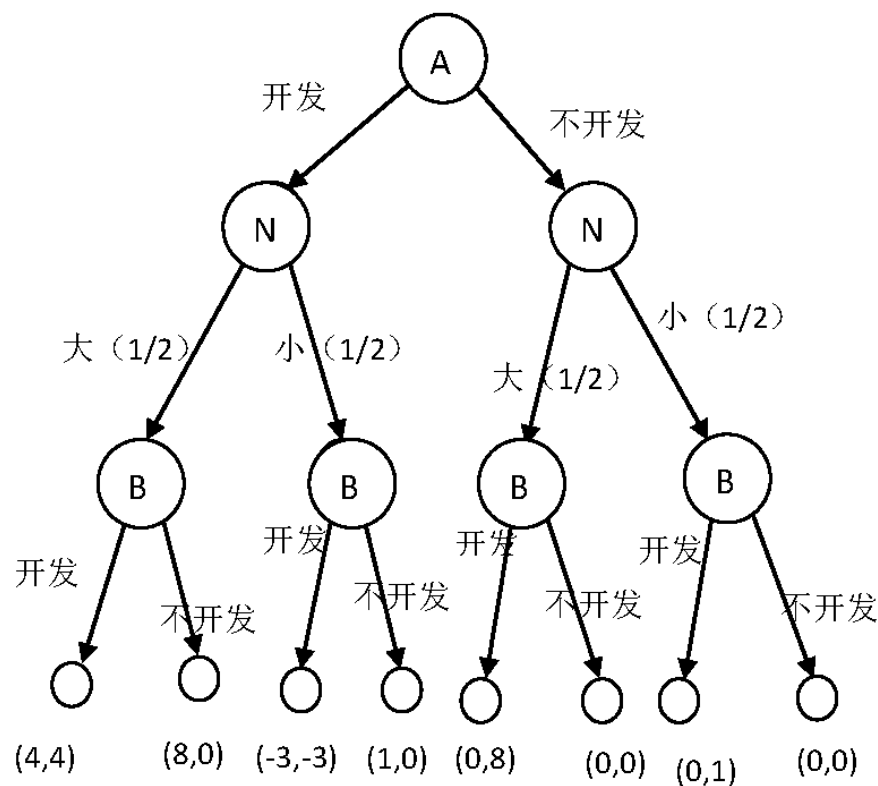
动态博弈的表述： 博弈树

- 例：商品仿冒和反仿冒动态博弈的博弈树表述



动态博弈的表述： 博弈树

- 包括“自然”选择的动态博弈： 房地产开发，其中市场需求的大小不知道。



动态博弈的表述：博弈树的基本要素

- 节点：包括决策节和终点节。

➤ **决策节**是参与人采取行动的时间点。

➤ 起始节：不存在前续节的节点

➤ 节X的后续节：到达X之后才有可能在后续的博弈中到达的节。

➤ 节X的前续节：在可能到达X之前必须到达的节。

➤ **终点节**是博弈的时间点。

动态博弈的表述：博弈树的基本要素

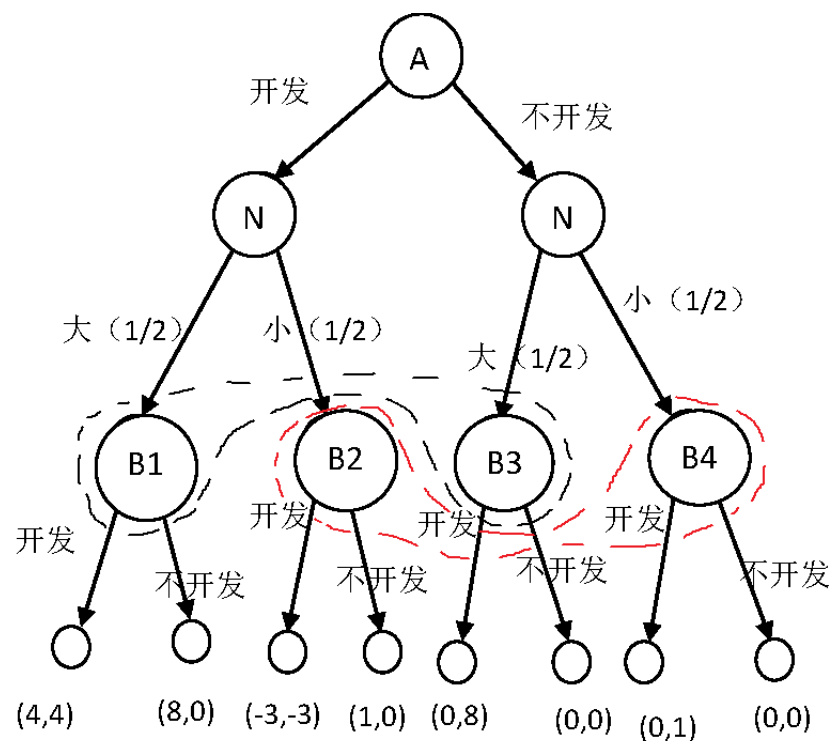
- **枝**：从一个决策节到他的直接后续决策节或终点节的连线，每一个枝代表一个参与人的一个行动。
- **路径**：从起始节到终点节由节和枝组成的途径。

动态博弈的表述：博弈树的基本要素

- **信息集**：是决策节集合的子集。博弈树中某一决策者在某一行动阶段具有相同信息的所有决策节点称为一个信息集。

➤ 同一个信息集中的决策节是同一参与人的决策节。

➤ 如果信息集中有多个节点，
参与人知道进入该信息集
的某个决策节，但不能确
定是哪个决策节。



例如：开发商B不知道A选择“开发”或“不开发”，则B的第一和第三个节点构成一个信息集（B1，M3）。

动态博弈的表述： 博弈树

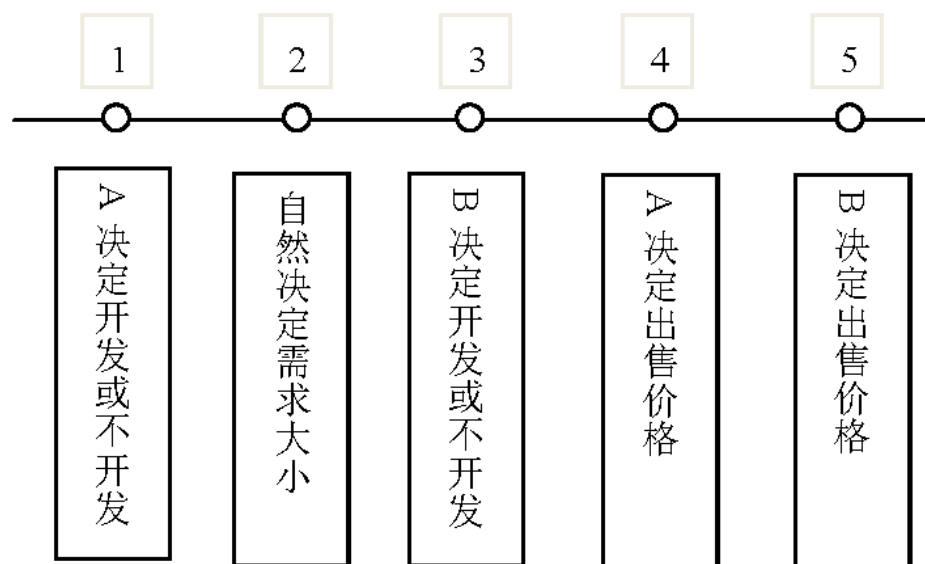
博弈树是对博弈的一种描述，它由下述几点组成：

1. 由节和枝组成的整体结构，即由单个起始节开始直至终点节，中间无闭合的圈。
2. 有对哪个节属于哪个参与人的说明。
3. 在自然做选择的节上，有自然选择不同枝的概率。
4. 有划分每个参与人的节的信息集。
5. 在每个终点节上都有结果

如果在终点节上的结果给出的是每个参与人的收益，博弈树也可称为**扩展式**。

动态博弈的表述：时间线

时间线是描述博弈的另一种方法，是一条表明事件发生顺序的线。



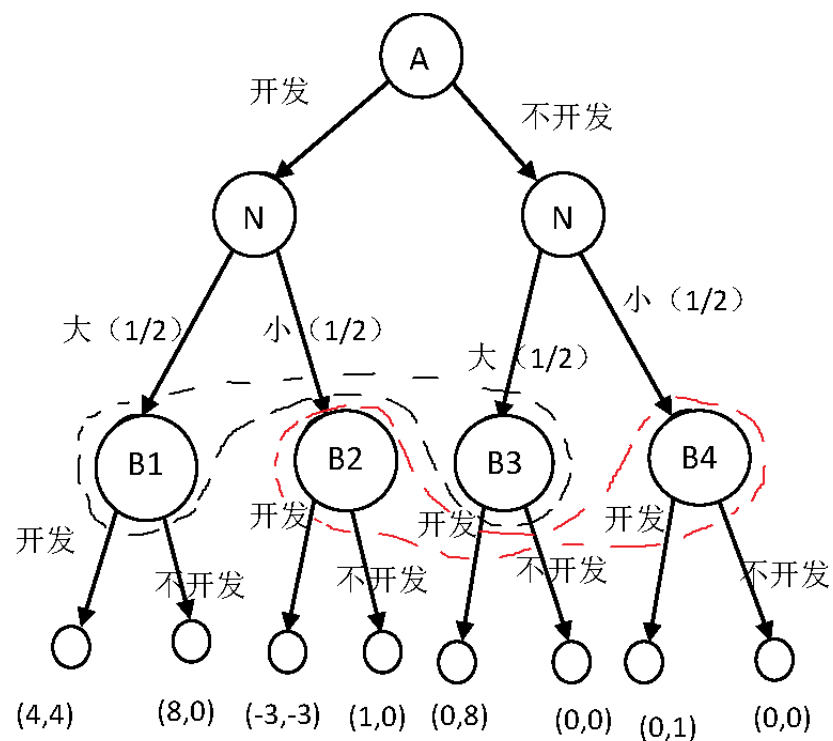
时间线适合描述下列博弈：存在连续策略的博弈，
存在信息的外生抵达的博弈，以及多期博弈。

信息

- **信息集定义：** 参与人 i 在博弈的任何特定时间点的信息集 ω_i 是指在博弈树中他认为有可能是实际节的不同节的集合，而参与人 i 靠自己的观察无法加以区分。

➤ 同一信息集的节通常用虚线圈起来，看起来类似于云，也称他们在同一片云中。

例如：开发商B不知道A选择“开发”或“不开发”，则B的第一和第三个节点构成一个信息集（B1，B3）。

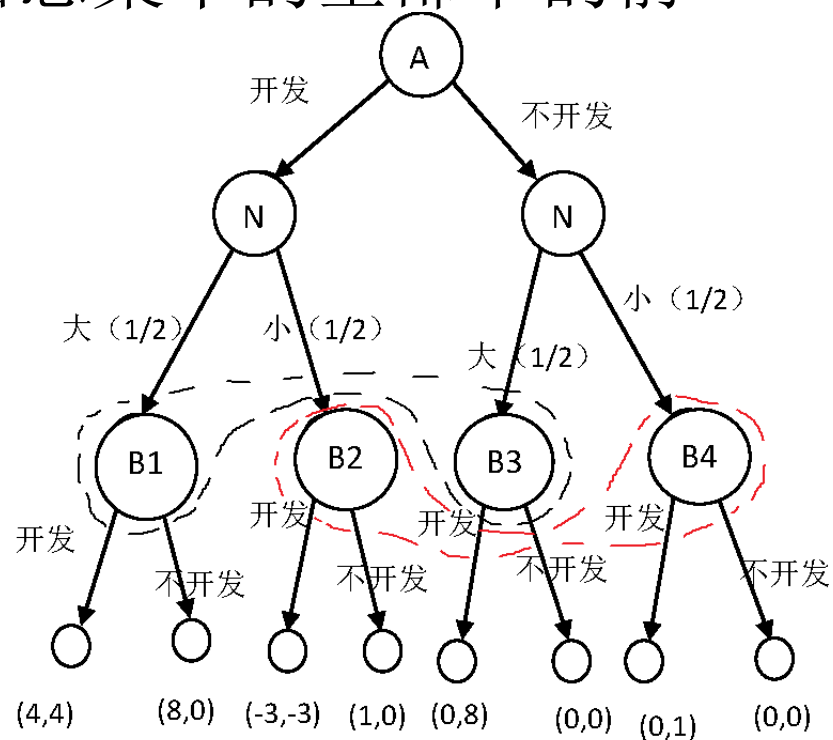


信息

- **信息分割：** 参与人*i*的信息分割是他的一组信息集的集合，使得：（1） 每条路径都经过分割中的一个信息集中的一个节；（2） 一个信息集中的全部节的前续节都在同一信息集里。

➤ 同一信息集的节通常用虚线圈起来，看起来类似于云，也称他们在同一片云中。

例如：开发商B不知道A选择“开发”或“不开发”，则B的第一和第三个节点构成一个信息集（B1， B3）。



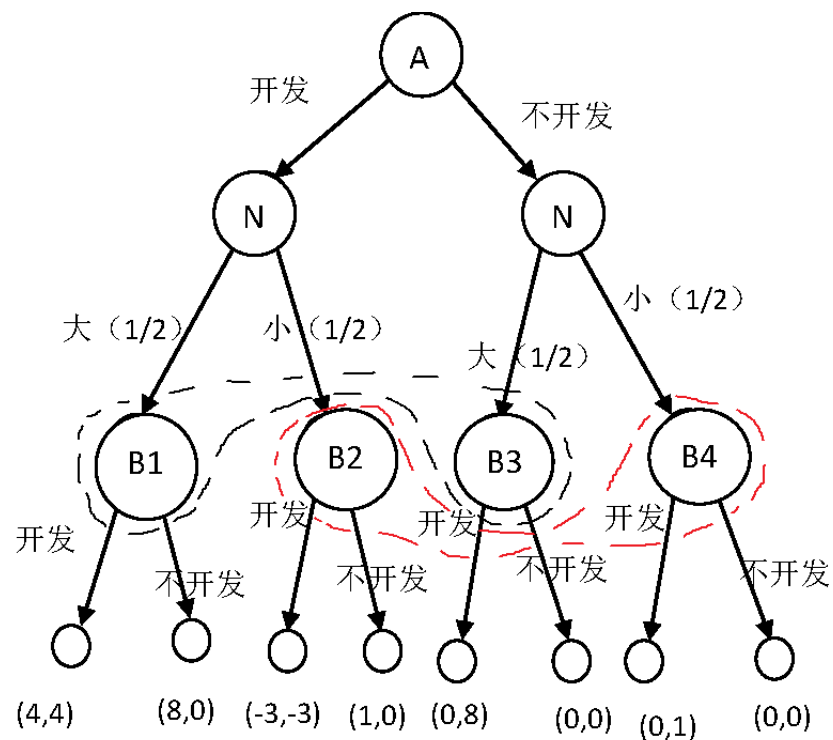
信息

- 如果B不知道A选择了“开发”或者“不开发”，他的信息分割是{B1, B3}, {B2, B4}。称为分割I
- 如果B知道A选择了“开发”或者“不开发”，他的信息分割是{B1}, {B3}, {B2}, {B4}。

称为分割II

称分割I是分割II粗化(coarsening))

分割II是对分割I的精练(refinement)



信息

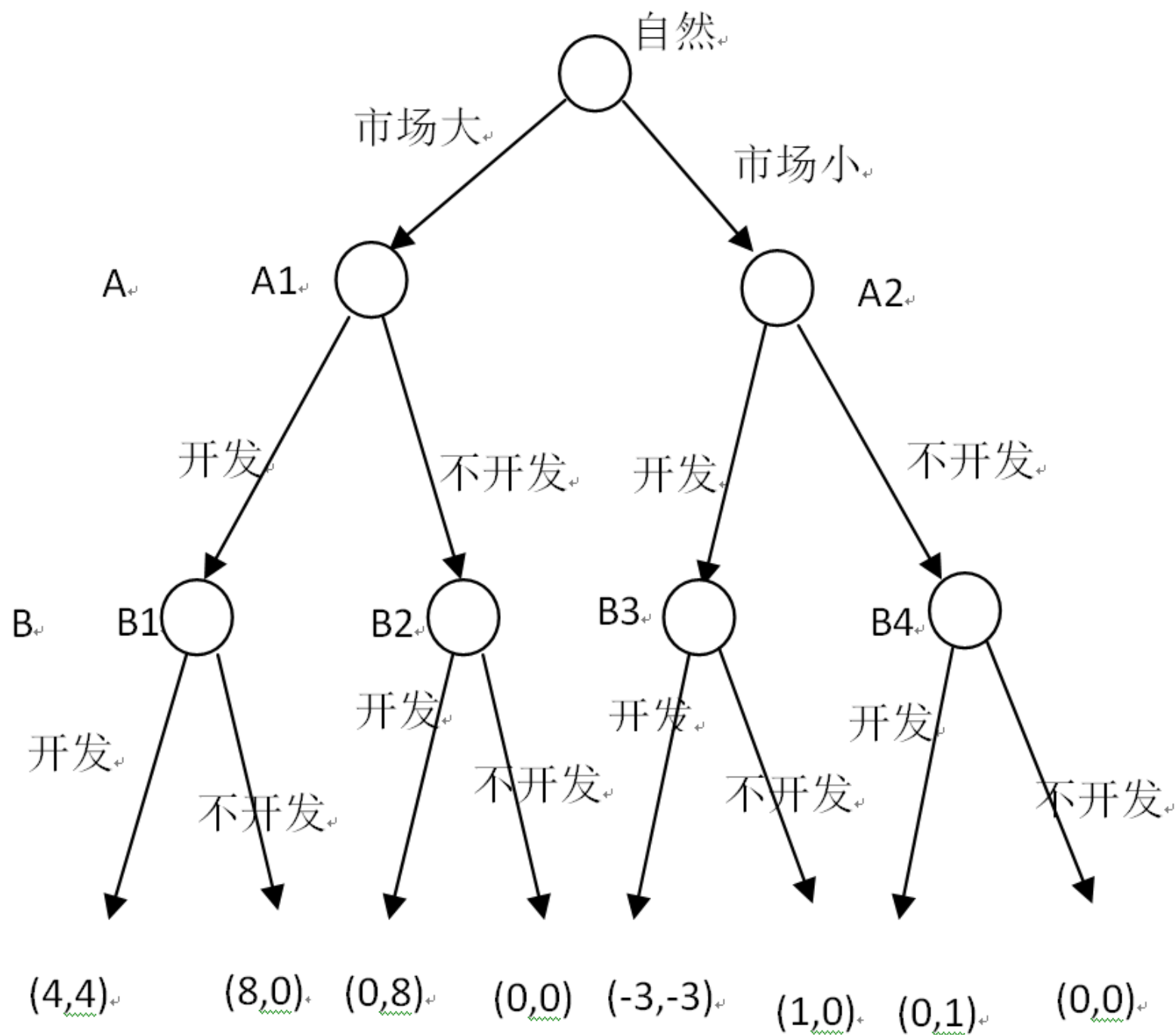
- **共同知识**：如果某个信息是所有参与人都知道的，每个参与人都知道所有参与人知道这一信息，那么这一信息便称为共同知识。

信息

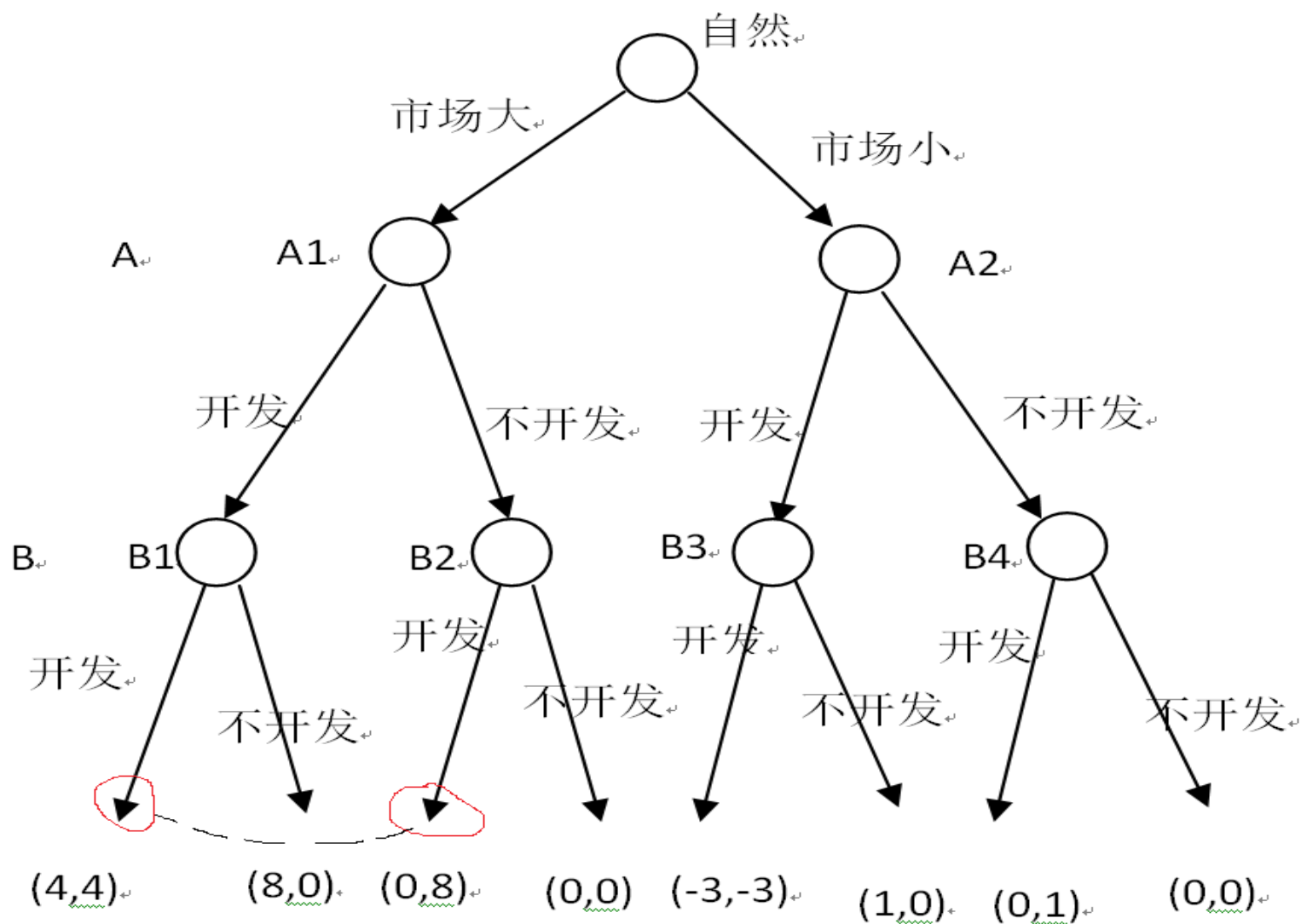
- **完美信息博弈**：只包含一个决策节点的信息集称为单节点信息集。如果博弈树的所有信息集都是单节的，该博弈称为**完美信息博弈**。
 - 完美信息博弈满足了对信息的最强要求。
- **确定性博弈**：在任一参与人行动之后，就再也没有自然的行动了。否则，这一博弈称为**不确定性博弈**。
 - 如果在一个确定性博弈中不存在同时行动的话，他就变成完美信息博弈。

完美信息与完全信息

- 完美信息：是指一个参与人对其它参与人（包括自然）的行动选择有准确的了解，每个信息集只有一个元素
- 完全信息：是指每个参与人没有私人信息，他的策略空间，效用函数为其它参与人所知。
- 例如：如果两个参与人都知道对方的效用函数、策略函数、以及市场需求是大还是小，则信息是完全的。但如果**B**不知道**A**的行动选择，则**B**的信息是不完美的。



B不知道A的行动选择



动态博弈的表述： 博弈树

- 结论： 若动态博弈是有限博弈， 则可用博弈树表示。
- 有限博弈是指：
 - 各个阶段各参与人的行动数目有限
 - 博弈的阶段数目有限。