西安電子科技大學
XIDIAN UNIVERSITY

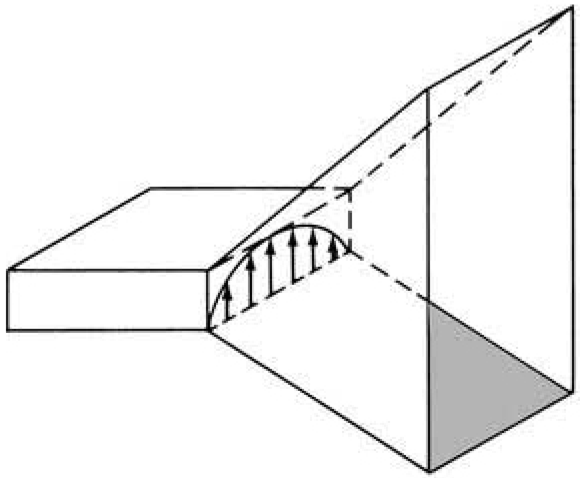
第13讲 喇叭天线原理与设计

2015, June. 25

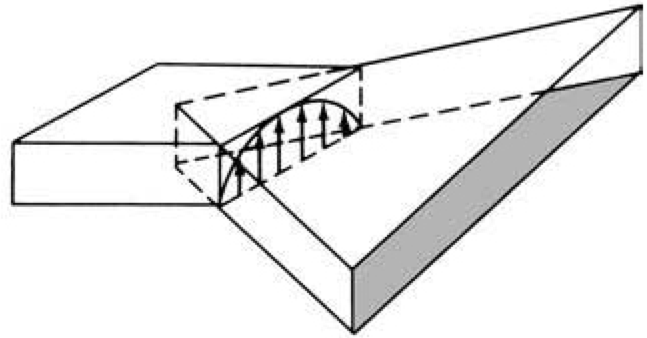
喇叭天线原理

喇叭天线是使用最广泛的一类微波天线，它常应用于如下几方面：①大型射电望远镜的馈源，卫星地面站的反射面天线馈源，微波中继通讯用的反射面天线馈源；②相控阵的单元天线；③在天线测量中，喇叭天线常用作对其它高增益天线进行校准和增益测试的通用标准等。

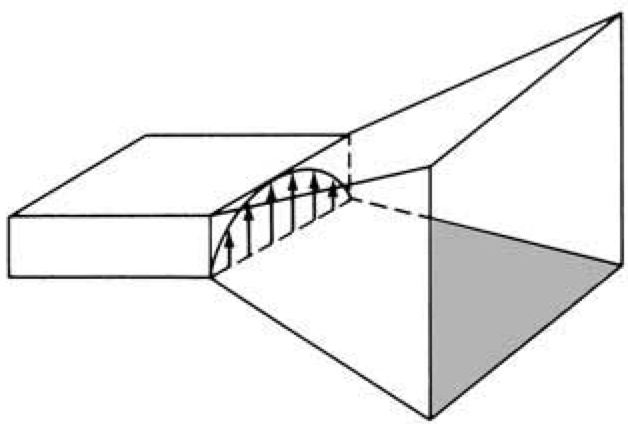
喇叭天线的基本形式是把矩形波导和圆波导的开口面逐渐扩展而形成的，如图1所示，由于是波导开口面的逐渐扩大，改善了波导与自由空间的匹配，使得波导中的反射系数小，即波导中传输的绝大部分能量由喇叭辐射除去，反射能量很小，具有很高的效率。



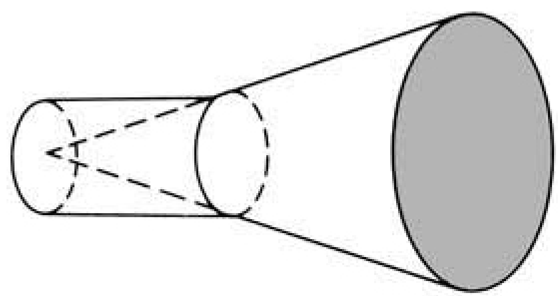
（a） E面扇形喇叭天线



（b） H面扇形喇叭天线



（c） 角锥喇叭天线



（d） 圆锥喇叭天线

图1 典型喇叭天线结构

喇叭天线的分析思路是①解内问题，求口径面上的电磁场分布,喇叭的渐变扩展部分也可看作是波导，与分析波导中场分布时把波导看作无限长波导一样，首先是将喇叭看作一无限长渐变波导，由麦氏方程出发，求边值问题。用分离变量法求解喇叭渐变波导中的电磁场表示，然后把实际的有限长喇叭口径面上的电磁场，看作是无限长喇叭在同一截面上的电磁场，此种近似忽略了喇叭口径面所产生的反射波及高次模，这将带来一定的误差，但是由于喇叭口的反射系数不大，而高次模又相对较弱，在工程上，这点误差可忽略。②解外问题，由喇叭口径面上的场求远场。

E面扇形喇叭天线及坐标系如图2所示，如果满足①馈电波导内的场为主TE_{10}模，②喇叭长度相对喇叭终端孔径较大，则其孔径处最低阶模式场为

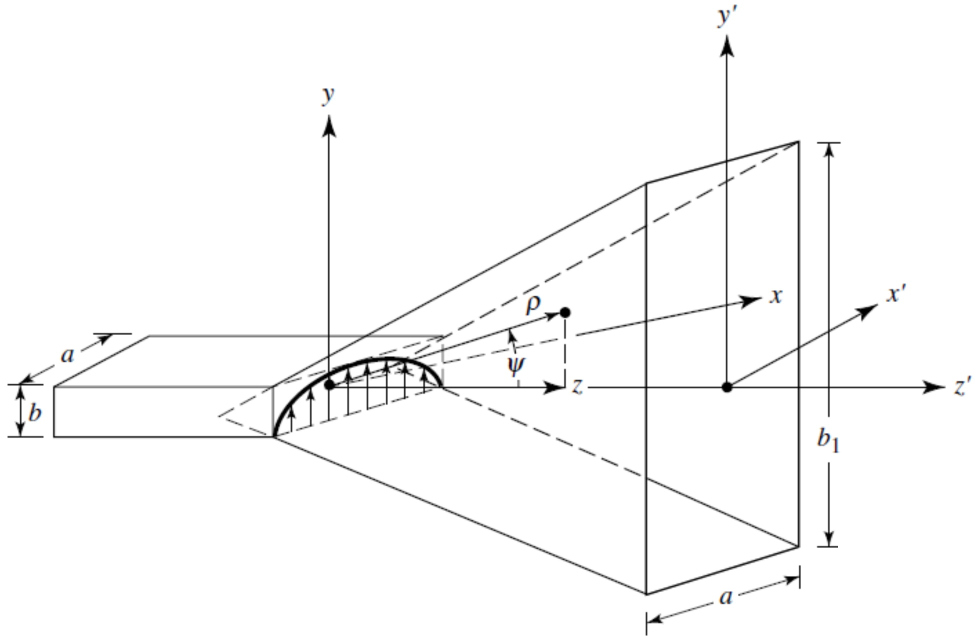
$$E'_z = E'_x = H'_y = 0 \tag{1}$$

$$E'_y\left(x', y'\right) \simeq E_1 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{-j\left[ky'^2/(2\rho_1)\right]} \tag{2}$$

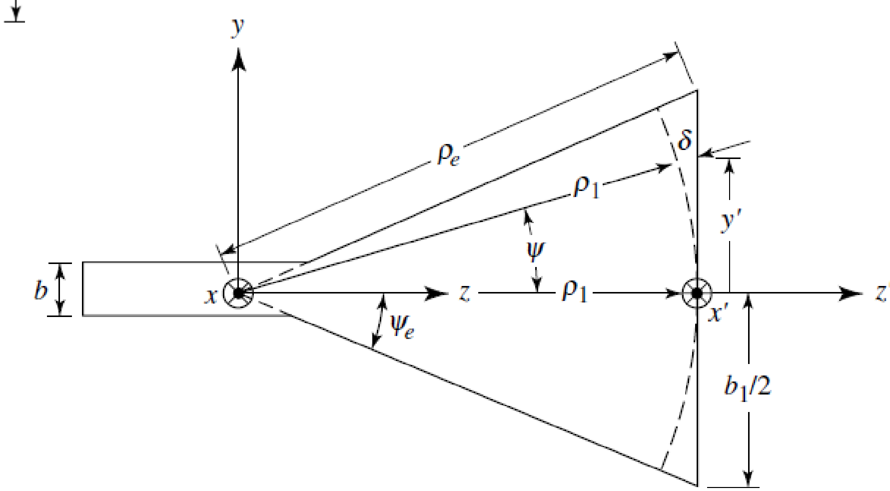
$$H'_z\left(x', y'\right) \simeq jE_1\left(\frac{\pi}{ka\eta}\right)\sin\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{-j\left[ky'^2/(2\rho_1)\right]} \tag{3}$$

$$H'_x\left(x', y'\right) \simeq -\frac{E_1}{\eta}\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{-j\left[ky'^2/(2\rho_1)\right]} \tag{4}$$

$$\rho_1 = \rho_e \cos\psi_e \tag{5}$$



（a） E面喇叭天线



（b） E面喇叭侧视图

图2 E面喇叭天线及坐标系

(2)-(4)中具有二次相位项，参考图2(b)，

$$E\left[\rho_1+\delta\left(y'\right)\right]^2=\rho_1^2+\left(y'\right)^2 \qquad (6)$$

解得

$$\delta\left(y'\right)^2=-\rho_1+\rho_1\left[1+\left(\frac{y'}{\rho_1}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (7)$$

称为球形相位项。使用二项式展开并保留前两项

$$\delta\left(y'\right)^2\simeq-\rho_1+\rho_1\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{y'}{\rho_1}\right)^2\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{y'^2}{\rho_1}\right) \qquad (8)$$

b_1越大，使用(8)的精确越高。

于是口径面上的等效源为:

$$\left.\begin{aligned} J_y &= -\frac{E_1}{\eta}\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-jk\delta(y')} \\ M_x &= E_1\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-jk\delta(y')} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b_1/2 \le y' \le b_1/2 \end{aligned} \qquad (9)$$

借助辅助势函数的概念，口径面上等效源产生的远区辐射场可表示为

$$E_r \simeq 0 \qquad H_r \simeq 0$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(L_\phi + \eta N_\theta\right) \qquad H_\theta \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(N_\theta - \frac{L_\phi}{\eta}\right) \qquad (10)$$

$$E_\theta \simeq +\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(L_\theta - \eta N_\phi\right) \qquad H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(N_\theta + \frac{L_\phi}{\eta}\right)$$

而N_θ、N_ϕ、L_θ和L_ϕ可表示为

$$N_\theta=\iint_S\left[J_x\cos\theta\cos\phi+J_y\cos\theta\sin\phi-J_z\sin\theta\right]e^{+jkr'\cos\psi}ds' \quad (11)$$

$$N_\phi=\iint_S\left[-J_x\sin\phi+J_y\cos\phi\right]e^{+jkr'\cos\psi}ds' \quad (12)$$

$$L_\theta=\iint_S\left[M_x\cos\theta\cos\phi+M_y\cos\theta\sin\phi-M_z\sin\theta\right]e^{+jkr'\cos\psi}ds' \quad (13)$$

$$L_\phi=\iint_S\left[-M_x\sin\phi+M_y\cos\phi\right]e^{+jkr'\cos\psi}ds' \quad (14)$$

其中

$$r'\cos\psi=\mathbf{r}'\cdot\hat{a}_r=\left(\hat{a}_x x'+\hat{a}_y y'\right)\cdot\left(\hat{a}_x\sin\theta\cos\phi+\hat{a}_y\sin\theta\sin\phi+\hat{a}_z\cos\theta\right)$$

$$=x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi \quad (15)$$

于是

$$N_\theta=-\frac{E_1}{\eta}\cos\theta\sin\phi I_1 I_2 \quad (16)$$

其中

$$I_1=\int_{-a/2}^{+a/2}\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{jkx'\sin\theta\cos\phi}dx'$$

$$=-\left(\frac{\pi a}{2}\right)\left[\frac{\cos\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi\right)}{\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi\right)^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right] \quad (17)$$

$$I_2=\int_{-b_1/2}^{+b_1/2}e^{-jk\left[\delta(y')-y'\sin\theta\cos\phi\right]}dy' \quad (18)$$

I_2积分可由正弦和余弦积分来计算，首先配方：

$$I_2=\int_{-b_1/2}^{+b_1/2}e^{-j\left[ky'^2/(2\rho_1)-k_y y'\right]}dy'=e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\int_{-b_1/2}^{+b_1/2}e^{-j\left[\left(ky'-k_y\rho_1\right)^2/2k\rho_1\right]}dy', \quad (19)$$

$$k_y=k\sin\theta\sin\phi \quad (20)$$

作变量代换

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_1}}\left(ky' - k_y\rho_1\right) \tag{21}$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}}\left(ky' - k_y\rho_1\right) \tag{22}$$

$$dt = \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}}dy' \tag{23}$$

I_2积分可化简为

$$\begin{aligned} I_2 &= \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\int_{t_1}^{t_2} e^{-j(\pi/2)t^2}dt \\ &= \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\int_{t_1}^{t_2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) - j\sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)\right]dt \end{aligned} \tag{24}$$

将I_2形式进一步化简

$$I_2=\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\left\{\left[C\left(t_2\right)-C\left(t_1\right)\right]-j\left[S\left(t_2\right)-S\left(t_1\right)\right]\right\} \quad (25)$$

其中

$$t_1=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}}\left(-\frac{kb_1}{2}-k_y\rho_1\right) \quad (26)$$

$$t_2=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}}\left(\frac{kb_1}{2}-k_y\rho_1\right) \quad (27)$$

余弦积分 $C(x)=\int_0^x\cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt \quad (28)$

正弦积分 $S(x)=\int_0^x\sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt \quad (29)$

于是

$$N_\theta = E_1 \frac{\pi a}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)} \times \left\{ \frac{\cos\theta\sin\phi}{\eta}\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F\left(t_1,t_2\right)\right\} \quad (25)$$

其中

$$k_x = k\sin\theta\cos\phi \qquad k_y = k\sin\theta\sin\phi \qquad (26)$$

$$F\left(t_1,t_2\right) = \left\{\left[C\left(t_2\right)-C\left(t_1\right)\right]-j\left[S\left(t_2\right)-S\left(t_1\right)\right]\right\} \quad (27)$$

运用类似过程可获得

$$N_\phi = E_1 \frac{\pi a}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)} \times \left\{ \frac{\cos\phi}{\eta}\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F\left(t_1,t_2\right)\right\} \quad (28)$$

于是

$$L_\theta = E_1 \frac{\pi a}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)} \times \left\{ -\cos\theta\cos\phi\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F(t_1,t_2)\right\} \tag{29}$$

$$L_\phi = E_1 \frac{\pi a}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)} \times \left\{ \sin\phi\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F(t_1,t_2)\right\} \tag{30}$$

于是E面扇形喇叭天线远区辐射电场为

$$E_\theta = -j\frac{a\sqrt{\pi k\rho_1}E_1 e^{-jkr}}{8r}$$

$$\times\left\{e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\sin\phi(1+\cos\theta)\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F(t_1,t_2)\right\} \qquad (31)$$

$$E_\phi = -j\frac{a\sqrt{\pi k\rho_1}E_1 e^{-jkr}}{8r}$$

$$\times\left\{e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\cos\phi(\cos\theta+1)\left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F(t_1,t_2)\right\} \qquad (32)$$

而E面扇形喇叭天线远区辐射磁场亦可基于(10)写出。主E面电场为($\phi=\pi/2$), $E_r=E_\phi=0$

$$E_\theta = -j\frac{a\sqrt{\pi k\rho_1}E_1 e^{-jkr}}{8r}\left\{-e^{j\left(k\rho_1\sin^2\theta/2\right)}\left(\frac{2}{\pi}\right)^2(1+\cos\theta)F(t_1,t_2)\right\} \qquad (33)$$

而由(26)和(27)得

$$t_1' = \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}}\left(-\frac{b_1}{2} - \rho_1 \sin\theta\right) \qquad (34)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}}\left(+\frac{b_1}{2} - \rho_1 \sin\theta\right) \qquad (35)$$

主H面电场为(ϕ =0), $E_r = E_\theta = 0$

$$E_\phi = -j\frac{a\sqrt{\pi k\rho_1}E_1 e^{-jkr}}{8r}\left\{(1+\cos\theta)\left[\frac{\cos\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\right)}{\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\right]F(t_1'', t_2'')\right\} \qquad (36)$$

同样由(26)和(27)得

$$t_1'' = -\frac{b_1}{2}\sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \qquad (37)$$

$$t_2'' = +\frac{b_1}{2}\sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \qquad (38)$$

由(31)和(32)可作出归一化的E面扇形喇叭的三维电场辐射方向图，如图3所示,可见由于E面的孔径展宽，E面方向图远窄于H面方向图，主E面和主H面如图4所示。固定长度ρ_1，改变张角$20° \leqslant \psi_e \leqslant 35°$，E面扇形喇叭天线辐射方向图的变化如图5所示。

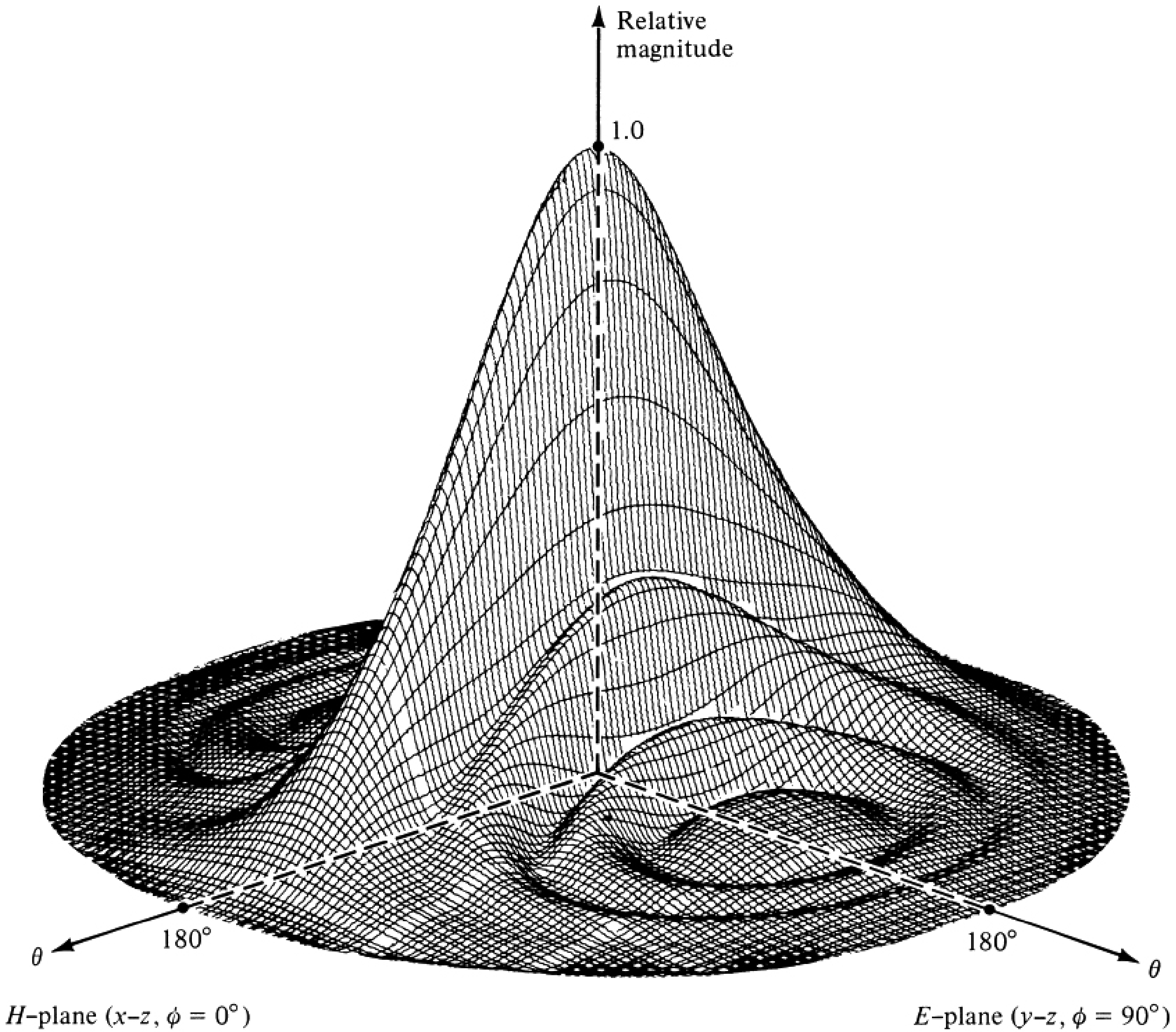


图3 E面喇叭天线3D电场辐射方向图

（ρ1=6λ，b1=2.75λ，a=0.5λ）

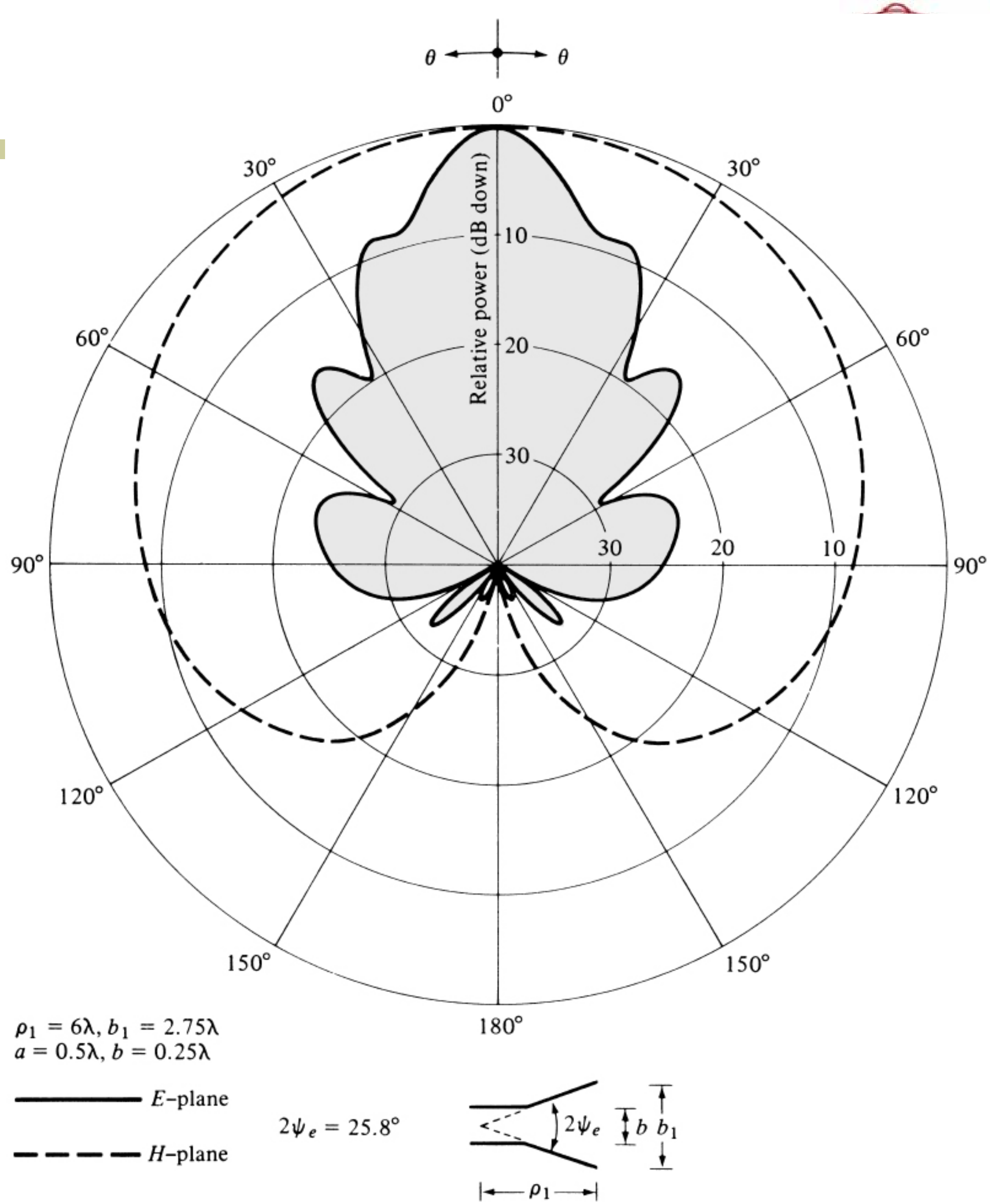


图4 E面喇叭天线2D主E面和主H面电场辐射方向图

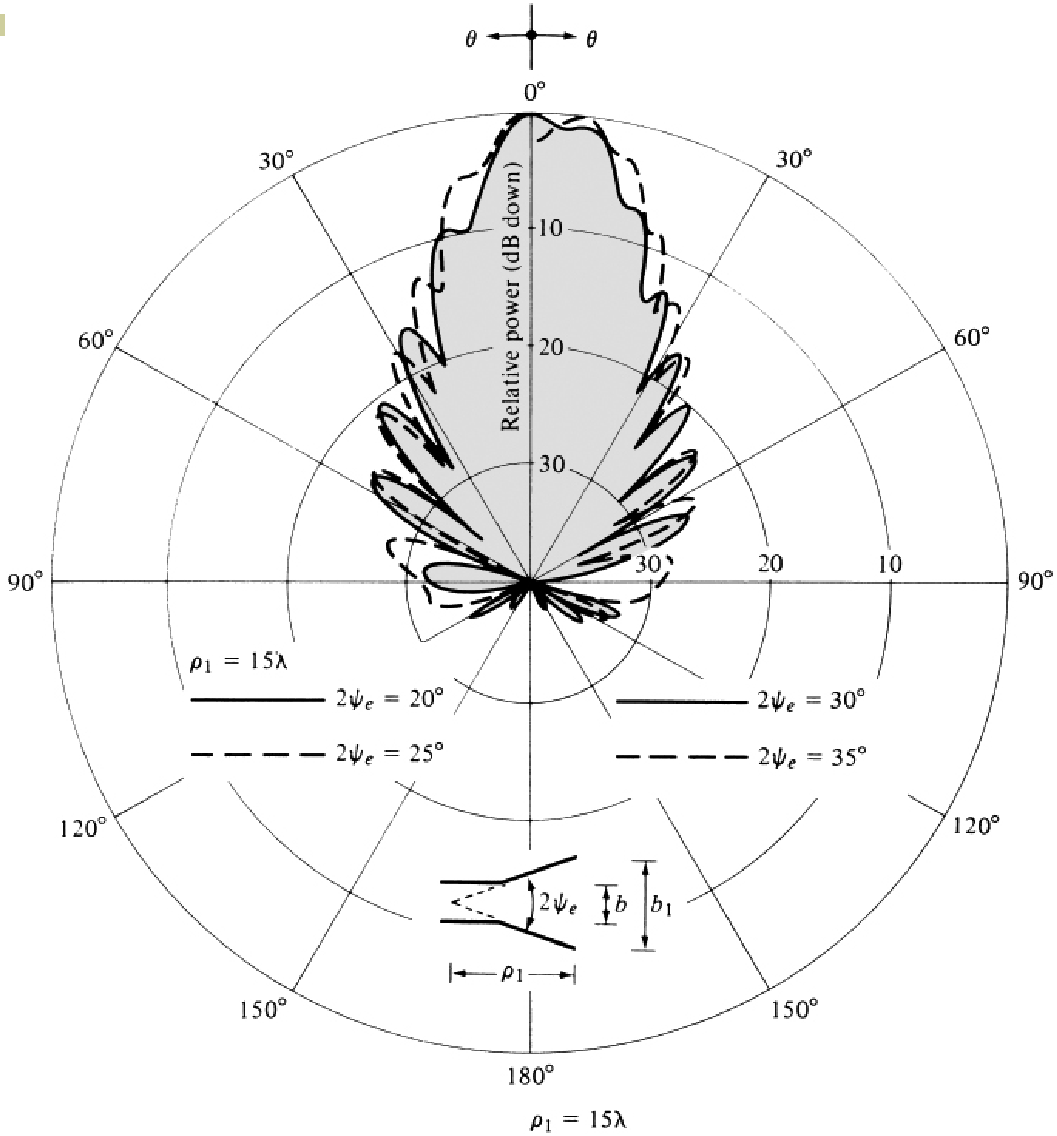


图5 E面喇叭天线2D主E面电场辐射方向图(等长不等张角)

当张角量级小而增加时，方向图变窄，但随着张角量级增大，方向图将展宽，主瓣变得扁平，并且由于孔径的相位锥削，最大辐射方向将偏离Z轴，当张角进一步增大时，主瓣平坦度增加，最终最大值再次落在Z轴上。当喇叭天线具有等张角不等长度时，方向图具有相类似的变化规律，即当长度增加时，方向图变得扁平，当长度增大到某一值时，由于孔径面上的相位锥削，最大值偏离Z轴，进一步增大长度时，方向图进一步展宽直至最大值再落在Z轴上，这一过程随着长度的增加无限重复。

主E面方向图由(33)描述，若不包含因子(1+cos θ)，归一化方向图幅度函数为：

$$E_{\theta n}=F\left(t_1',t_2'\right)=\left\{\left[C\left(t_2'\right)-C\left(t_1'\right)\right]-j\left[S\left(t_2'\right)-S\left(t_1'\right)\right]\right\} \quad (39)$$

$$t_1'=\sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}}\left(-\frac{b_1}{2}-\rho_1\sin\theta\right)=2\sqrt{\frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1}}\left[-1-\frac{1}{4}\left(\frac{8\rho_1\lambda}{b_1^2}\right)\left(\frac{b_1}{\lambda}\sin\theta\right)\right]$$

$$=2\sqrt{s}\left[-1-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{b_1}{\lambda}\sin\theta\right)\right] \quad (40)$$

$$t_2'=2\sqrt{s}\left[1-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{b_1}{\lambda}\sin\theta\right)\right] \quad (41)$$

$$s=\frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1} \quad (42)$$

给定s，可作出(39)随$b_1/\lambda\sin\theta$变化曲线，如图6所示，这些曲线通常称为"通用曲线"，任意E面喇叭天线的主E面归一化方向图皆可由通用曲线得到：①计算s；②计算$b_1/\lambda\sin\theta$，从图6中读出相应数值；③计算$20\log_{10}[(1+\cos\theta)/2]$加至已读出的数值。

例1：E面喇叭尺寸$a=0.5\lambda, b=0.25\lambda, b_1=2.75\lambda, \rho_1=6\lambda$. 根据图6计算$\theta=90°$处的E面归一化电场强度

解：

① $$s=\frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1}=\frac{(2.75)^2}{8(6)}=0.1575\simeq\frac{1}{6.3}$$

② $$\frac{b_1}{\lambda}\sin\theta=2.75\sin(90^\circ)=2.75$$ 读出场强为-20dB

③ $$E_\theta=-20+20\log_{10}\left(\frac{1+\cos 90^\circ}{2}\right)=-20-6=-26\ \text{dB}$$

与图4结果较为一致.

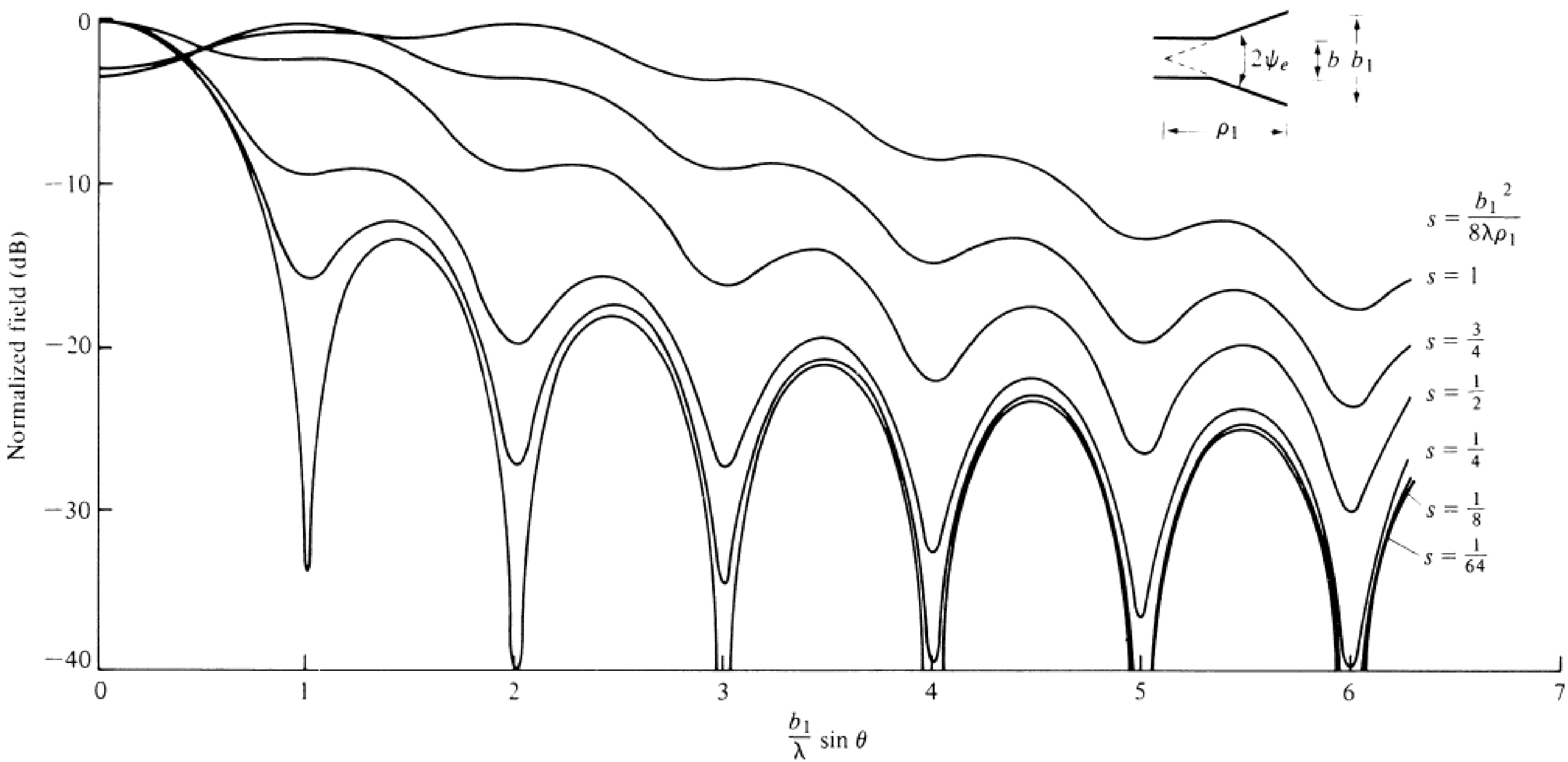


图6 E面喇叭天线主E面通用方向图曲线

为计算E面喇叭天线的方向性系数，首先计算其最大辐射方向的辐射强度

$$U_{\max}=U(\theta,\phi)\big|_{\max}=\frac{r^2}{2\eta}|\mathbf{E}|_{\max}^2 \qquad (43)$$

对大多数喇叭天线而言，电场最大值方向通常为沿Z轴方向(θ =0°)，于是根据(31)和(32)

$$|\mathbf{E}|_{\max}=\sqrt{|E_\theta|_{\max}^2+|E_\phi|_{\max}^2}=\frac{2a\sqrt{\pi k\rho_1}}{\pi^2 r}|E_1||F(t)| \qquad (44)$$

其中

$$F(t)=\left[C(t)-jS(t)\right] \qquad (45)$$

$$k_x=k_y=0 \quad t_1=-t=-\frac{b_1}{2}\sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}}=-\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \quad t_2=+t \qquad (46)$$

$$C(-t)=-C(t) \qquad S(-t)=-S(t)$$

于是

$$U_{\max}=\frac{r^2}{2\eta}|\mathbf{E}|_{\max}^2=\frac{2a^2k\rho_1}{\eta\pi^3}|E_1|^2|F(t)|^2 \qquad (47)$$

其中

$$|F(t)|^2=\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right] \qquad (48)$$

另一方面，总辐射功率可通过对孔径处的坡印廷矢量积分得到

$$P_{\mathrm{rad}}=\frac{1}{2}\iint_{S_0}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}'\times\mathbf{H}'^*\right)\cdot ds=\frac{1}{2\eta}\int_{-b_1/2}^{+b_1/2}\int_{-a/2}^{+a/2}|E_1|^2\cos^2\left(\frac{\pi}{a}x'\right)dx'dy' \quad (49)$$

即

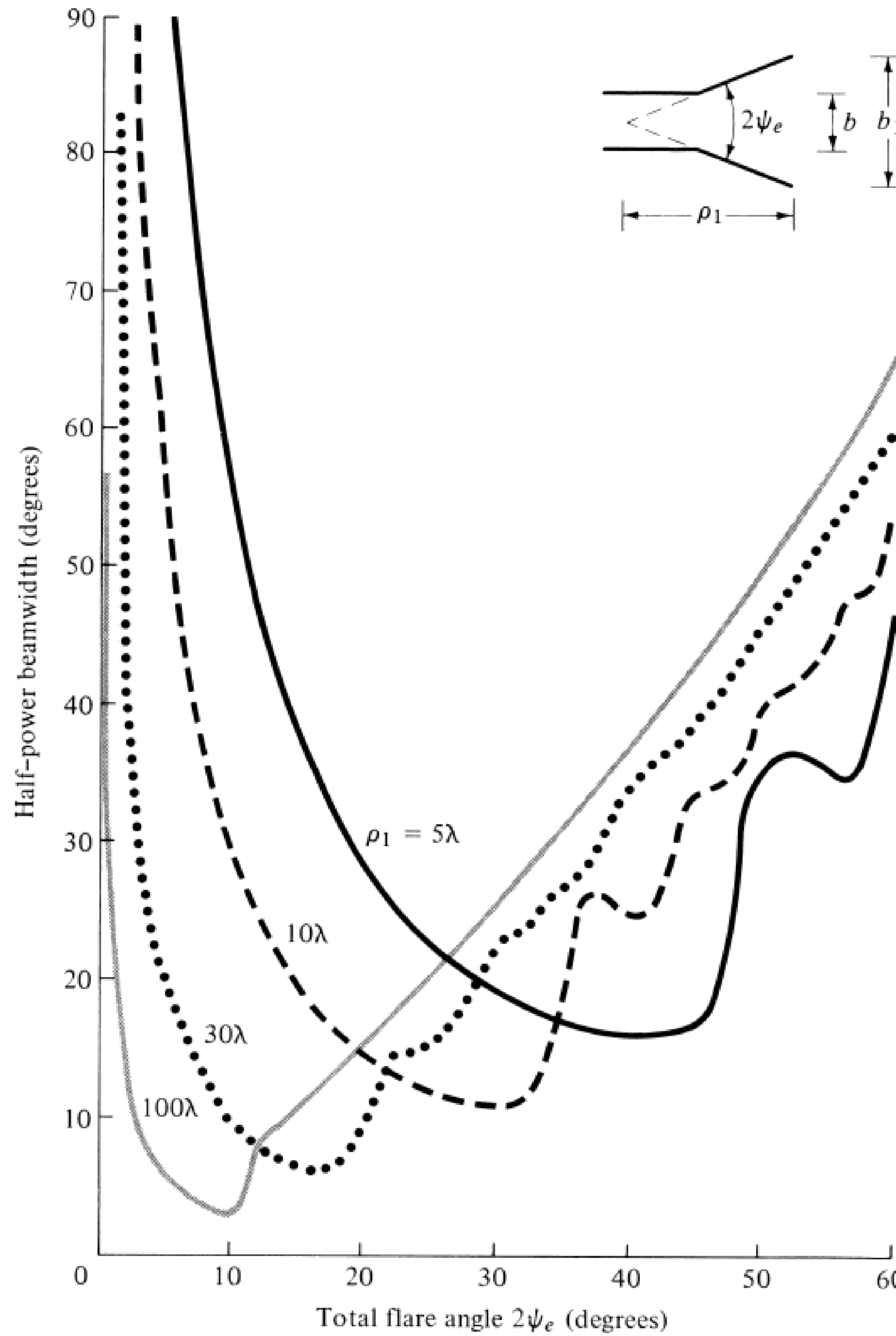
$$P_{\mathrm{rad}}=|E_1|^2\frac{b_1a}{4\eta} \qquad (50)$$

由(47)和(50)最终得到

$$D_E = \frac{4\pi U_{\max}}{\mathrm{P}_{\mathrm{rad}}} = \frac{64a\rho_1}{\pi\lambda b_1}\left|F(t)\right|^2 = \frac{64a\rho_1}{\pi\lambda b_1}\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right] \quad (51)$$

天线的整体性能还可由半功率波束宽度来表征，典型的不同长度张角发生改变时的半功率波束宽度及归一于孔径尺寸a的方向性系数分别如图7和图8所示，可见当张角较小时，随张角增大波束宽度变窄而方向性系数增大，直至增大到某一特定的张角，再增大张角，波束变宽而方向性系数下降，也表明此时主波束的展宽。

图7 E面喇叭天线随张角变化的半功率波束宽度



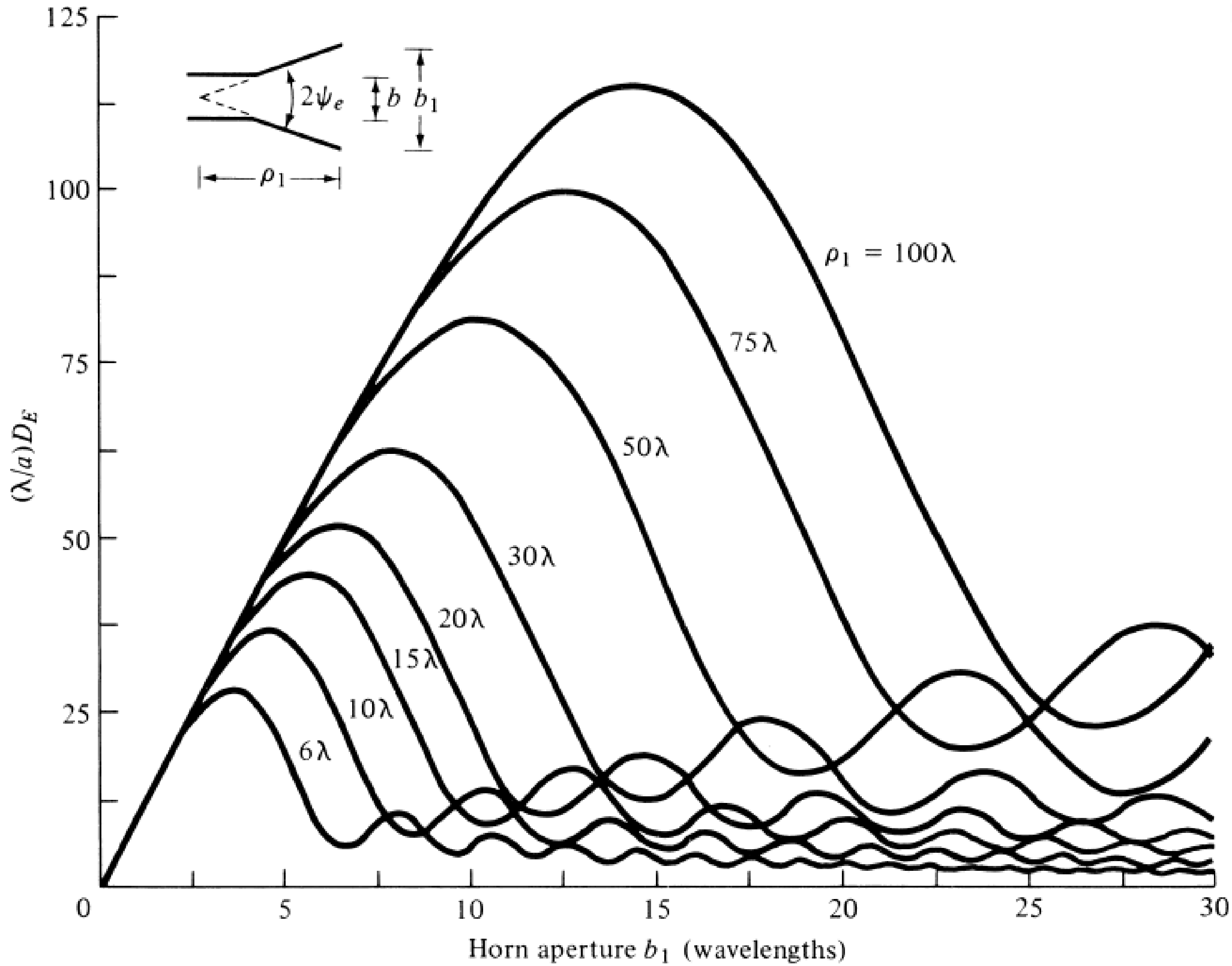


图8 E面喇叭天线归一化方向性系数

对应图8中方向性系数最大值的b_1近似为

$$b_1 \simeq \sqrt{2\lambda\rho_1} \qquad (52)$$

此时s为

$$s\big|_{b_1=\sqrt{2\lambda\rho_1}} = s_{op} = \frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1}\bigg|_{b_1=\sqrt{2\lambda\rho_1}} = \frac{1}{4} \qquad (53)$$

(51)-(53)式已作为设计E面扇形喇叭天线的标准多年。然而基于精确地开路平板波导分析，对(51)-(53)进行修正，可得到精度更高的共轴方向性系数计算公式：

$$D_E(\max) = \frac{16ab_1}{\lambda^2\left(1+\lambda_g/\lambda\right)}\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right]e^{\frac{\pi a}{\lambda}\left(1-\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)} \qquad (54)$$

其中λ_g为导波长.

另一种计算方向性系数的步骤为

①计算B

$$B=\frac{b_1}{\lambda}\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} \qquad (55)$$

②如果B>2，从图9中读出G_E，否则计算

$$G_E=\frac{32}{\pi}B \qquad (56)$$

③计算D_E

$$D_E=\frac{a}{\lambda}\frac{G_E}{\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}}} \qquad (57)$$

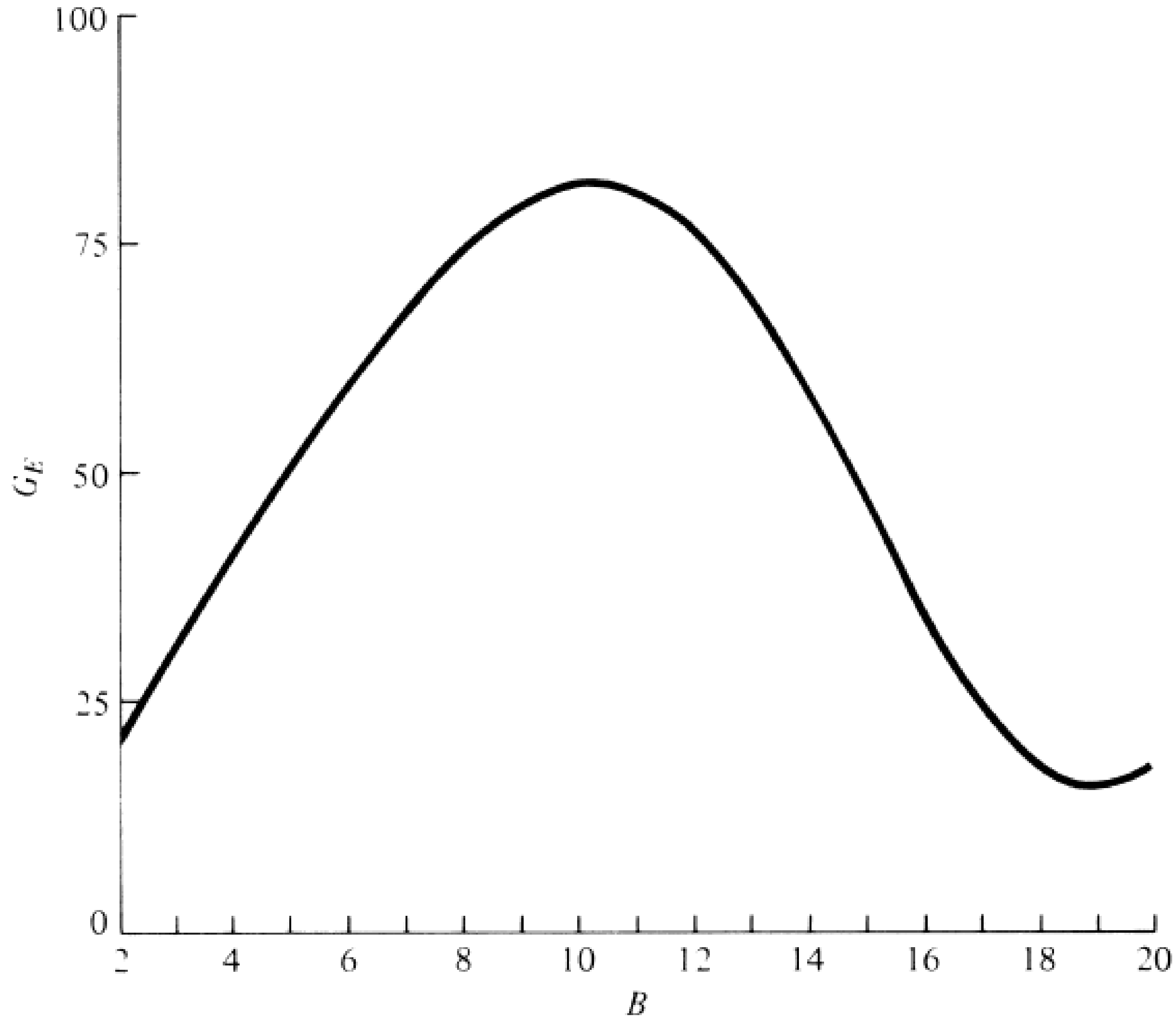


图9 G_E(B)文献：E.H.Braun, “Some Data for the Design of Electromagnetic Horns,” IRE Trans. Antennas Propagat. 4(1), pp. 29-30, Jan 1956.

例2：E面喇叭尺寸a=0.5λ,b=0.25λ,b_1=2.75λ, ρ_1=6λ. 分别根据(51)和(57)计算方向性系数.

解：首先

$$\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}=\frac{2.75}{\sqrt{2(6)}}=0.794$$

$$[C(0.794)]^2=(0.72)^2=0.518$$

$$[S(0.794)]^2=(0.24)^2=0.0576$$

代入(51)

$$D_E=\frac{64(0.5)6}{2.75\pi}(0.518+0.0576)=12.79=11.07\text{ dB}$$

为采用(57)，先计算

$$\rho_e=\lambda\sqrt{(6)^2+\left(\frac{2.75}{2}\right)^2}=6.1555\lambda$$

$$\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} = \sqrt{\frac{50}{6.1555}} = 2.85$$

$$B = 2.75(2.85) = 7.84 > 2$$

从图9中读入G_E=73.5

$$D_E = \frac{0.5(73.5)}{2.85} = 12.89 = 11.10\,\mathrm{dB}$$

可见与由(51)计算出的结果十分接近.

H面喇叭天线如图10所示，其分析过程与E面喇叭天线的分析过程类似，其孔径处最低阶模式场近似为

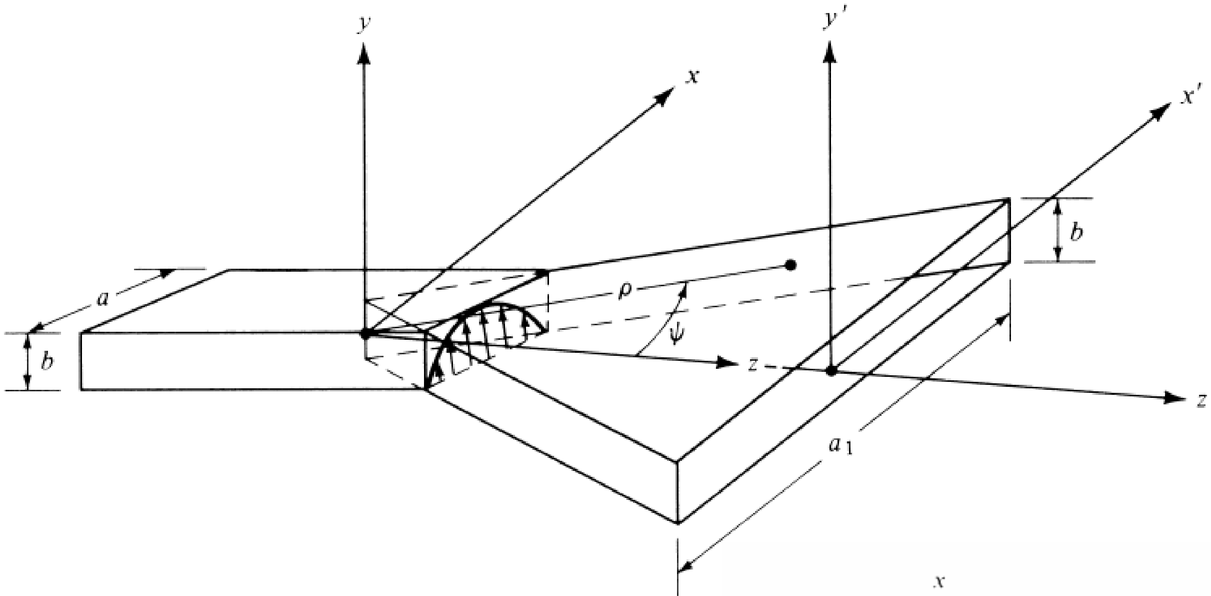
$$E'_x = H'_y = 0 \tag{58}$$

$$E'_y(x') \simeq E_2 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{-jk\delta(x')} \tag{59}$$

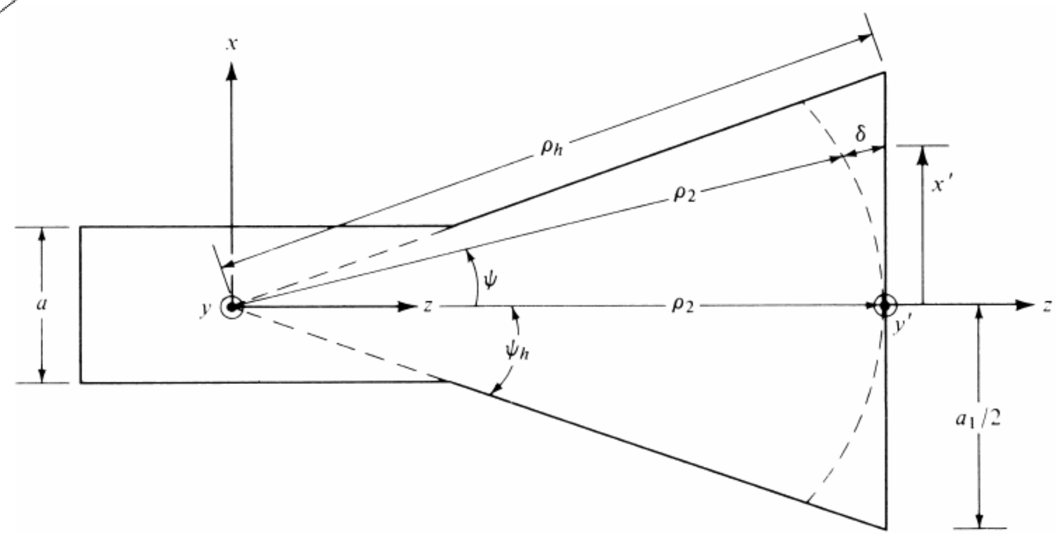
$$H'_x(x') \simeq -\frac{E_2}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right) e^{-jk\delta(x')} \tag{60}$$

$$\delta(x') = \frac{1}{2}\left(\frac{x'^2}{\rho_2}\right) \tag{61}$$

$$\rho_2 = \rho_h \cos\psi_h \tag{62}$$



（a） H面喇叭天线



（b） H面喇叭俯视图

图10 E面喇叭天线及坐标系

孔径上的等效源为

$$\left.\begin{aligned} J_y &= -\frac{E_2}{\eta}\cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right)e^{-jk\delta(x')} \qquad (63) \\ M_x &= E_2\cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right)e^{-jk\delta(x')} \qquad (64) \end{aligned}\right\}$$

计算N_θ，由(11)知

$$N_\theta = \iint_S J_y \cos\theta\sin\phi e^{+jkr'\cos\psi} ds' = -\frac{E_2}{\eta}\cos\theta\sin\phi I_1 I_2 \qquad (65)$$

$$I_1 = \int_{-b/2}^{+b/2} e^{jky'\sin\theta\sin\phi} dy' = b\left[\frac{\sin\left(\dfrac{kb}{2}\sin\theta\sin\phi\right)}{\dfrac{kb}{2}\sin\theta\sin\phi}\right] \qquad (66)$$

$$I_2 = \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} \cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right) e^{-jk\left[\delta(x') - x'\sin\theta\cos\phi\right]} dx' \qquad (67)$$

利用Euler公式

$$\cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right)=\left[\frac{e^{j(\pi/a_1)x'}+e^{-j(\pi/a_1)x'}}{2}\right] \qquad (68)$$

I_2可进一步表示为 $\quad I_2 = I_2' + I_2'' \qquad (69)$

其中

$$I_2'=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}e^{j\left(k_x'^2\rho_2/2k\right)}\left\{\left[C(t_2')-C(t_1')\right]-j\left[S(t_2')-S(t_1')\right]\right\} \quad (70)$$

$$t_1'=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2}-k_x'\rho_2\right) \qquad (71)$$

$$t_2'=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2}-k_x'\rho_2\right) \qquad (72)$$

$$k_x'=k\sin\theta\cos\phi+\frac{\pi}{a_1} \qquad (73)$$

$$I_2'' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}e^{j\left(k_x''^2\rho_2/2k\right)}\left\{\left[C\left(t_2''\right)-C\left(t_1''\right)\right]-j\left[S\left(t_2''\right)-S\left(t_1''\right)\right]\right\} \quad (74)$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2}-k_x''\rho_2\right) \quad (75)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2}-k_x''\rho_2\right) \quad (76)$$

$$k_x'' = k\sin\theta\cos\phi - \frac{\pi}{a_1} \quad (77)$$

于是

$$N_\theta = -E_2\frac{b}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}\left\{\frac{\cos\theta\sin\phi}{\eta}\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \quad (78)$$

$$f_1 = \frac{k_x'^2\rho_2}{2k} \qquad f_2 = \frac{k_x''^2\rho_2}{2k} \qquad Y = \frac{kb}{2}\sin\theta\sin\phi \quad (79)$$

类似地可求得

$$N_\phi = -E_2 \frac{b}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}\left\{\frac{\cos\phi}{\eta}\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \quad (80)$$

$$L_\theta = E_2 \frac{b}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}\left\{\cos\theta\cos\phi\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} (81)$$

$$L_\phi = -E_2 \frac{b}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}\left\{\sin\phi\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \quad (82)$$

由(10)知远区的辐射电场为

$$E_\theta = jE_2 \frac{b}{8}\sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}}\frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\times\left\{\sin\phi(1+\cos\theta)\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \quad (83)$$

$$E_\phi = jE_2 \frac{b}{8}\sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}}\frac{e^{-jkr}}{r} \times\left\{\cos\phi(1+\cos\theta)\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \tag{84}$$

由此可进一步写出主E面电场为($\phi=\pi/2$), $E_r=E_\phi=0$

$$E_\theta = jE_2 \frac{b}{8}\sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}}\frac{e^{-jkr}}{r}\left\{(1+\cos\theta)\frac{\sin Y}{Y}\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \tag{85}$$

$$Y=\frac{kb}{2}\sin\theta \qquad k_x'=\frac{\pi}{a_1} \qquad k_x''=-\frac{\pi}{a_1} \tag{86}$$

主H面电场为($\phi=0$), $E_r=E_\theta=0$

$$E_\phi = jE_2 \frac{b}{8}\sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}}\frac{e^{-jkr}}{r}\left\{(1+\cos\theta)\left[e^{jf_1}F(t_1',t_2')+e^{jf_2}F(t_1'',t_2'')\right]\right\} \tag{87}$$

$$k_x'=k\sin\theta+\frac{\pi}{a_1} \qquad k_x''=k\sin\theta-\frac{\pi}{a_1} \tag{88}$$

由(83)和(84)可作出归一化的H面扇形喇叭的三维电场辐射方向图，如图11所示,由于H面的孔径展宽，H面方向图远窄于E面方向图，主H面和主E面如图12所示。固定长度ρ_1，改变张角$15° \leqslant \psi_e \leqslant 30°$，H面扇形喇叭天线辐射方向图的变化如图13所示，当张角较小时，增大张角，方向图变窄，当张角增大至某一临界值时，继续增大张角，由于孔径面上的相位锥削，方向图将会展宽。

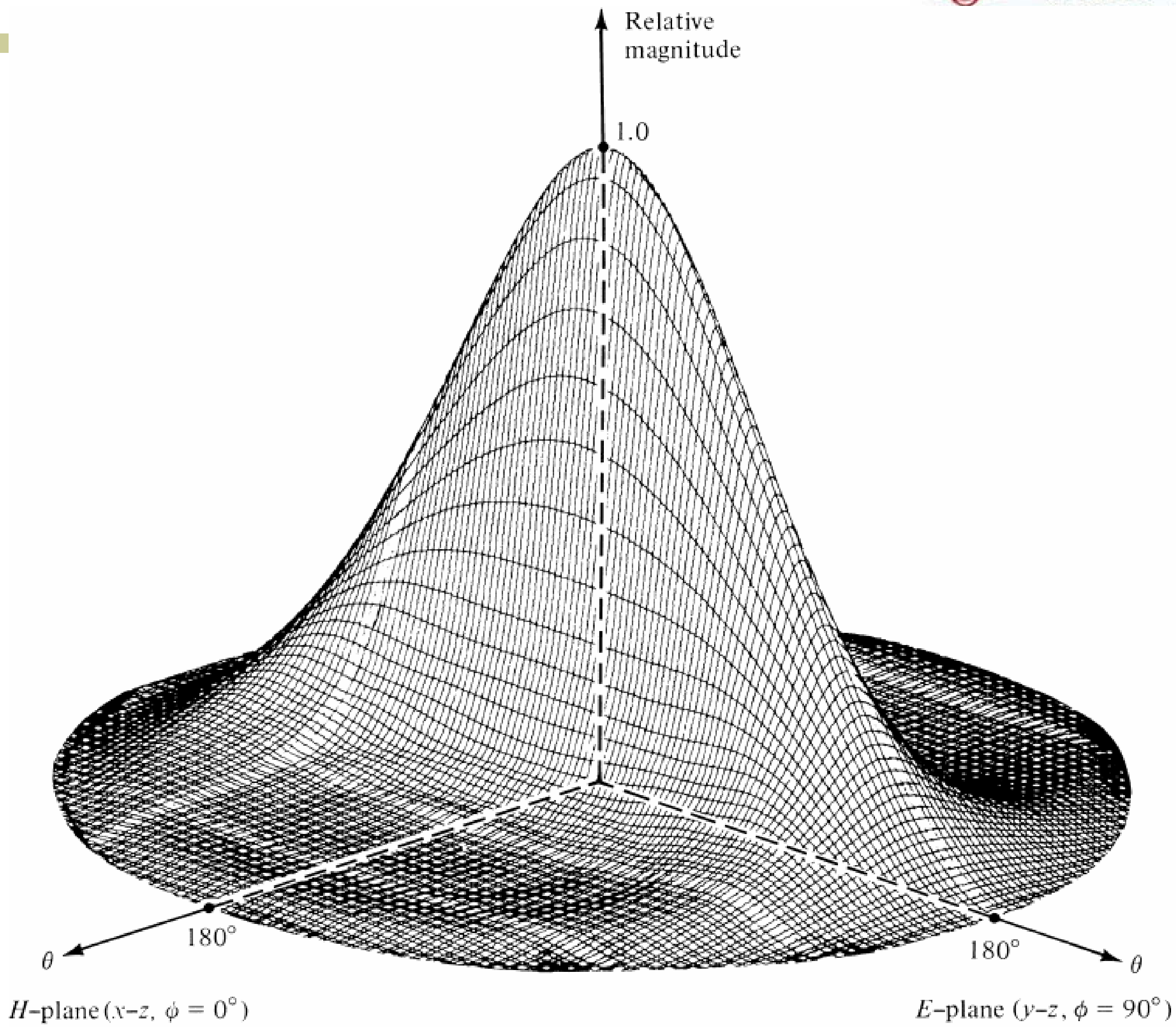


图11 H面喇叭天线3D电场辐射方向图

（$\rho_2=6\lambda$，$a_1=5.5\lambda$，$b=0.25\lambda$）

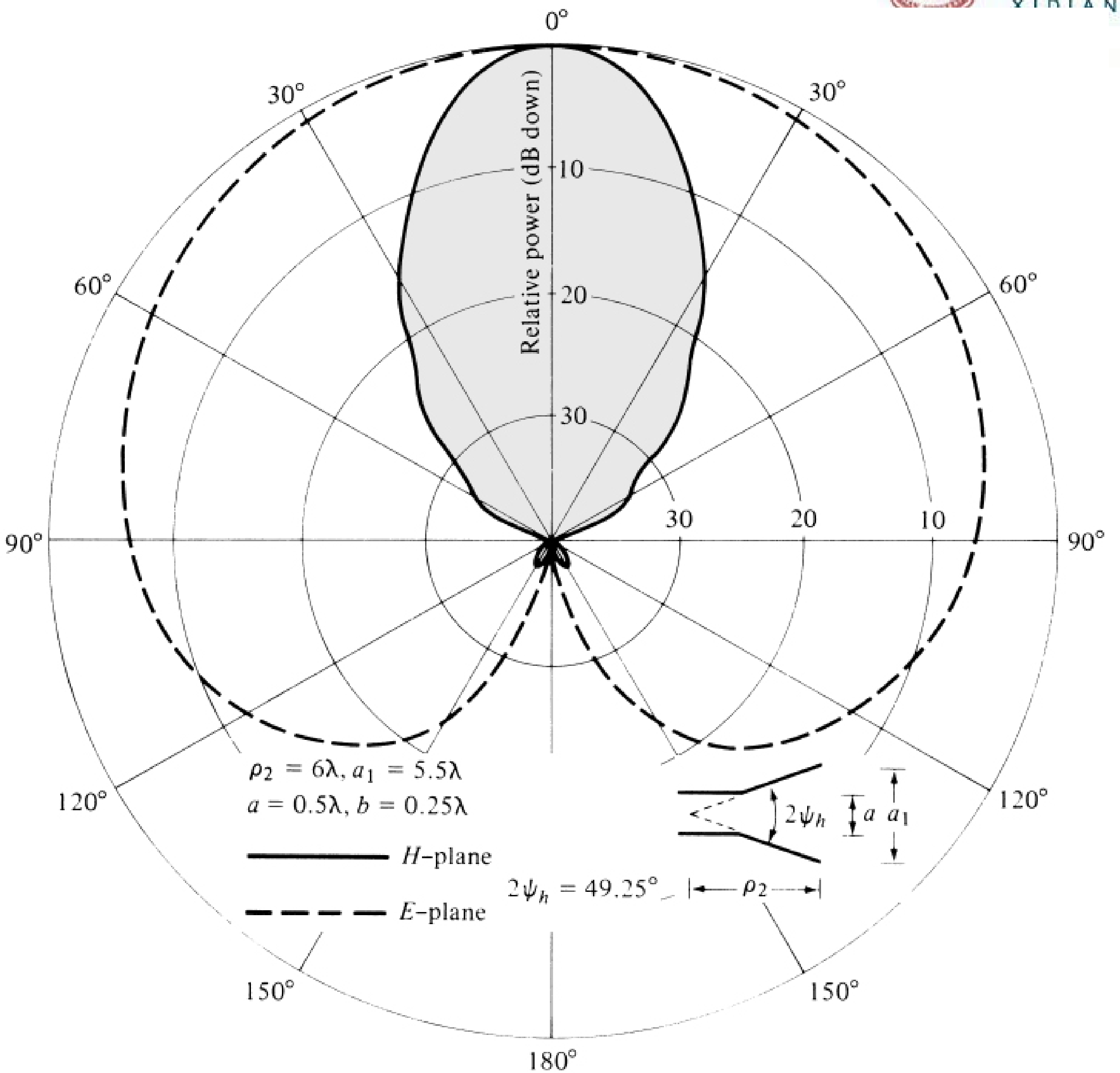


图12 H面喇叭天线2D主E面和主H面电场辐射方向图

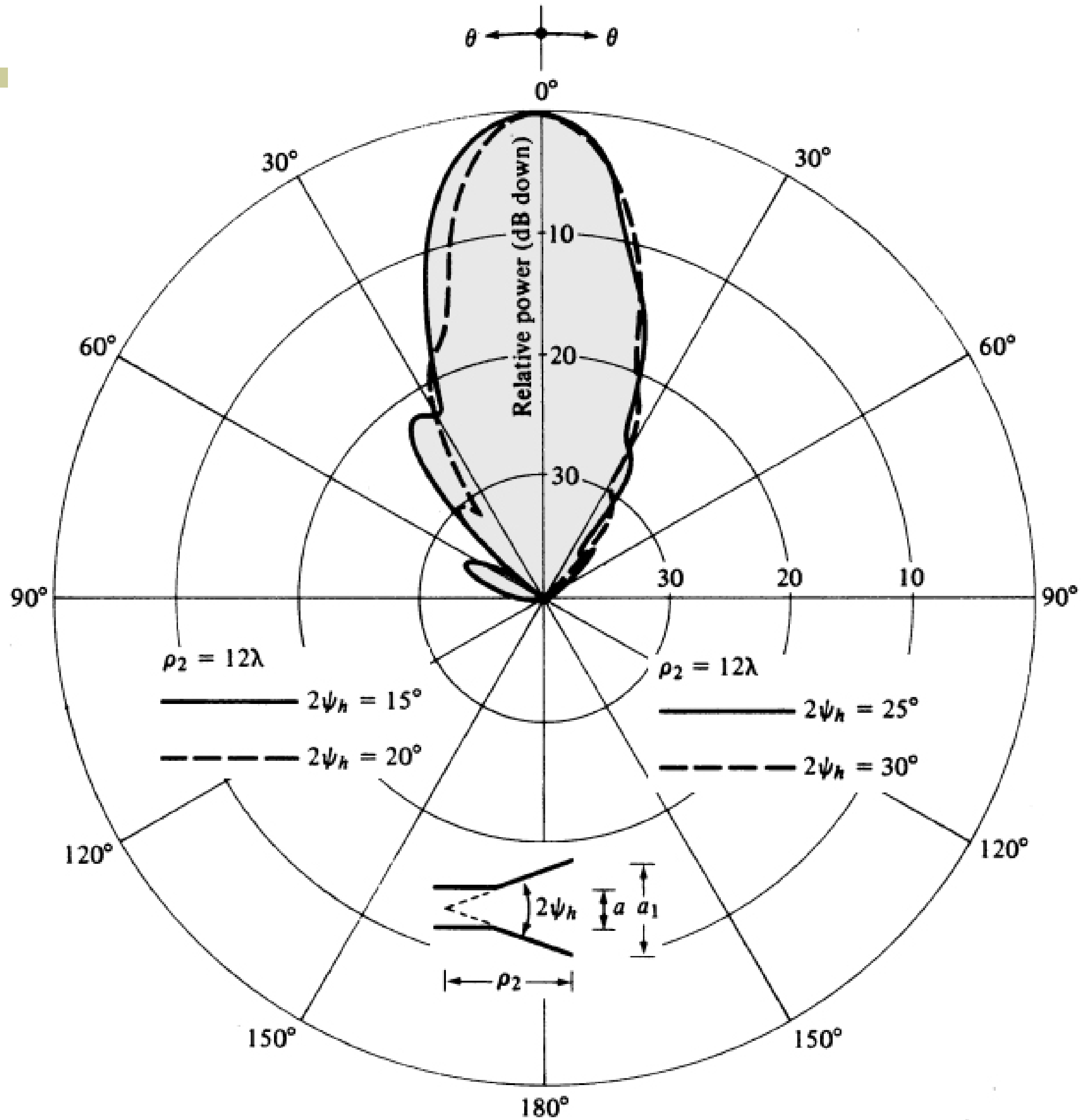


图13 E面喇叭天线2D主E面电场辐射方向图(等长不等张角)

主H面归一化方向图的通用曲线对应函数：

$$E_{\phi n} = \left[e^{jf_1} F(t_1', t_2') + e^{jf_2} F(t_1'', t_2'') \right] \tag{89}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k} = \frac{\rho_2}{2k}\left(k\sin\theta + \frac{\pi}{a_1} \right)^2 \\ &= \frac{\pi}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{a_1\sin\theta}\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{90}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{k_x''^2 \rho_2}{2k} = \frac{\rho_2}{2k}\left(k\sin\theta - \frac{\pi}{a_1} \right)^2 \\ &= \frac{\pi}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right)\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{a_1\sin\theta}\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{91}$$

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2\right) = 2\sqrt{t}\left[-1 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\right] \tag{92}$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2\right) = 2\sqrt{t}\left[+1 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\right] \tag{93}$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2} - k_x''\rho_2\right) = 2\sqrt{t}\left[-1 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\right] \qquad (94)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2} - k_x''\rho_2\right) = 2\sqrt{t}\left[+1 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{a_1}{\lambda}\sin\theta\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{t}\right)\right] \qquad (95)$$

$$t = \frac{a_1^2}{8\lambda\rho_2} \qquad (96)$$

主H面归一化方向图的通用曲线如图14所示，计算步骤与E面喇叭的主E面通用曲线相同。

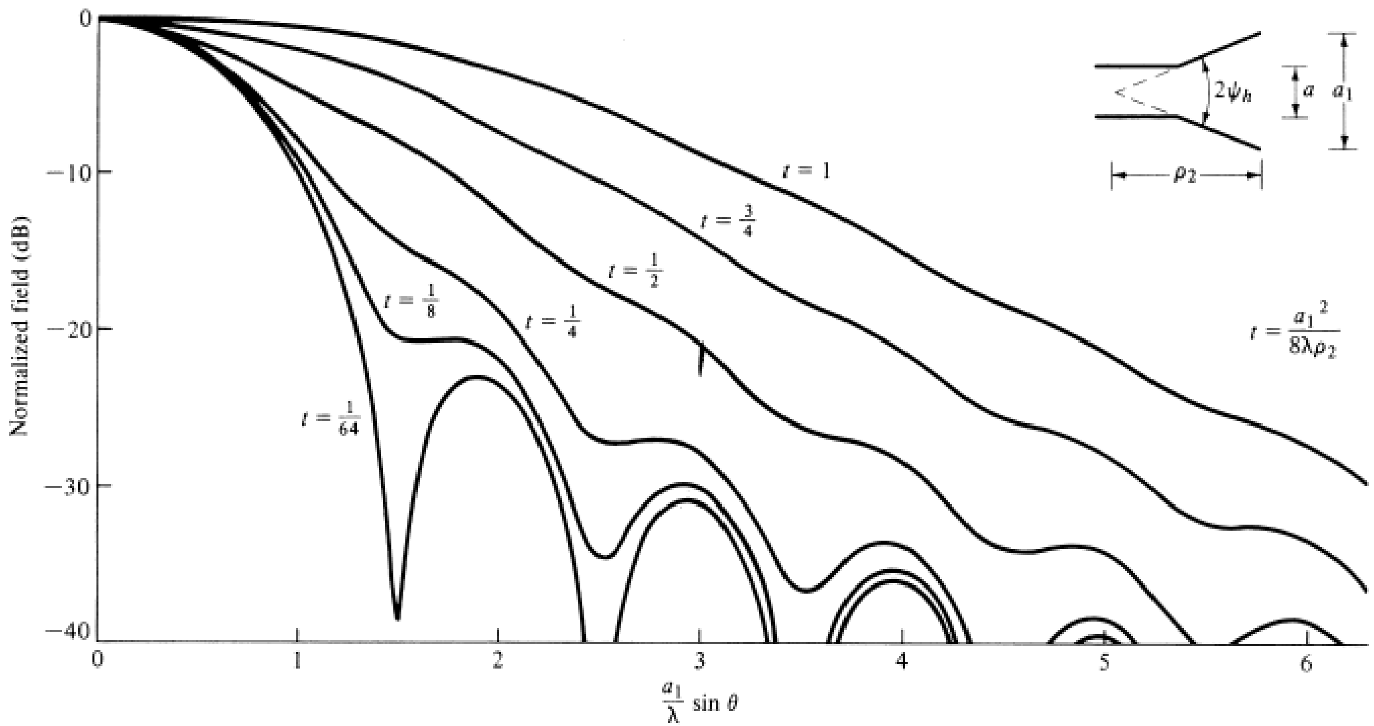


图14 H面喇叭天线主H面方向图通用曲线

H面扇形喇叭天线的方向性计算过程与E面扇形喇叭天线的方向性系数计算过程相同，H面喇叭天线最大辐射方向几近沿z轴朝向(θ=0°)，此时

$$
\begin{aligned}
|E_\theta|_{\max} = |E_2|\frac{b}{4r}\sqrt{\frac{2\rho_2}{\lambda}}\big|\sin\phi\{[C(t_2')+C(t_2'')-C(t_1') \\
-C(t_1'')]-j[S(t_2')+S(t_2'')-S(t_1')-S(t_2'')]\}\big|
\end{aligned}
\qquad (97)
$$

$$
t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2}-\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right) \qquad t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2}-\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right)
$$

$$
t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2}+\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right) = -t_2' = v \qquad (98)
$$

$$
t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2}+\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right) = -t_1' = u
$$

$$|E_\theta|_{\max}=|E_2|\frac{b}{r}\sqrt{\frac{\rho_2}{2\lambda}}\sin\phi\{[C(u)-C(v)]-j[S(u)-S(v)]\} \qquad (99)$$

$$u=t_2''=-t_1'=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(+\frac{ka_1}{2}+\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1}+\frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}}\right) \qquad (100)$$

$$v=t_1''=-t_2'=\sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}}\left(-\frac{ka_1}{2}+\frac{\pi}{a_1}\rho_2\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1}-\frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}}\right) \qquad (101)$$

类似地

$$|E_\phi|_{\max}=|E_2|\frac{b}{r}\sqrt{\frac{\rho_2}{2\lambda}}\cos\phi\{[C(u)-C(v)]-j[S(u)-S(v)]\} \qquad (102)$$

于是

$$|\mathbf{E}|_{\max}=\sqrt{|E_\theta|_{\max}^2+|E_\phi|_{\max}^2}=|E_2|\frac{b}{r}\frac{\sqrt{\rho_2}}{2\lambda}\{[C(u)-C(v)]^2+[S(u)-S(v)]^2\} \qquad (103)$$

而

$$P_{\text{rad}} = |E_2|^2 \frac{ba_1}{4\eta} \qquad (104)$$

则H面扇形喇叭天线的方向性系数为

$$D_H = \frac{4\pi U_{\max}}{\text{P}_{\text{rad}}} = \frac{4\pi b\rho_2}{a_1\lambda} \times \left\{ [C(u)-C(v)]^2 + [S(u)-S(v)]^2 \right\} \quad (105)$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1} + \frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}} \right)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1} - \frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}} \right)$$

H面半功率波束宽度以及归一化方向性系数如图15和图16所示，其变化规律与E面喇叭的E面半功率波束宽度与归一化方向性系数的变化规律类似。

图15 H面喇叭天线H面方向图

半功率波束宽度随张角的变化

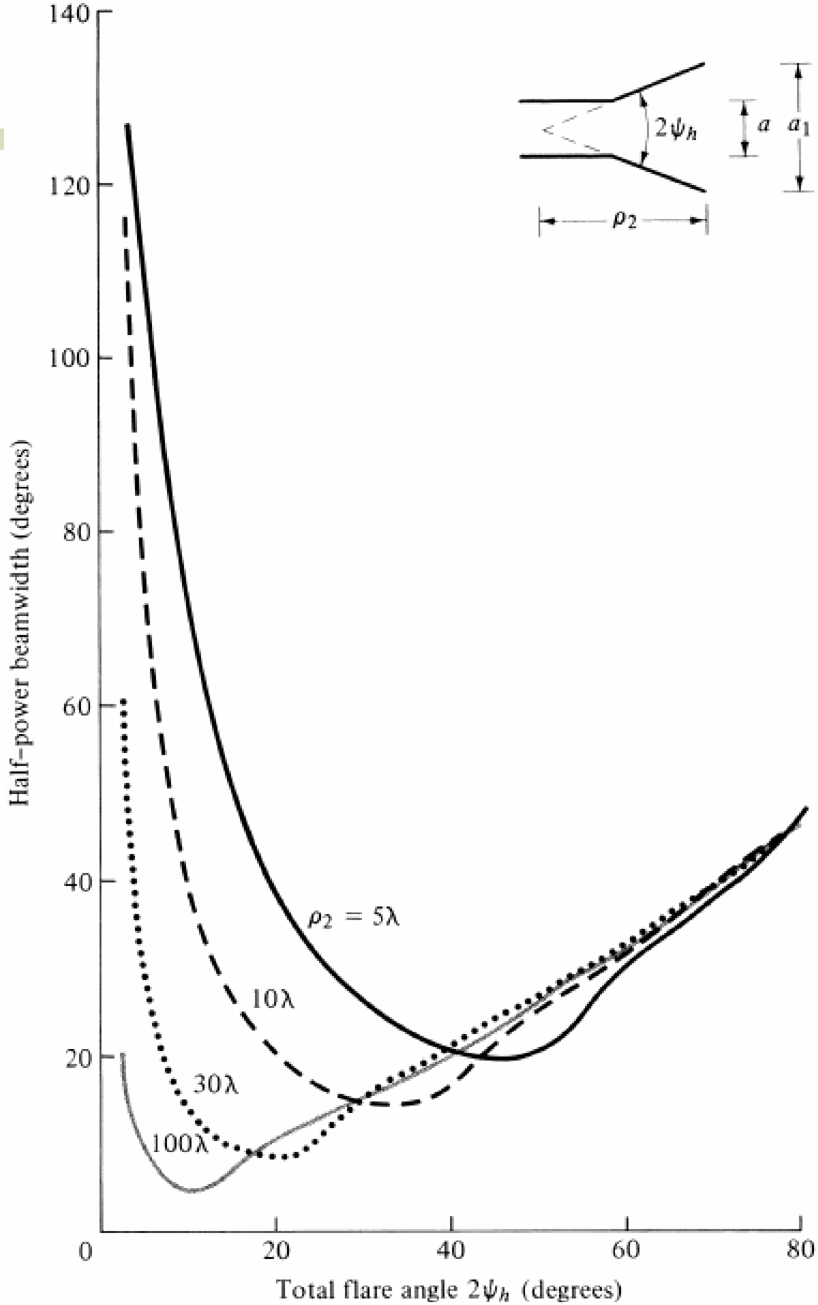
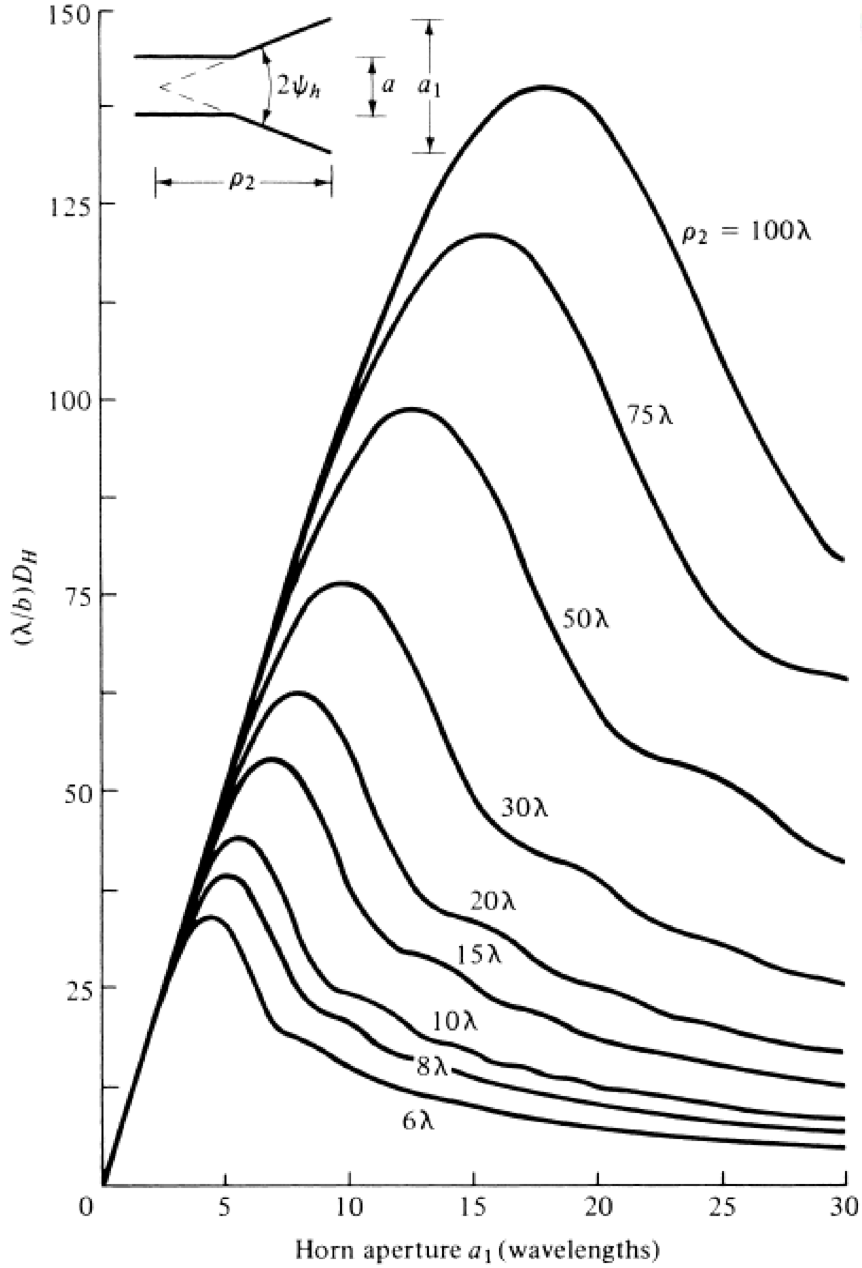


图16 H面喇叭天线归一化
方向性系数



对应图16中方向性系数最大值的a_1近似为

$$a_1 \simeq \sqrt{3\lambda\rho_1} \qquad (106)$$

此时t为

$$t\Big|_{a_1=\sqrt{3\lambda\rho_1}} = t_{op} = \left.\frac{a_1^2}{8\lambda\rho_2}\right|_{a_1=\sqrt{3\lambda\rho_1}} = \frac{3}{8} \qquad (107)$$

另一种计算方向性系数的步骤为

①计算A

$$A = \frac{a_1}{\lambda}\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}} \qquad (108)$$

②如果A>2，从图17中读出G_H，否则计算$G_H = \frac{32}{\pi}A \qquad (109)$

③计算D_H

$$D_H = \frac{b}{\lambda}\frac{G_H}{\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}} \qquad (110)$$

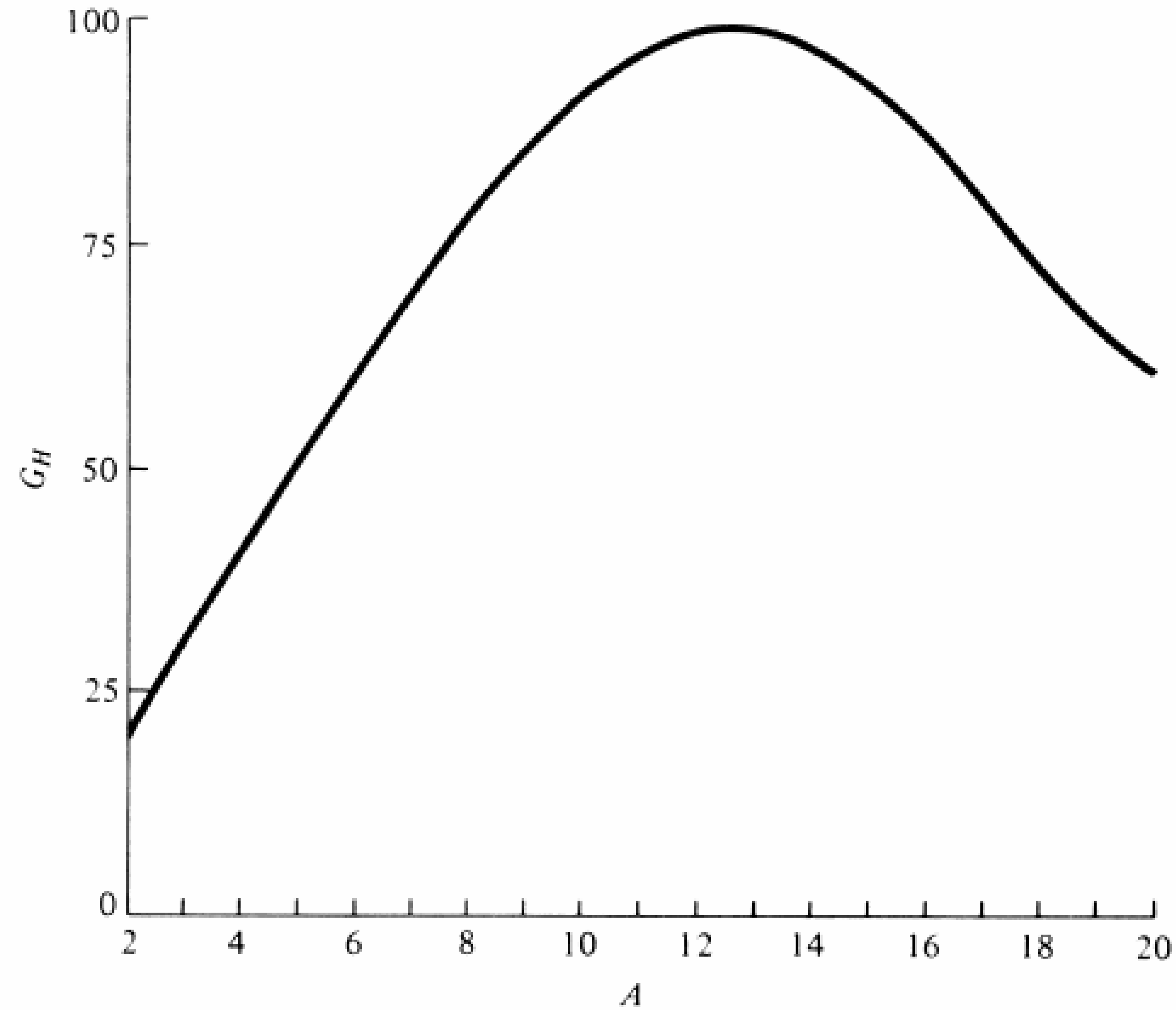


图17 $G_H(A)$文献：E.H.Braun, “Some Data for the Design of Electromagnetic Horns,” IRE Trans. Antennas Propagat. 4(1), pp. 29-30, Jan 1956.

例3：H面喇叭尺寸a=0.5λ,b=0.25λ,a_1=5.5λ,ρ_2=6λ.分别根据(105)和(110)计算方向性系数.

解：首先 $u=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{6}}{5.5}+\frac{5.5}{\sqrt{6}}\right)=1.9 \quad v=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{6}}{5.5}-\frac{5.5}{\sqrt{6}}\right)=-1.273$

而 $C(1.9)=0.394 \quad C(-1.273)=-C(1.273)=-0.659$

$S(1.9)=0.373 \quad S(-1.273)=-S(1.273)=-0.669$

$$D_H=\frac{4\pi(0.25)6}{5.5}\left[(0.394+0.659)^2+(0.373+0.669)^2\right]=7.52=8.763\,\mathrm{dB}$$

为采用(109)，先计算 $\rho_h=\lambda\sqrt{(6)^2+(5.5/2)^2}=6.6\lambda$

$$\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}=\sqrt{\frac{50}{6.6}}=2.7524 \quad A=5.5(2.7524)=15.14$$

从图17中读入G_H=91.8，于是

$$D_H=\frac{0.25(91.8)}{2.7524}=8.338=9.21\,\mathrm{dB}$$

角锥喇叭天线如图18所示，结合E面和H面扇形喇叭天线分析过程，首先写出角锥喇叭孔径面上的切向电场和磁场为

$$E'_y(x',y') \simeq E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]} \tag{111}$$

$$H'_x(x',y') \simeq -\frac{E_0}{\eta}\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]} \tag{112}$$

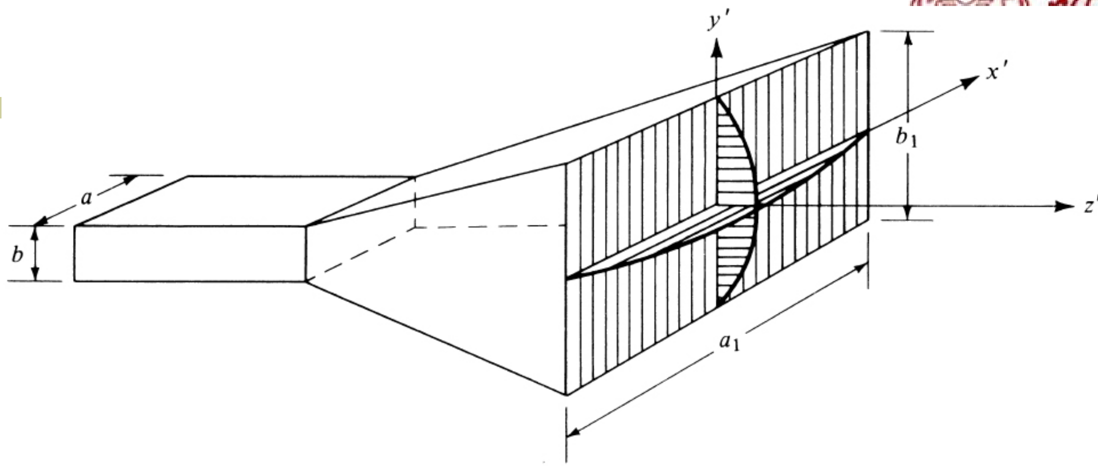
等效电流源和磁流源密度为

$$J_y(x',y') \simeq -\frac{E_0}{\eta}\cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]} \tag{113}$$

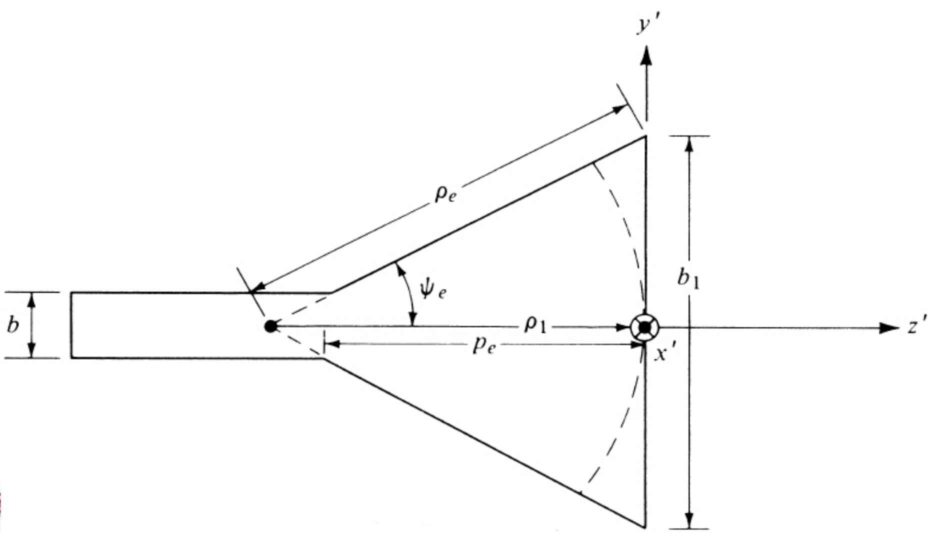
$$M_x(x',y') \simeq E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right)e^{-j[k(x'^2/\rho_2+y'^2/\rho_1)/2]} \tag{114}$$

注意在x'和y'方向上均存在二次相位校正项。

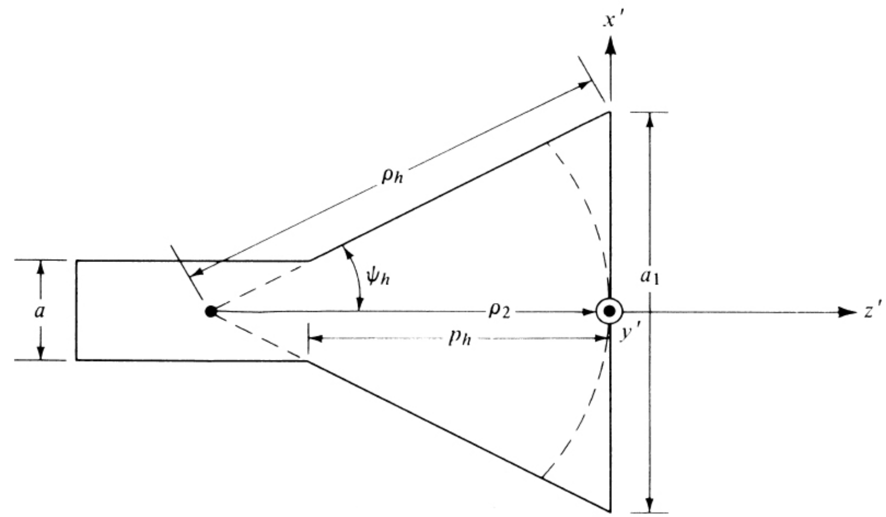
喇叭天线原理



（a） 角锥喇叭天线



（b） 侧视图-E面



（c） 俯视图-H面

图18 角锥喇叭天线及坐标系

N_θ，N_ϕ，L_θ和L_ϕ仍可通过对电、磁流源积分得到

$$N_\theta = -\frac{E_0}{\eta}\cos\theta\sin\phi I_1 I_2 \qquad (115)$$

$$N_\phi = -\frac{E_0}{\eta}\cos\phi I_1 I_2 \qquad (116)$$

$$L_\theta = E_0\cos\theta\cos\phi I_1 I_2 \qquad (117)$$

$$L_\phi = -E_0\sin\phi I_1 I_2 \qquad (118)$$

其中

$$I_1 = \int_{-a_1/2}^{+a_1/2}\cos\left(\frac{\pi}{a_1}x'\right)e^{-jk\left[\delta(x')-x'\sin\theta\cos\phi\right]}dx' \qquad (119或67)$$

$$I_2 = \int_{-b_1/2}^{+b_1/2}e^{-jk\left[\delta(y')-y'\sin\theta\cos\phi\right]}dy' \qquad (120或18)$$

$$I_1=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}}\Big(e^{j\left(k_x'^2\rho_2/2k\right)}\left\{\left[C\left(t_2'\right)-C\left(t_1'\right)\right]-j\left[S\left(t_2'\right)-S\left(t_1'\right)\right]\right\}+e^{j\left(k_x''^2\rho_2/2k\right)}\left\{\left[C\left(t_2''\right)-C\left(t_1''\right)\right]-j\left[S\left(t_2''\right)-S\left(t_1''\right)\right]\right\}\Big) \quad (121)$$

$$I_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}}e^{j\left(k_y^2\rho_1/2k\right)}\left\{\left[C\left(t_2\right)-C\left(t_1\right)\right]-j\left[S\left(t_2\right)-S\left(t_1\right)\right]\right\} \quad (122)$$

远区辐射场为

$$E_r \simeq 0 \qquad (123)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(L_\phi+\eta N_\theta\right)=j\frac{kE_0e^{-jkr}}{4\pi r}[\sin\phi(1+\cos\theta)I_1I_2] \quad (124)$$

$$E_\phi \simeq +\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(L_\theta-\eta N_\phi\right)=j\frac{kE_0e^{-jkr}}{4\pi r}[\cos\phi(\cos\theta+1)I_1I_2] \quad (125)$$

由(124)和(125)可作出归一化的角锥喇叭的3D电场辐射方向图，如图19所示,由于主E面和主H面的孔径同时展宽，方向图在主E面和主H面上波束宽度都变窄，并且在过z轴的任意平面内也变窄；在主E面上($\phi=\pi/2$)，除了归一化因子不同外，其与E面扇形喇叭具有相同的主E面方向图，同时在主H面上($\phi=0$)，其与H面扇形喇叭具有相同的主H面方向图。图19显示的方向图最大值沿着z轴，若改变其中的a_1参量使其等于12λ，此时3D方向图如图20所示，由于孔径面上的相位锥削，孔径面上各部分因相位差异使其沿z轴远区场并非同相叠加，使得最大值不再沿着z轴，其相应的主E面和主H面方向图如图21所示。

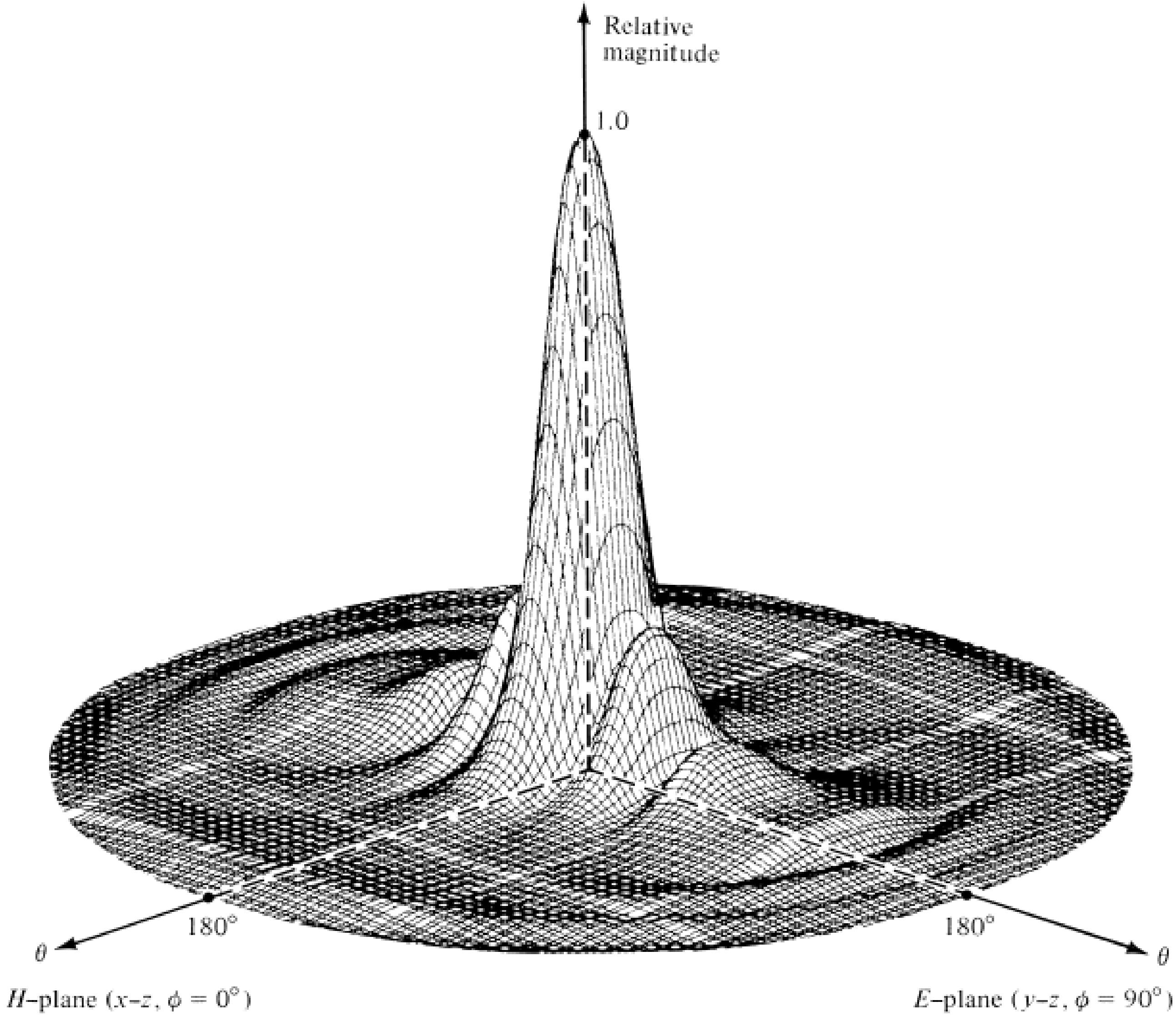


图19 角锥喇叭3D电场归一化辐射方向图

（$\rho_1=\rho_2=6\lambda$，$a_1=5.5\lambda$，$b_1=2.75\lambda$，$a=0.5\lambda$，$b=0.25\lambda$）

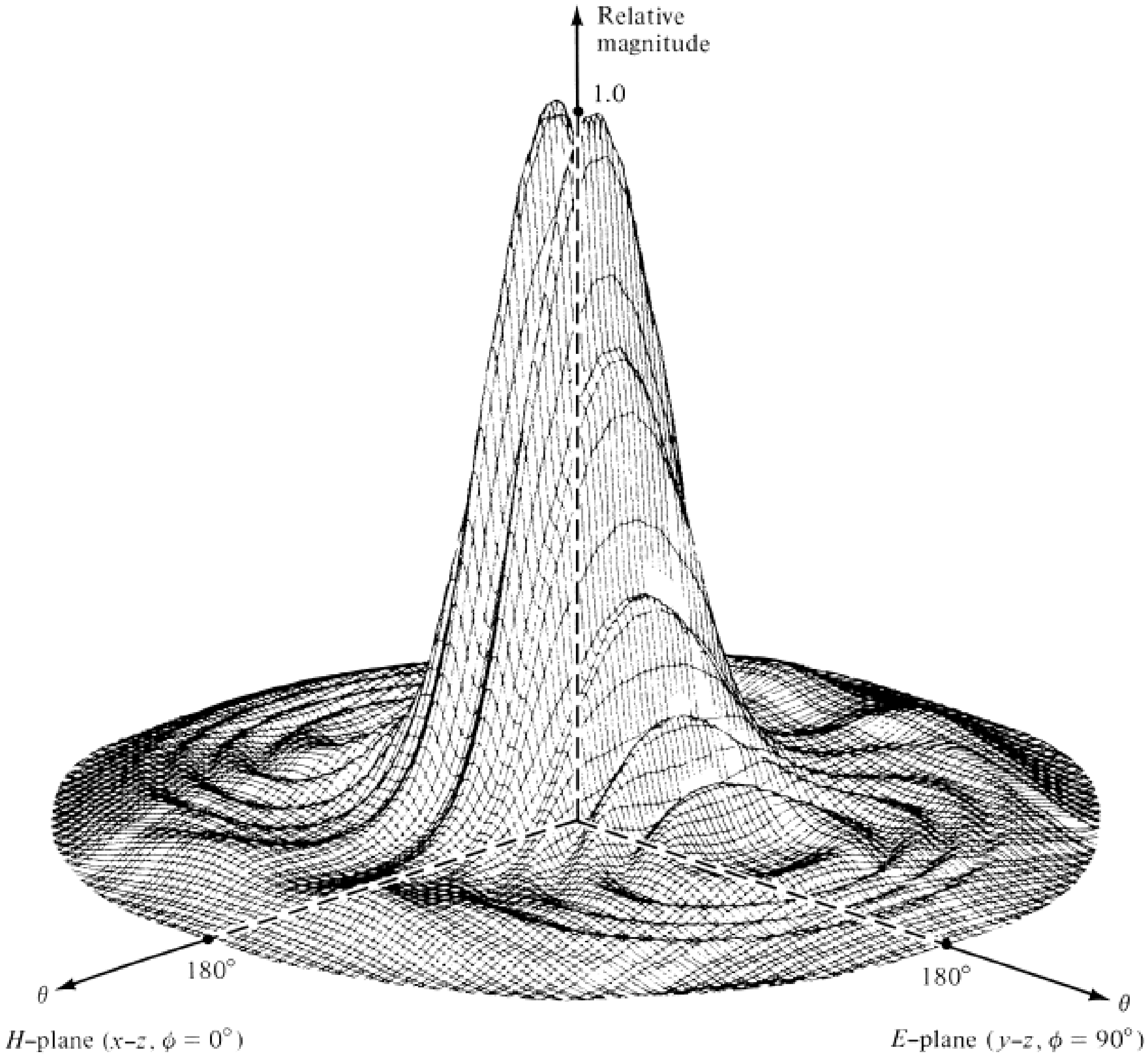


图20 角锥喇叭3D电场归一化辐射方向图

（$\rho_1=\rho_2=6\lambda$，$a_1=12\lambda$，$b_1=2.75\lambda$，$a=0.5\lambda$，$b=0.25\lambda$）

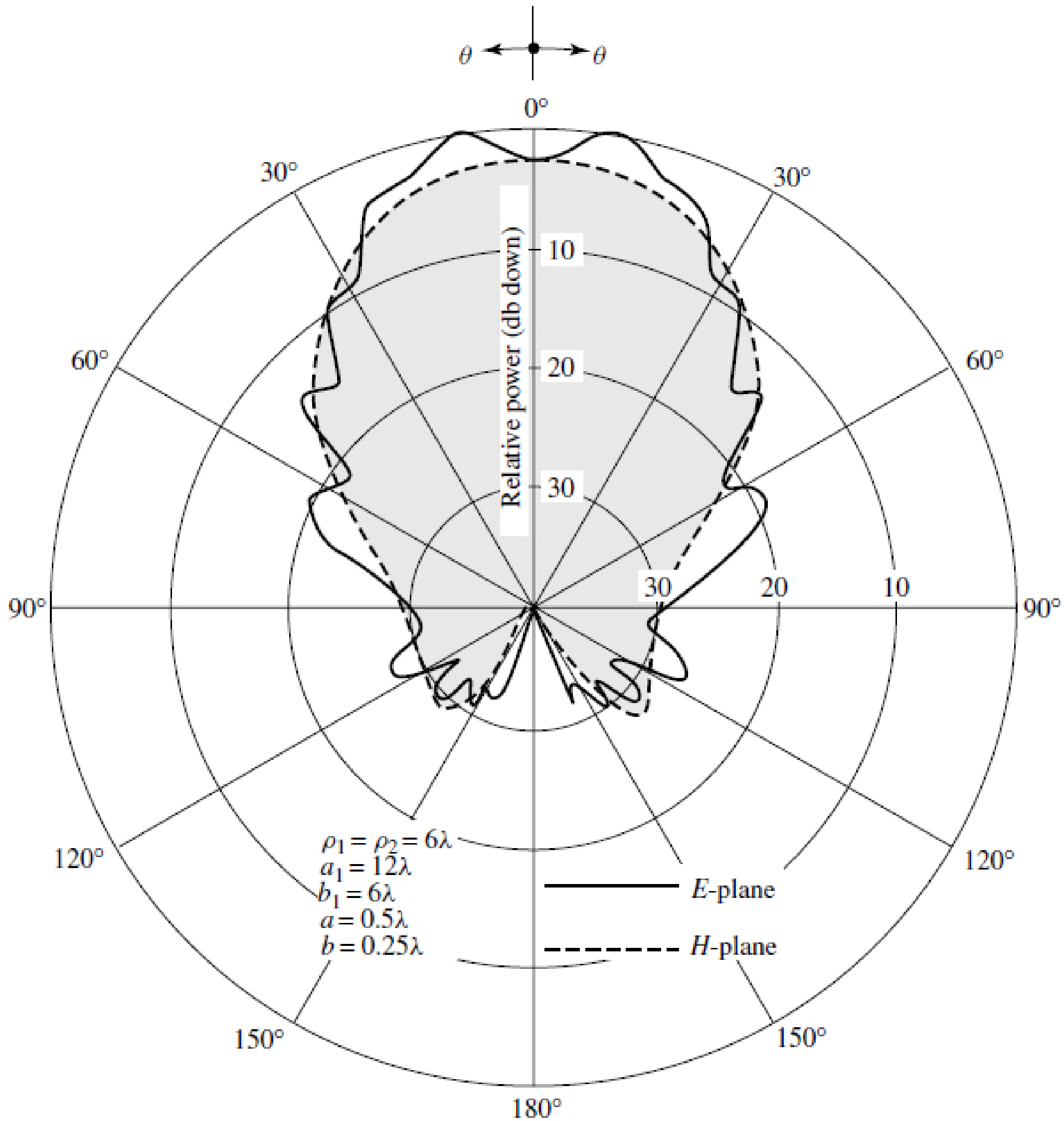


图21 角锥喇叭E面H面方向图，最大值不在z轴上

参考图18，要设计出一个实际的角锥喇叭，物理尺寸上须满足$p_e=p_h$。

$$p_e=(b_1-b)\left[\left(\frac{\rho_e}{b_1}\right)^2-\frac{1}{4}\right]^{1/2} \qquad (126)$$

$$p_h=(a_1-a)\left[\left(\frac{\rho_h}{a_1}\right)^2-\frac{1}{4}\right]^{1/2} \qquad (127)$$

图19和图20中所标示出的物理参数皆满足$p_e=p_h$。此外，(123)-(125)远区辐射场计算公式在主瓣和初级旁瓣是较为精确的，而远离此区域尤其是远区旁瓣，会与实测结果产生偏差，原因是在理论推导过程中忽略了喇叭孔径边缘产生的衍射效应，为了精确的考虑此效应，必须采用全波仿真技术，如矩量法(Feko, MoM)，时域有限差分法(CST, FDTD)或有限元法(HFSS, FEM)。

还需注意的是本讲中已出现的方向图都是主极化(copolarization)方向图，然而实际天线总是存在与主极化正交的交叉极化(cross polarization)。对于性能良好的喇叭天线而言，交叉极化应比主极化小30dB以上。同E面和H面扇形喇叭天线一样，对于天线工程师而言，角锥喇叭的方向性至关重要，它的推导过程与E面和H面扇形喇叭天线方向性的推导完全一致，直接给出结果如下：

$$\left|E_\theta\right|_{\max} = \left|E_0 \sin\phi\right| \frac{\sqrt{\rho_1\rho_2}}{r}\{[C(u)-C(v)]^2+[S(u)-S(v)]^2\}^{1/2} \times\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right]^{1/2} \tag{128}$$

$$\left|E_\phi\right|_{\max} = \left|E_0 \cos\phi\right| \frac{\sqrt{\rho_1\rho_2}}{r}\{[C(u)-C(v)]^2 + [S(u)-S(v)]^2\}^{1/2}$$

$$\times\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right]^{1/2} \qquad (129)$$

$$U_{\max} = \frac{r^2}{2\eta}|\mathbf{E}|^2_{\max} = |E_0|^2\frac{\rho_1\rho_2}{2\eta}\times\left\{[C(u)-C(v)]^2 + [S(u)-S(v)]^2\right\}$$

$$\times\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right]^{1/2} \qquad (130)$$

$$P_{\text{rad}} = \left|E_2\right|^2\frac{a_1 b_1}{4\eta} \qquad (131)$$

$$D_p=\frac{4\pi U_{\max}}{\mathrm{P}_{\mathrm{rad}}}=\frac{8\pi\rho_1\rho_2}{a_1b_1}\times\left\{[C(u)-C(v)]^2+[S(u)-S(v)]^2\right\}$$

$$\times\left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)+S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right)\right]^{1/2} \qquad (132)$$

结合E面扇形喇叭和H面扇形喇叭的方向性系数公式(51)和(105)，(132)可简化为

$$D_p=\frac{\pi\lambda^2}{32ab}D_ED_H \qquad (133)$$

依据Braun工作，另一种计算角锥喇叭方向性系数的方法为

①计算A与B

$$A=\frac{a_1}{\lambda}\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}} \qquad B=\frac{b_1}{\lambda}\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} \qquad (134)$$

②依据A与B，从图17和图9读出G_H和G_E，如果A或B其中一个小于2，或者两者同时小于2，则应采用下式计算

$$G_H=\frac{32}{\pi}A \qquad G_E=\frac{32}{\pi}B \qquad (135)$$

③计算D_p，式中D_E和D_H分别见式(57)和(110)

$$D_p=\frac{G_E G_H}{\frac{32}{\pi}\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}}\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}}=\frac{G_E G_H}{10.1859\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}}\sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}} \qquad (136)$$

$$=\frac{\lambda^2\pi}{32ab}D_E D_H$$

例4：角锥喇叭尺寸a=0.5λ,b=0.25λ,a_1=5.5λ, b_1=2.75λ，ρ_1= ρ_2=6λ，此喇叭天线是否物理可实现，如果可以试计算其方向性。

解：从例2和例3可知 $\rho_e = 6.1555\lambda \quad \rho_h = 6.6\lambda$

则 $$p_e = (2.75-0.25)\lambda\sqrt{\left(\frac{6.1555}{2.75}\right)^2 - \frac{1}{4}} = 5.454\lambda$$

$$p_h = (5.5-0.5)\lambda\sqrt{\left(\frac{6}{5.5}\right)^2 - \frac{1}{4}} = 5.454\lambda$$

满足p_e=p_h，物理可实现。

利用式(133)，结合例2和例3中D_E(51)和D_H (105)的计算结果

$$D_p = \frac{\pi\lambda^2}{32ab}D_E D_H = \frac{\pi}{32(0.5)0.25}(12.79)(7.52) = 75.54 = 18.78\,\text{dB}$$

若利用式(136)，结合例2和例3中D_E(57)和D_H (110)的计算结果

$$D_p = \frac{\pi\lambda^2}{32ab} D_E D_H = \frac{\pi}{32(0.5)0.25}(12.89)(8.338) = 84.41 = 19.26\ \mathrm{dB}$$

两种方法的计算结果较为一致。

角锥喇叭天线通常作为增益比较法中的标准天线，来测试其他天线的增益和方向图等性能。喇叭天线的设计问题通常是已知G_0和馈电波导的尺寸a和b，来求解其余的尺寸(a_1,b_1, ρ_e, ρ_h,p_e,p_h)，以使设计出的角锥喇叭天线具有最优的增益。首先b_1和a_1取值应使得相应E面和H面扇形喇叭天线具有最大方向性，考虑到喇叭天线的效率约等于50%，结合有效接收面积的定义，可由下式联系增益和角锥喇叭孔径尺寸：

$$G_0=\frac{1}{2}\frac{4\pi}{\lambda^2}(a_1b_1)=\frac{2\pi}{\lambda^2}\sqrt{3\lambda\rho_2}\sqrt{3\lambda\rho_1}\simeq\frac{2\pi}{\lambda^2}\sqrt{3\lambda\rho_h}\sqrt{3\lambda\rho_e}\quad(137)$$

对于长的喇叭天线，$\rho_2\approx\rho_h$，$\rho_1\approx\rho_e$。考虑到角锥喇叭的物理可实现性，(126)和(127)式描述的p_e与p_h相等。

联立(126)，(127)和(137)有

$$\left(\sqrt{2\chi}-\frac{b}{\lambda}\right)^2(2\chi-1)=\left(\frac{G_0}{2\pi}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\frac{1}{\sqrt{\chi}}-\frac{a}{\lambda}\right)^2\left(\frac{G_0^2}{6\pi^3}\frac{1}{\chi}-1\right) \quad (138)$$

其中

$$\frac{\rho_e}{\lambda}=\chi \qquad \frac{\rho_h}{\lambda}=\frac{G_0^2}{8\pi^3}\left(\frac{1}{\chi}\right) \quad (139)$$

(138)是喇叭天线方程，若给定χ初始值为

$$\chi(\text{trial})=\chi_1=\frac{G_0}{2\pi\sqrt{2\pi}} \quad (140)$$

式(138)可采用数值方法求解。

例5：设计X波段(8.2-12.4 GHz)最优增益角锥喇叭天线，使其在f=11 GHz时增益为22.6，该喇叭由WR90波导(a=0.9 in=22.86 mm，b=0.4 in=10.16 mm) 馈电。

解：$G_0(\mathrm{dB}) = 22.6\ \mathrm{dB} = 10\log_{10} G_0 \Rightarrow G_0 = 10^{2.26} = 181.97$

因为f=11 GHz，λ =2.7273 cm，则 $a = 0.8382\lambda$，$b = 0.3725\lambda$

① χ 初值为

$$\chi_1 = \frac{181.97}{2\pi\sqrt{2\pi}} = 11.5539$$

不满足(138)，经过数值求解可得 χ =11.1157.

②将 χ 代入(139)，可得 $\rho_e = 11.1157\lambda = 30.316\ \mathrm{cm} = 11.935\ \mathrm{in}$

$$\rho_h = 4.715\lambda = 12.859\ \mathrm{cm} = 5.063\ \mathrm{in}$$

③则a_1和b_1值为 $a_1 = 6.002\lambda = 16.370\ \mathrm{cm} = 6.445\ \mathrm{in}$

$$b_1 = 4.715\lambda = 12.859\ \mathrm{cm} = 5.063\ \mathrm{in}$$

④p_e和p_h值为 $p_e = p_h = 10.005\lambda = 27.286\ \mathrm{cm} = 10.743\ \mathrm{in}$

理论与仿真工具是天线设计两个不可或缺的基本要素，在注重理论学习的同时，也应精通地应用一种或几种全波建模和仿真工具，这是一个天线工程师所必需具备的能力。当然，真正使天线成为“天线”的，还应是最终的测试，它是使天线得到升华的关键要素。我们将利用Ansys HFSS对例5中的天线进行全波仿真，并将全波仿真结果同理论计算结果相比较，以深化对喇叭天线原理与设计的认识。

重点介绍Ansys HFSS，给大家提供了一个pdf文档，可使大家对HFSS有一个概要的认识，尤其是要理解HFSS采用了哪些技术做到对特定电磁结构的高效分析，如果要使用该功能，在理解相关算法的基础上，如何高效的设置软件的运行环境以及选择最适合的求解器，这是天线工程师必需要努力实践方能获取的能力。

做电磁仿真设计，目标是准，快，稳！

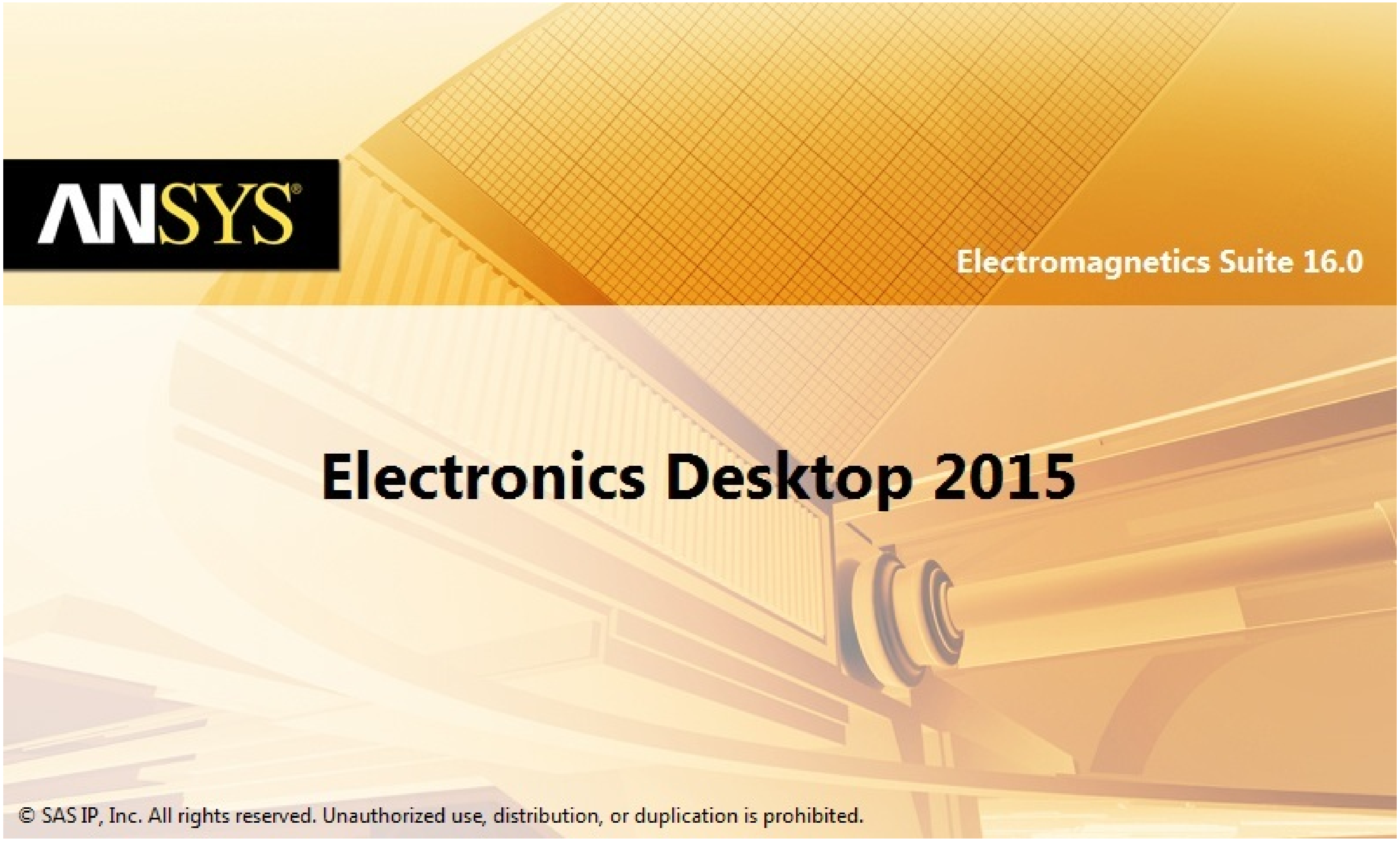


图22 ANSYS Electronics Desktop 2015启动界面

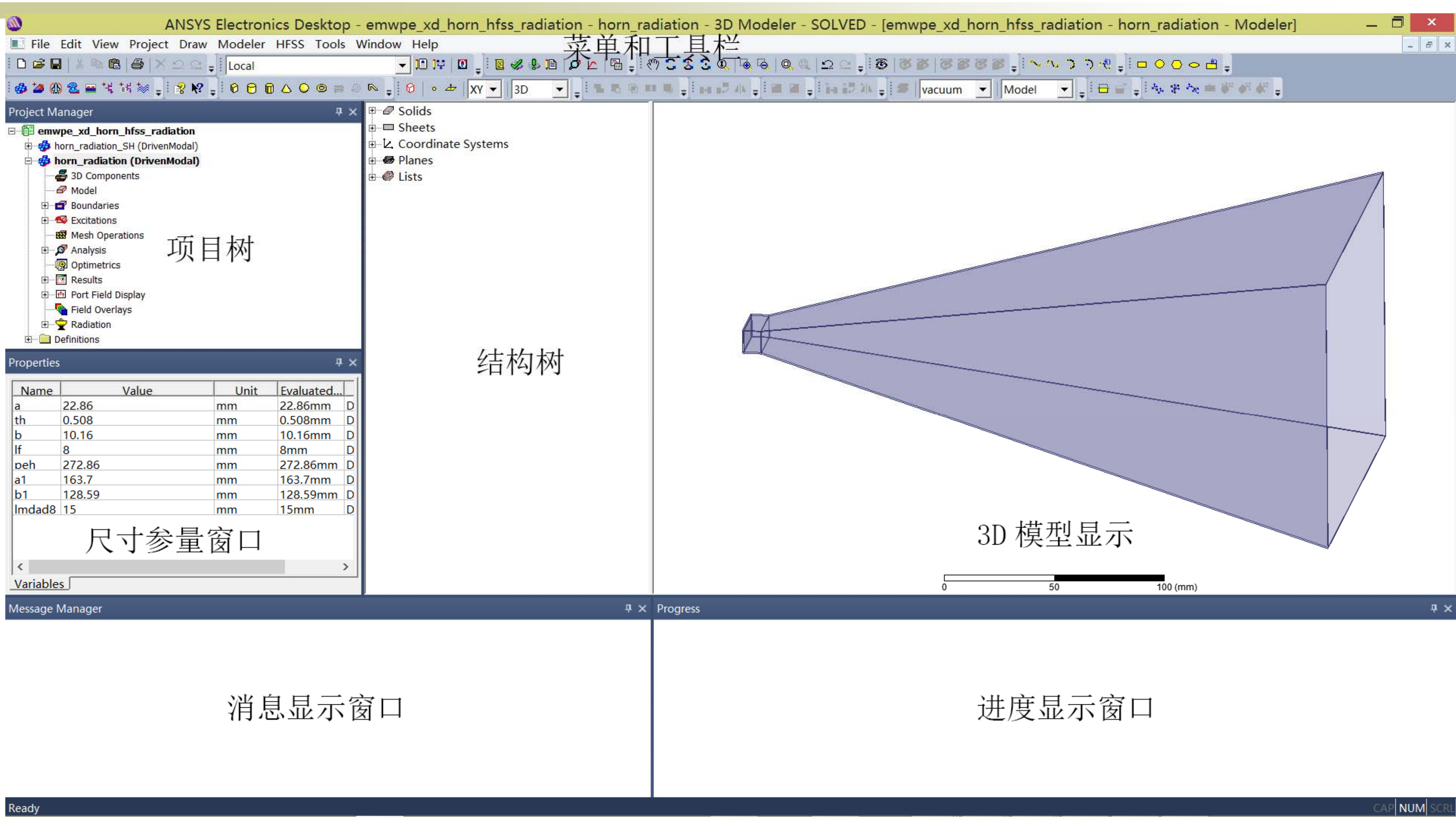


图23 ANSYS HFSS工作界面

按照例5中计算所得尺寸在Ansys HFSS中建模，基于HFSS中强大的Modeling功能，可快速建立喇叭天线的锥台。采用有限元求解器，Driven Model激励方式，求解过程如图24所示。

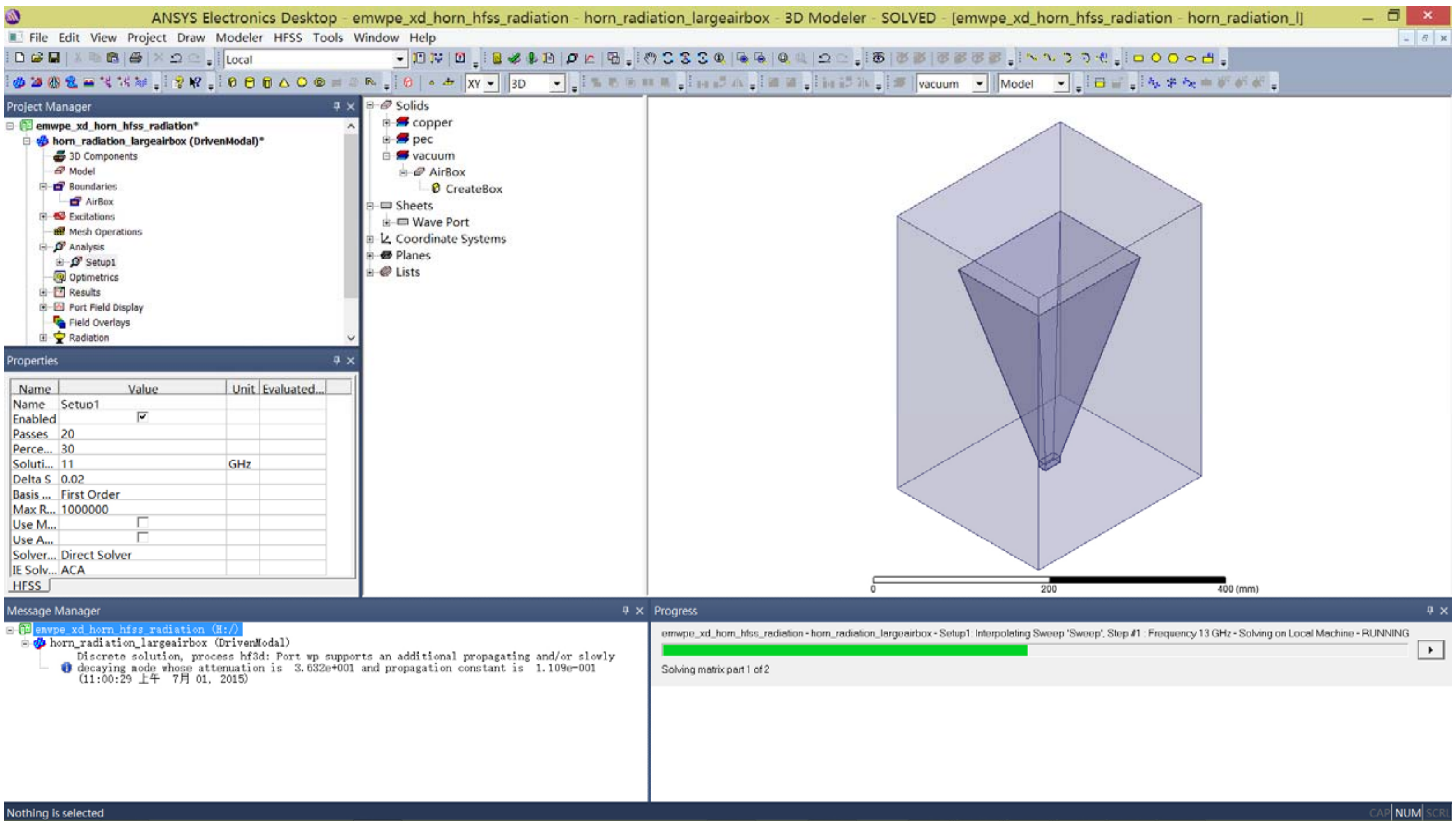
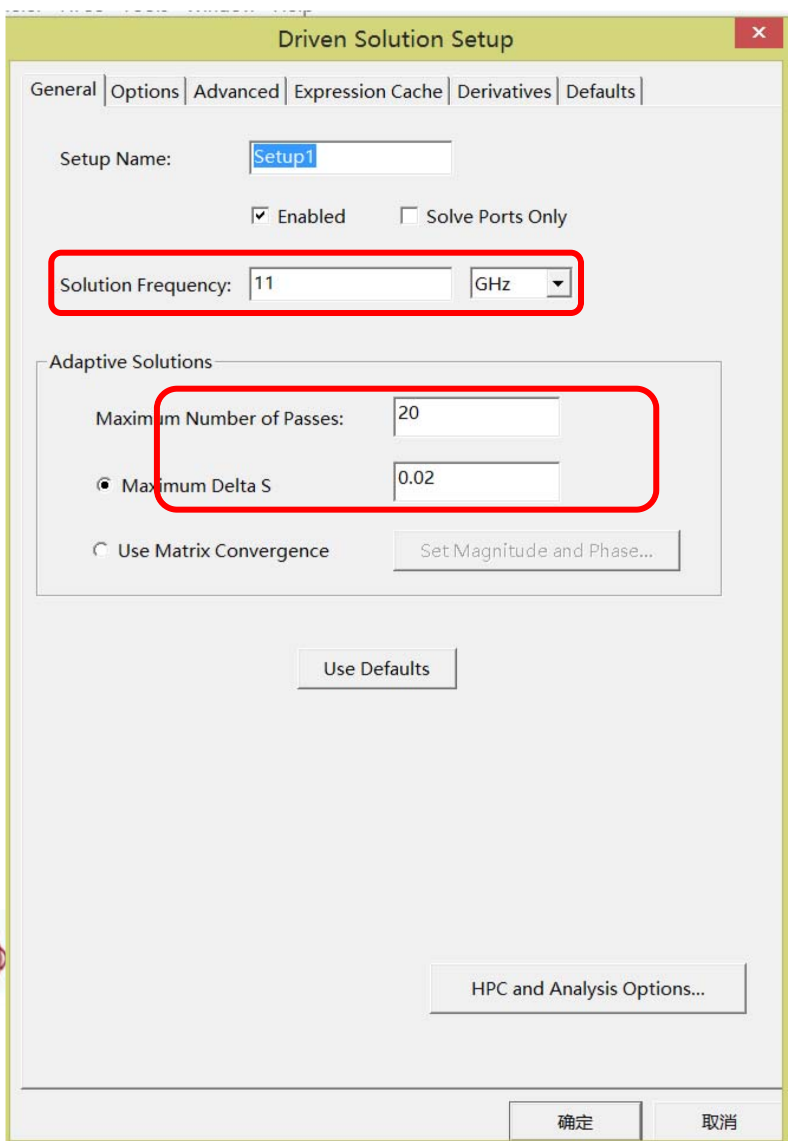


图24 ANSYS HFSS迭代求解中

准（精度）要求网格的精细剖分



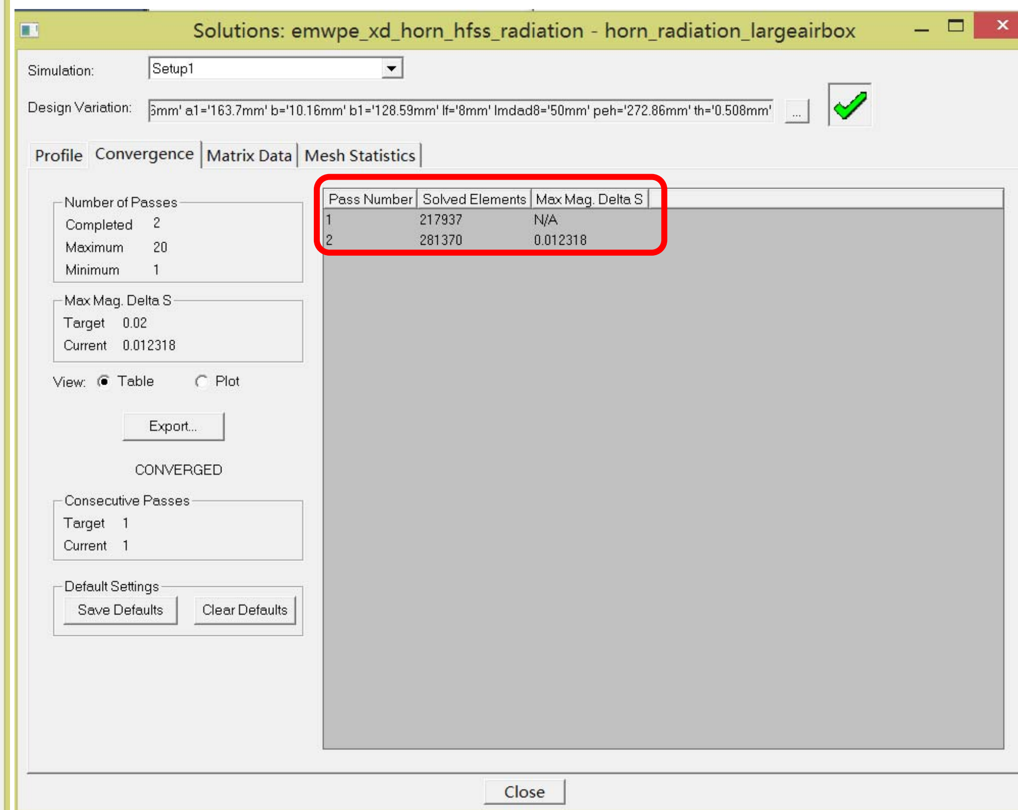


图24 ANSYS HFSS求解精度基于网格剖分数量

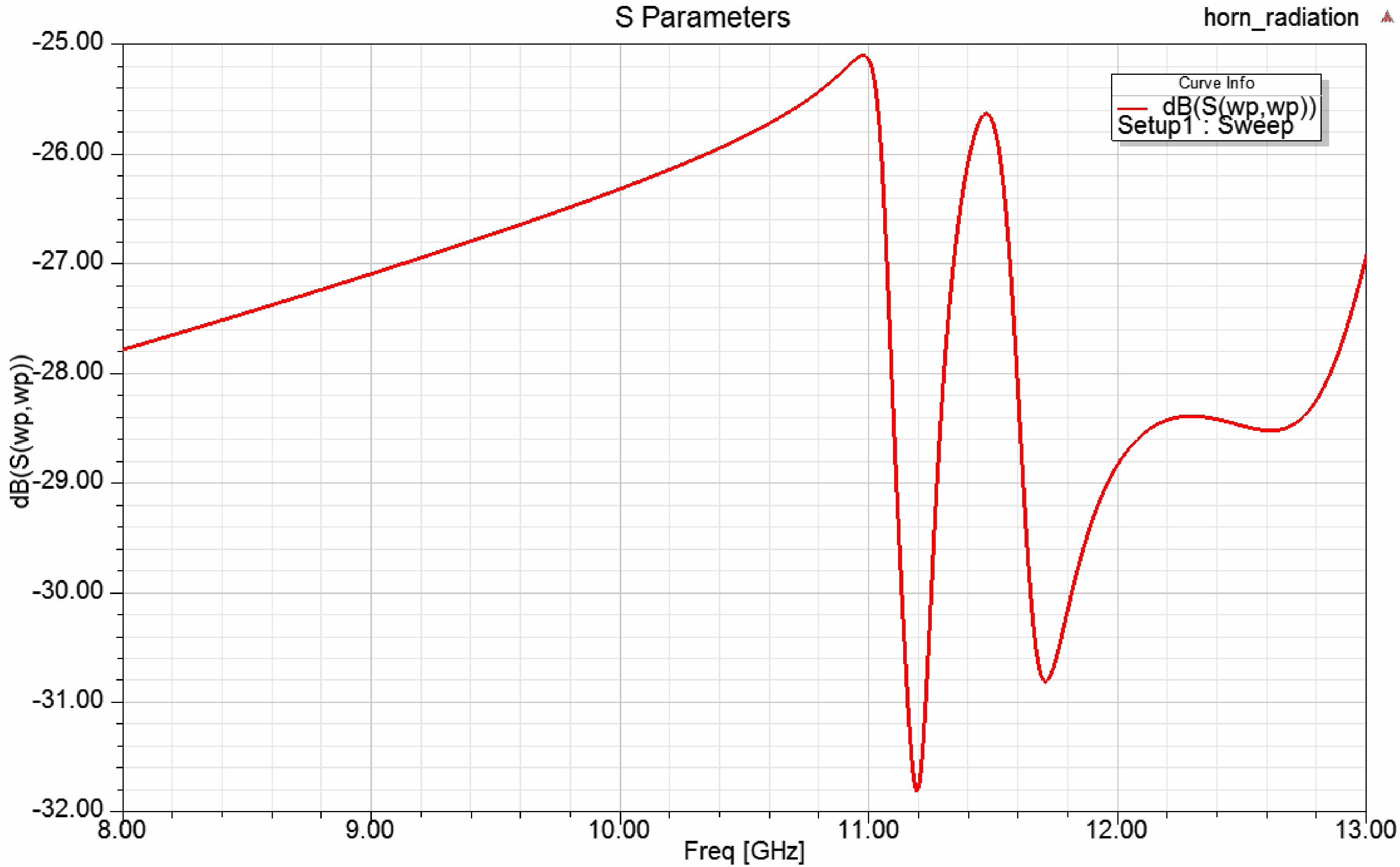


图25 S Parameters计算结果

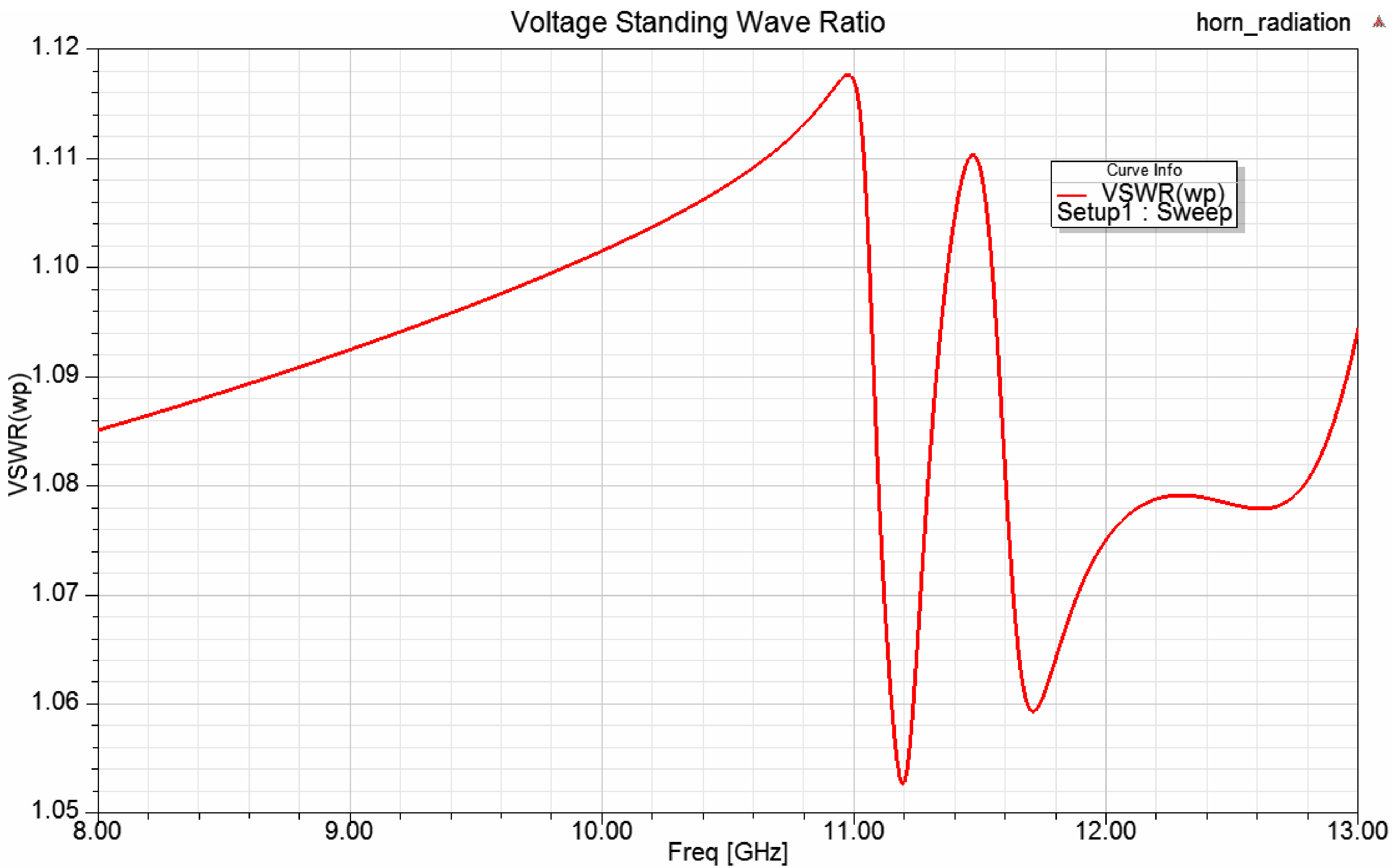


图26 VSWR计算结果

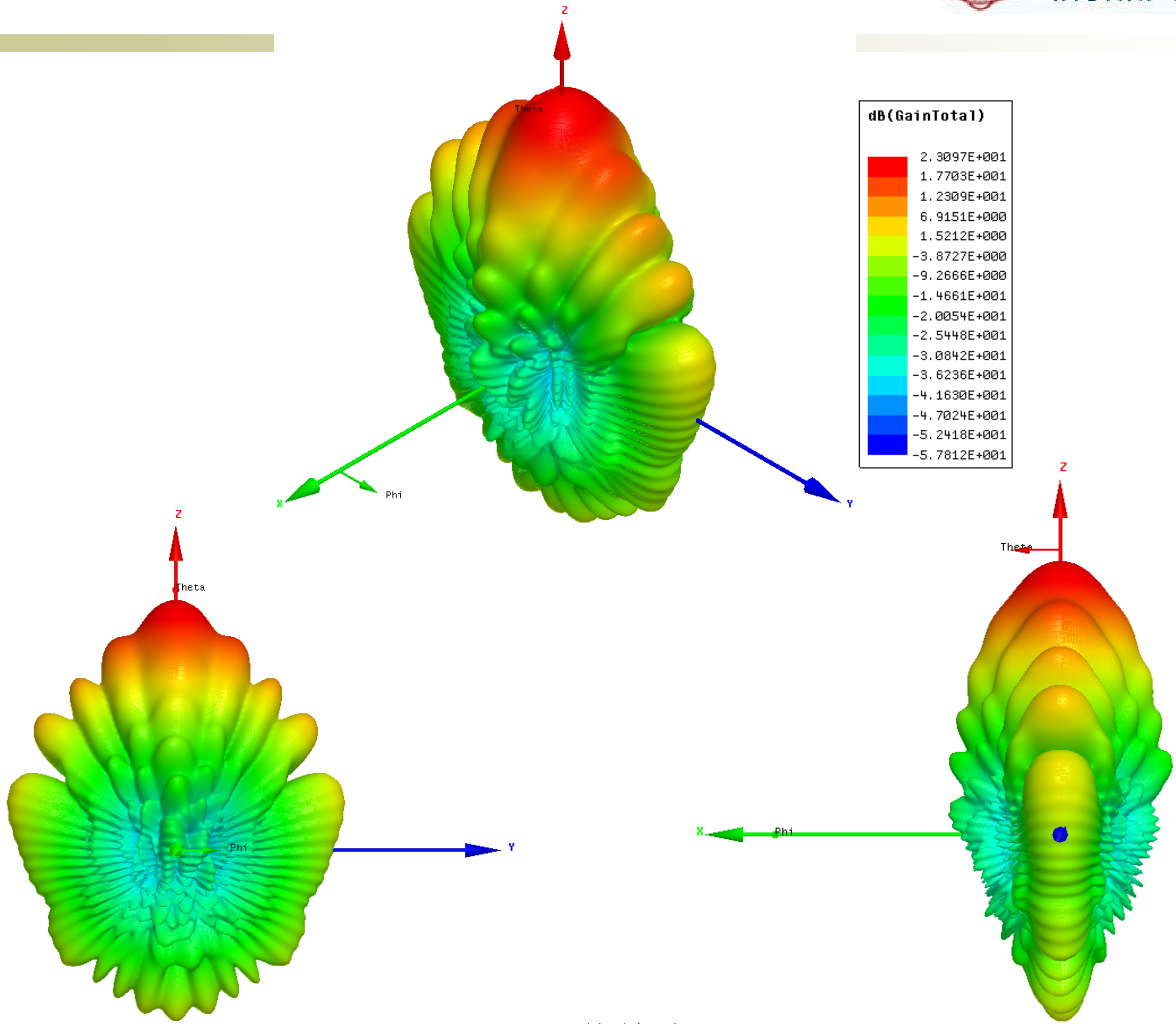
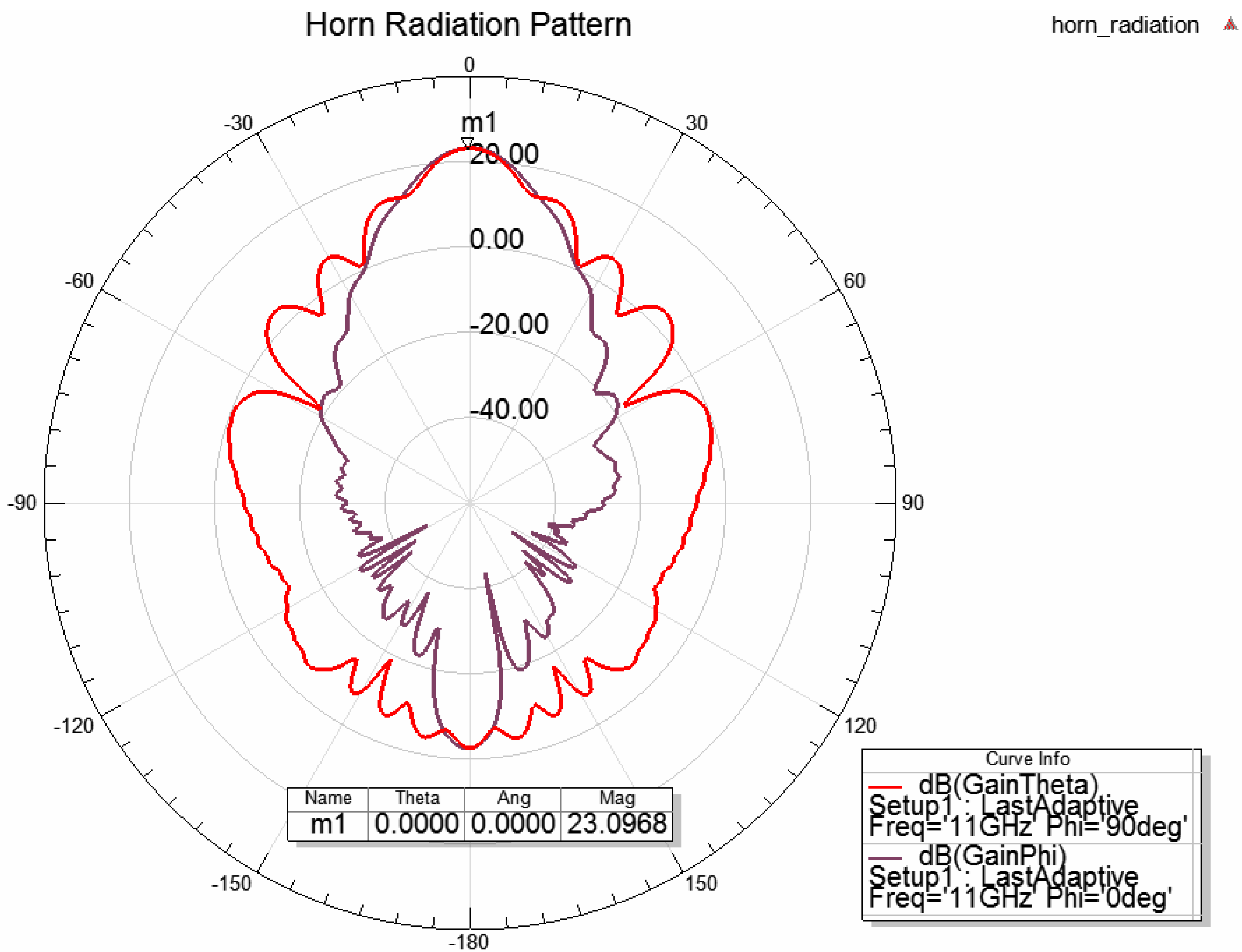
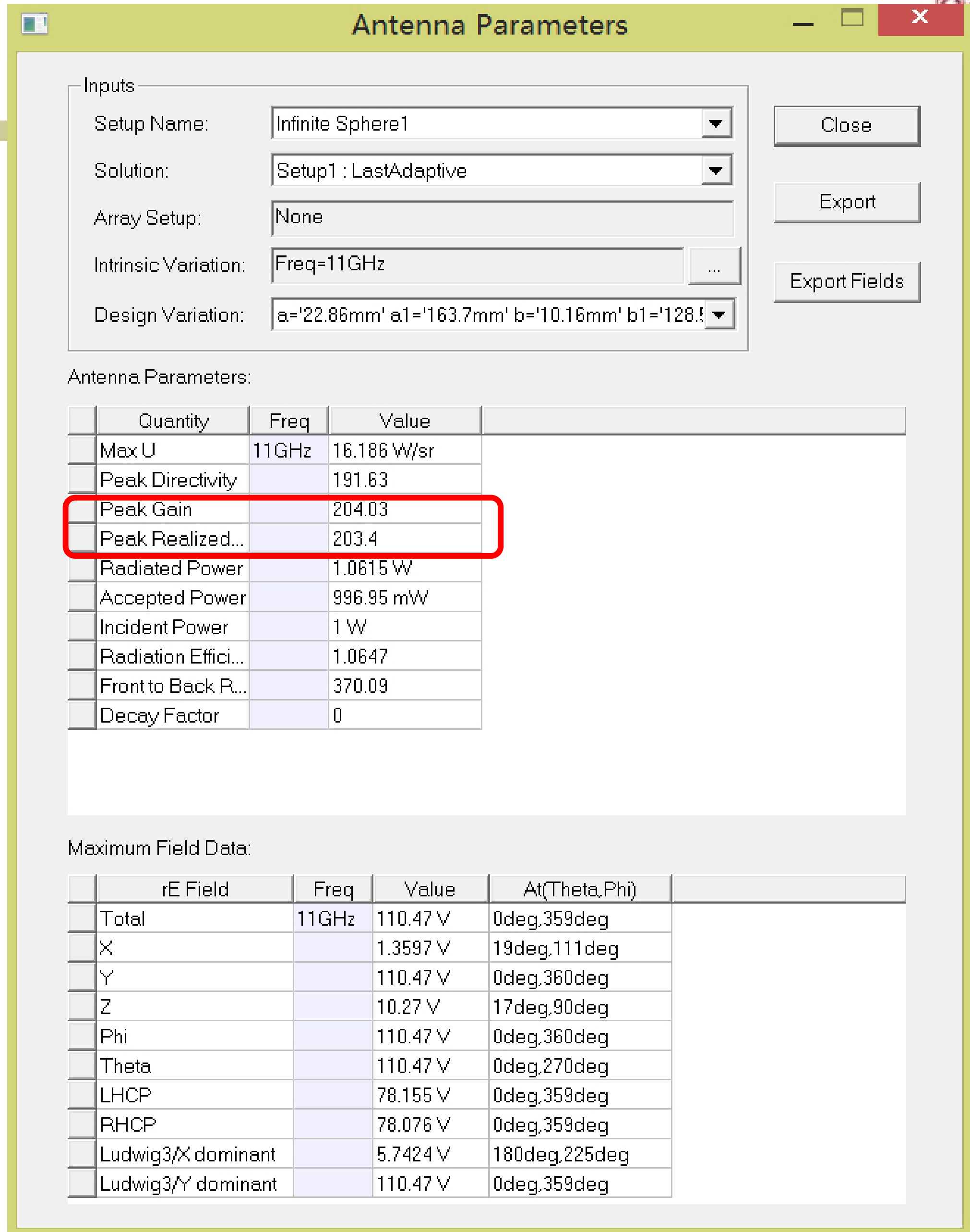

dB(GainTotal)
2.3097E+001
1.7703E+001
1.2309E+001
6.9151E+000
1.5212E+000
-3.8727E+000
-9.2666E+000
-1.4661E+001
-2.0054E+001
-2.5448E+001
-3.0842E+001
-3.6236E+001
-4.1630E+001
-4.7024E+001
-5.2418E+001
-5.7812E+001
Z
Theta
Phi
X
Y

图27 3D增益方向图



Name	Theta	Ang	Mag
m1	0.0000	0.0000	23.0968

图28 主E面和H面增益方向图



Antenna Parameters

Inputs

Setup Name: Infinite Sphere1

Solution: Setup1 : LastAdaptive

Array Setup: None

Intrinsic Variation: Freq=11GHz

Design Variation: a='22.86mm' a1='163.7mm' b='10.16mm' b1='128.!

Close

Export

Export Fields

Antenna Parameters:

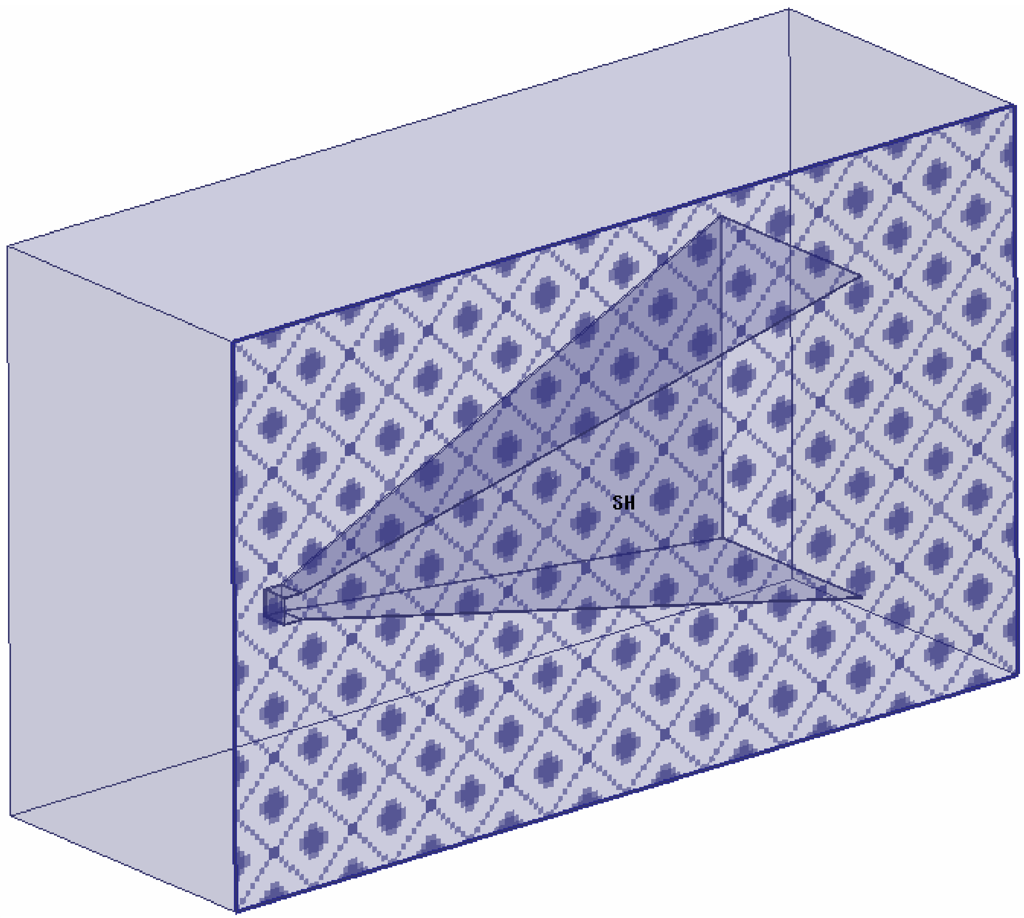
Quantity	Freq	Value
Max U	11GHz	16.186 W/sr
Peak Directivity		191.63
Peak Gain		204.03
Peak Realized...		203.4
Radiated Power		1.0615 W
Accepted Power		996.95 mW
Incident Power		1 W
Radiation Effici...		1.0647
Front to Back R...		370.09
Decay Factor		0

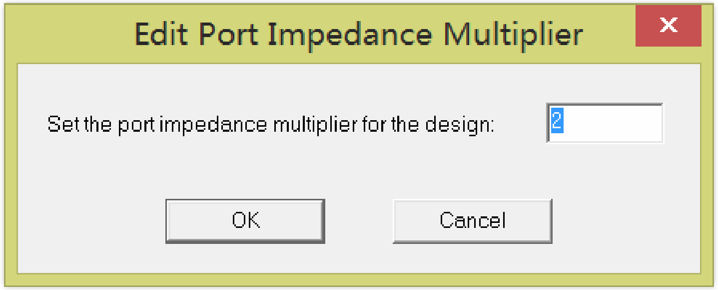
Maximum Field Data:

rE Field	Freq	Value	At(Theta,Phi)
Total	11GHz	110.47 V	0deg,359deg
X		1.3597 V	19deg,111deg
Y		110.47 V	0deg,360deg
Z		10.27 V	17deg,90deg
Phi		110.47 V	0deg,360deg
Theta		110.47 V	0deg,270deg
LHCP		78.155 V	0deg,359deg
RHCP		78.076 V	0deg,359deg
Ludwig3/X dominant		5.7424 V	180deg,225deg
Ludwig3/Y dominant		110.47 V	0deg,359deg

图29 Antenna Parameters

快（速度）引入对称面





端口阻抗校准

图30 根据电磁场对称性引入对称面

HFSS不同计算策略（对层面引入与否）计算结果比较

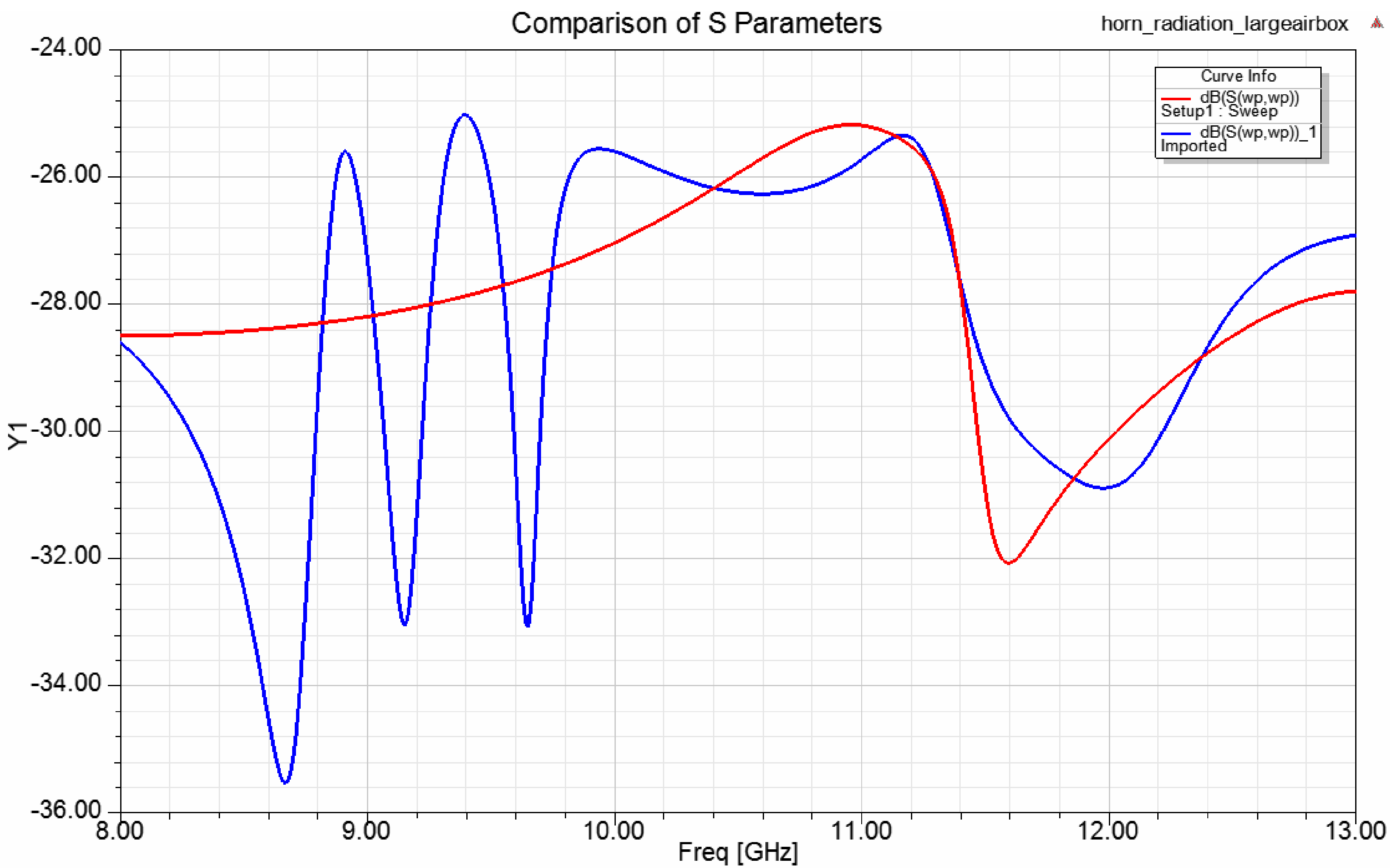


图31 S Parameters比较

（红色-无对称面）　（蓝色-含对称面）

HFSS不同计算策略（对层面引入与否）计算结果比较

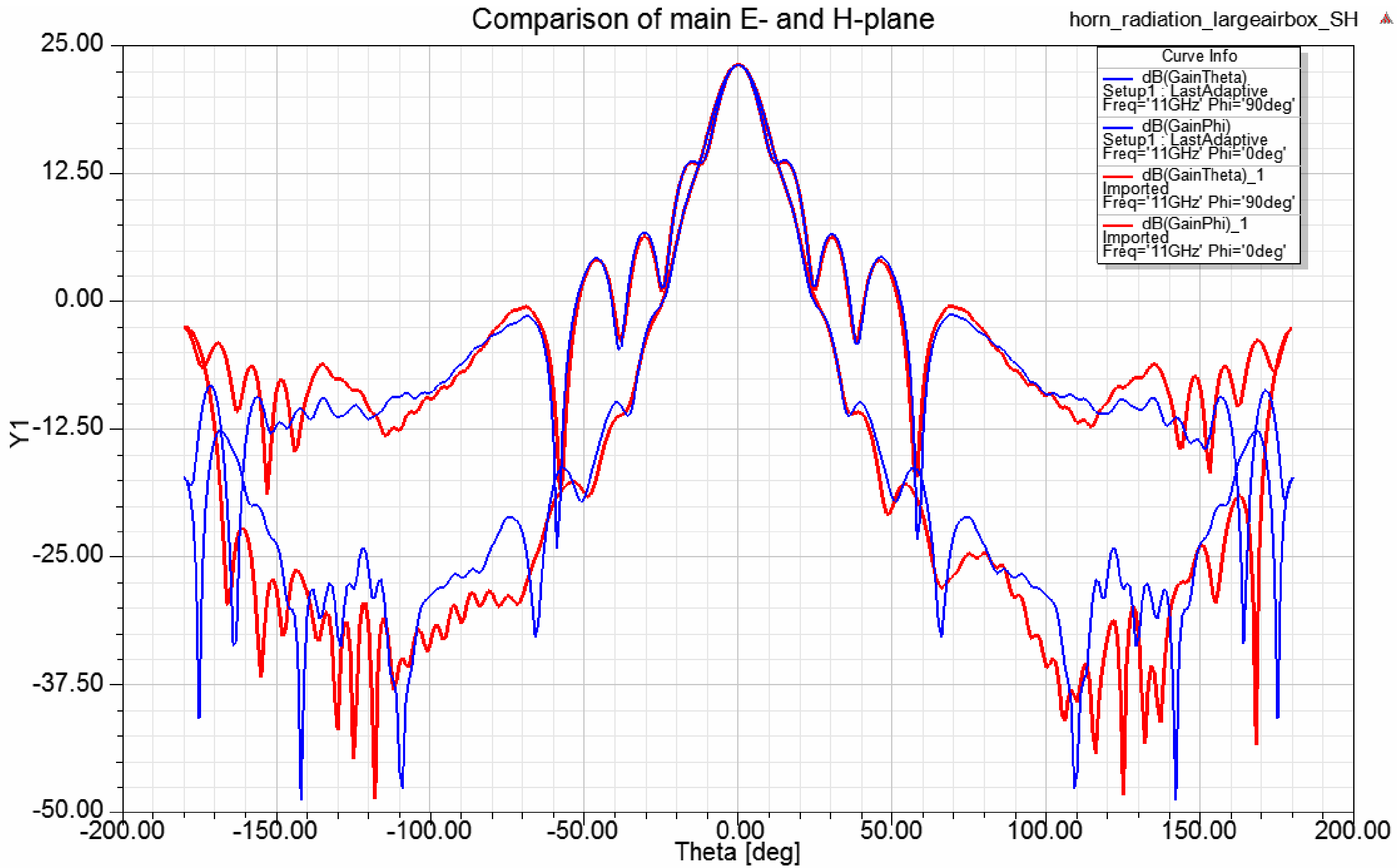


图32 方向图比较

（红色-无对称面）　（蓝色-含对称面）

HFSS不同计算策略（对层面引入与否）网格数量和计算时间对比

Mesh Statistics

Pass Number	Solved Elements	Max Mag. Delta S
1	217937	N/A
2	281370	0.012318

Profile | Convergence | Matrix Data | Mesh Statistics

Task	Real Time	CPU Time	Memory	
Solver DCS8	00:13:34	01:31:34	26.2 G	Disk = 0
Field Recovery	00:00:03	00:00:02	26.2 G	Disk = 0
				Interpola
Frequency: 11 G...				Frequen
				Interpola
Frequency: 11.37...				Full Solu
Simulation Setup	00:00:13	00:00:13	430 M	Disk = 0
Matrix Assembly	00:00:23	00:00:23	1.22 G	Disk = 0
Solver DCS8	00:14:00	01:32:22	25.6 G	Disk = 0
Field Recovery	00:00:04	00:00:02	25.6 G	Disk = 0
				Interpola
Frequency: 12.37...				Full Solu
Simulation Setup	00:00:13	00:00:13	430 M	Disk = 0
Matrix Assembly	00:00:23	00:00:23	1.22 G	Disk = 0
Solver DCS8	00:14:03	01:32:27	25.8 G	Disk = 0
Field Recovery	00:00:04	00:00:02	25.8 G	Disk = 0
				Maximur
				Interpola
Solution Process				Elapsec
Total	01:25:28	09:14:56		Time: 0

Mesh Statistics

Pass Number	Solved Elements	Max Mag. Delta S
1	111861	N/A
2	144298	0.018909

Profile | Convergence | Matrix Data | Mesh Statistics

Task	Real Time	CPU Time	Memory	
Simulation Setup	00:00:06	00:00:06	236 M	Disk =
Matrix Assembly	00:00:11	00:00:11	659 M	Disk =
Solver DCS8	00:02:53	00:19:30	10.2 G	Disk =
Field Recovery	00:00:00	00:00:00	10.2 G	Disk =
				Interpo
Frequency: 9.562...				Full Sc
Simulation Setup	00:00:06	00:00:06	236 M	Disk =
Matrix Assembly	00:00:11	00:00:11	660 M	Disk =
Solver DCS8	00:02:53	00:19:27	10.2 G	Disk =
Field Recovery	00:00:00	00:00:00	10.2 G	Disk =
				Interpo
Frequency: 9.406...				Full Sc
Simulation Setup	00:00:06	00:00:06	236 M	Disk =
Matrix Assembly	00:00:11	00:00:11	659 M	Disk =
Solver DCS8	00:02:53	00:19:31	10.2 G	Disk =
Field Recovery	00:00:00	00:00:00	10.2 G	Disk =
				Maxim
				Interpo
Solution Process				Elaps
Total	00:41:06	04:17:03		Time:

图33 网格数量和计算时间比较

（红色-无对称面） （蓝色-含对称面）

理论计算同HFSS全波仿真计算结果比较

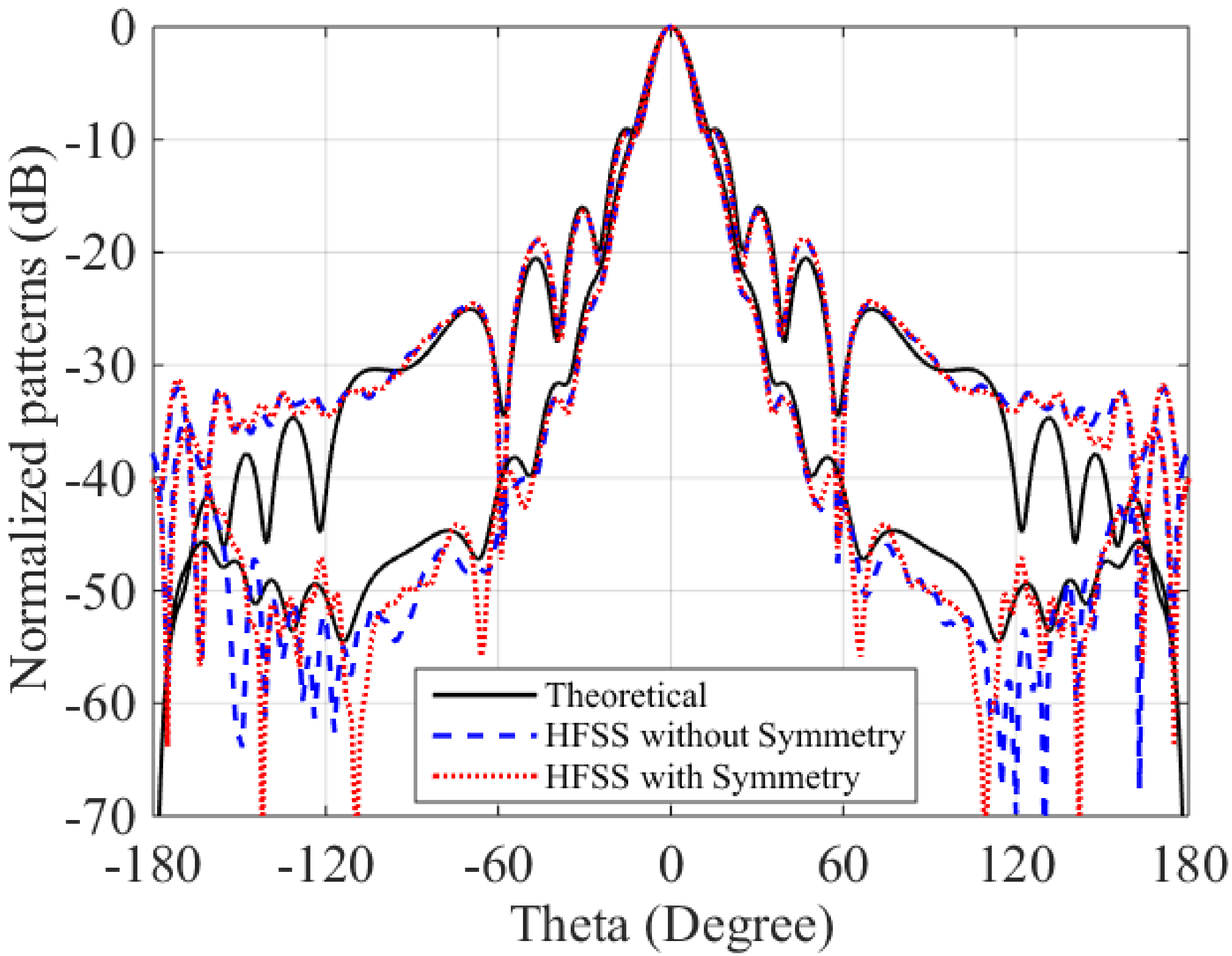


图34 E面和H面方向图结果比较（直角坐标系）

理论计算同HFSS全波仿真计算结果比较

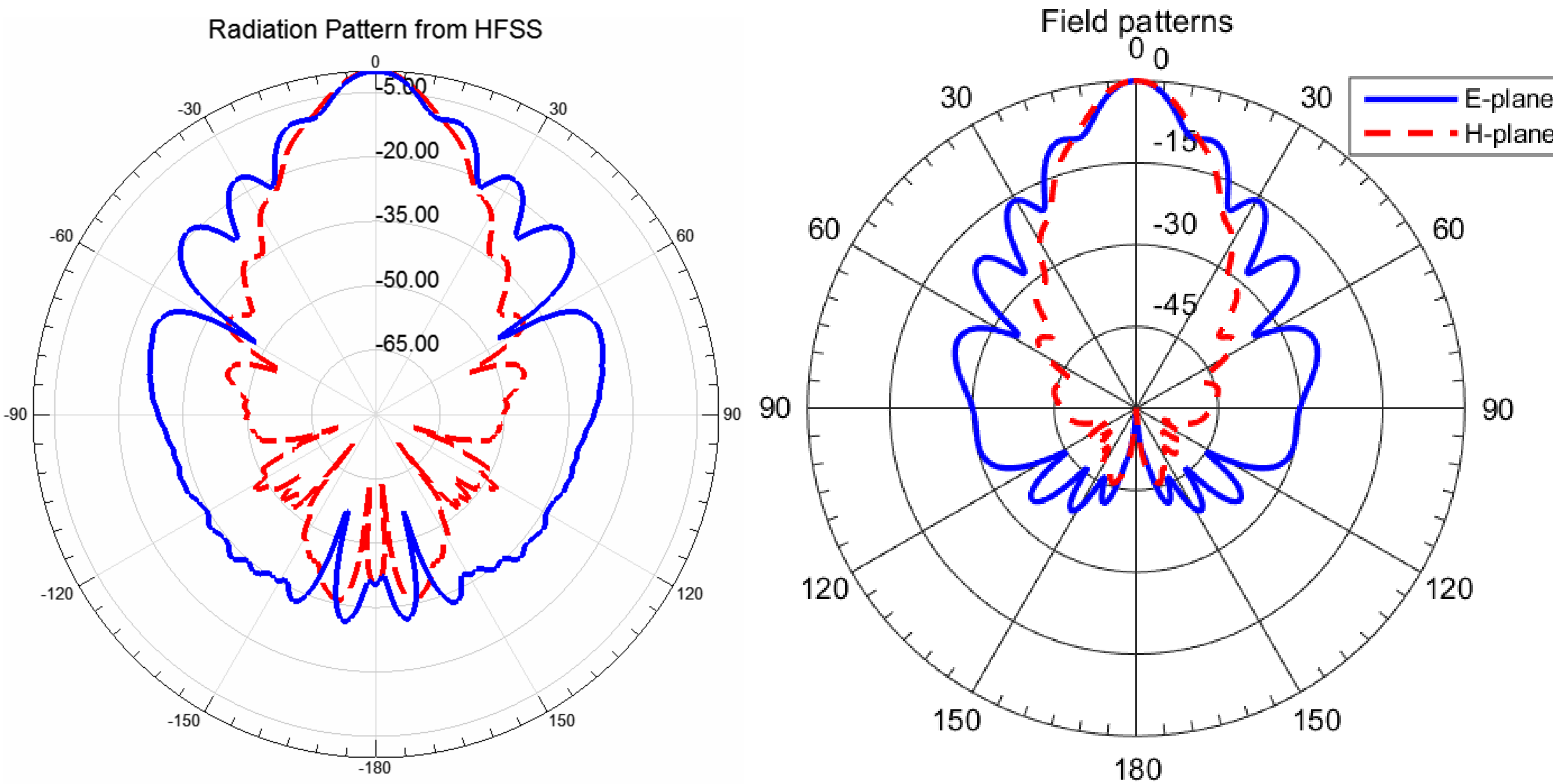


图34 E面和H面方向图结果比较（极化坐标系）

HFSS-left　MATLAB-right

使用MATLAB作3D图像

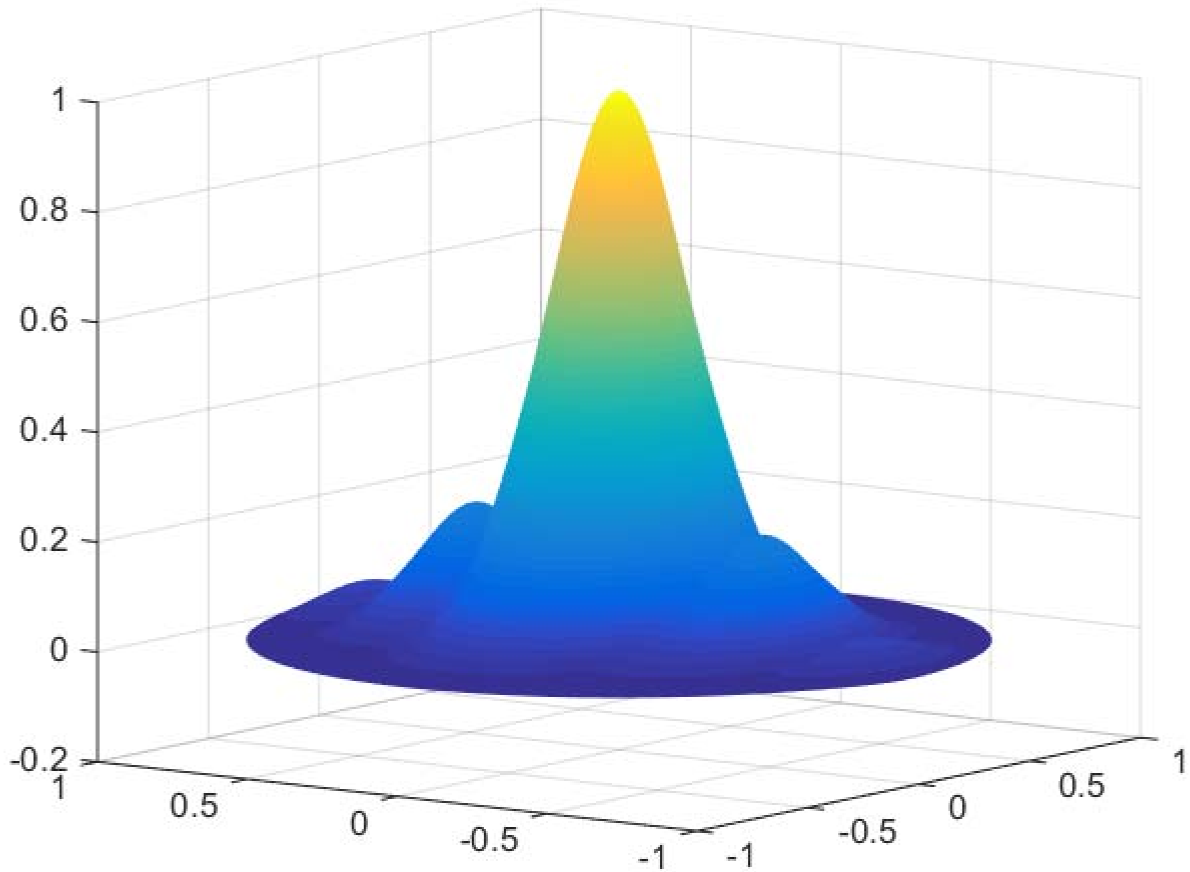


图35 利用MATLAB重作图19

使用MATLAB作3D图像

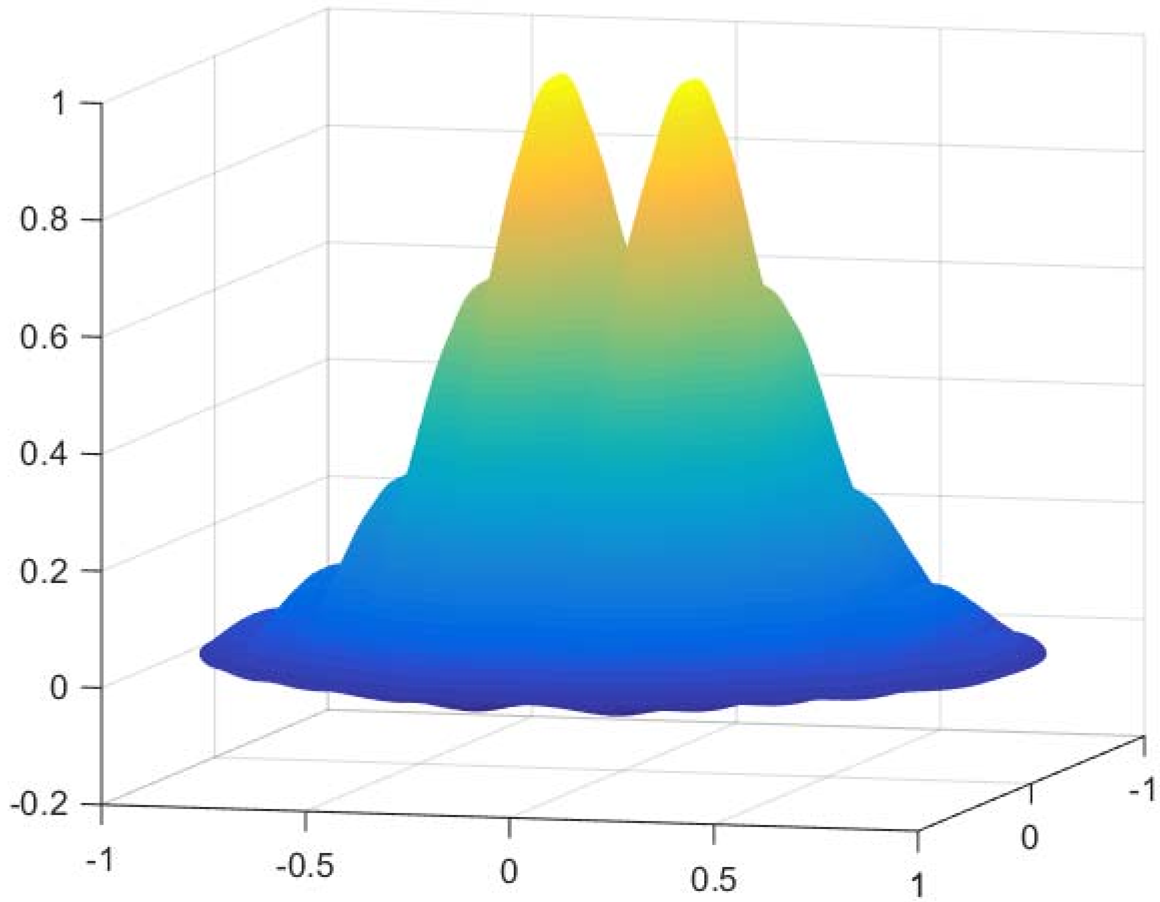


图36 利用MATLAB重作图20