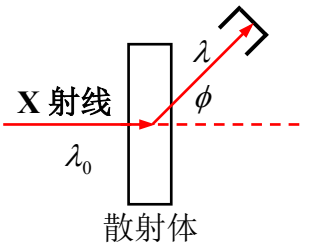
第 3 节　康普顿效应

（1）光致发光（2）光电效应（3）康普顿效应（4）产生正负电子对

$\longrightarrow$ 光子能量增加

一、实验规律

ϕ：散射角



1、$\forall\ \phi$

$\exists$ 两种散射 x 射线 $\begin{cases} \lambda = \lambda_0 : \text{瑞利散射} \\ \lambda > \lambda_0 : \text{康普顿散射} \end{cases}$

2、对于康普顿散射 $\lambda > \lambda_0$

波长改变量 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = f(\phi)$，$\phi\uparrow$，$\Delta\lambda\uparrow$

$\Delta\lambda$ 与散射体物质种类无关，与 λ_0 无关

3、康普顿散射的相对强度与散射体的原子量有关

原子量较大，康普顿散射相对较弱

原子量较小，康普顿散射相对较强

二、经典解释

带电粒子的振动频率=入射电磁波的频率=辐射电磁波的频率

三、光量子理论对康普顿效应的解释

散射过程是光子与散射体中电子弹性碰撞，动量守恒，能量守恒

光子与自由电子碰撞，光子能量↓，$\nu\downarrow$，$\lambda\uparrow$：康普顿散射

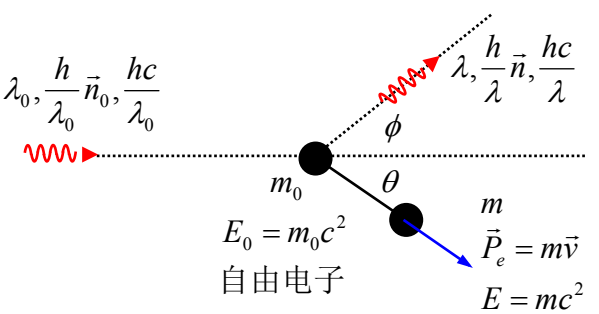
光子与束缚较紧的电子碰撞，光子能量不变，波长不变：瑞利散射

原子量较小时，几乎每一个电子都可视为自由电子

康普顿散射相对较强

原子量较大时，原子核对内层电子束缚较紧，只是

对外层电子束缚较弱，康普顿散射相对较弱



动量守恒：$\frac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0 = \frac{h}{\lambda}\vec{n} + \vec{P}_e$，　　$\frac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0 - \frac{h}{\lambda}\vec{n} = \vec{P}_e$

能量守恒：$\frac{hc}{\lambda_0} + E_0 = \frac{hc}{\lambda} + E$，　　$\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} + E_0 = E$

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2}{\lambda_0\lambda}\cos\phi = P_e^2,\quad \frac{h^2c^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2c^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2c^2}{\lambda_0\lambda}\cos\phi = c^2P_e^2$$

$$\frac{h^2c^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2c^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2c^2}{\lambda_0\lambda} + 2\left(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}\right)E_0 + E_0^2 = E^2 = E_0^2 + c^2P_e^2$$

$$\frac{2h^2c^2}{\lambda_0\lambda}(1-\cos\phi)=2(\frac{hc}{\lambda_0}-\frac{hc}{\lambda})m_0c^2=2hc(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0\lambda})m_0c^2$$

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\phi)=2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\phi}{2}$$

令 $\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}$，

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=2\lambda_c\sin^2\frac{\phi}{2}}$$

$\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}=\dfrac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3\times10^8}=0.024\,\mathring{A}$：电子的康普顿波长

$\phi=\dfrac{\pi}{2}$，$\Delta\lambda=2\lambda_c\sin^2\dfrac{\phi}{2}=\lambda_c$

λ_c：垂直入射线方向上散射 x 射线的波长改变量

$$\frac{hc}{\lambda}=m_0c^2,\quad \lambda=\frac{h}{m_0c}=\lambda_c$$

λ_c：能量等于电子静止能量的光子的波长

$\phi\uparrow$，$\Delta\lambda\uparrow$，$0\le\phi\le\pi$，$0\le\Delta\lambda\le2\lambda_c$

$\phi=0$，$\Delta\lambda=0$，$\phi=\pi$，$\Delta\lambda=2\lambda_c$

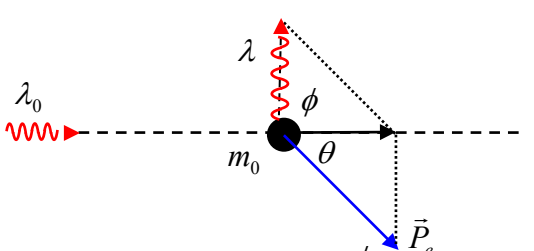
$\Delta\lambda$ 仅与 ϕ 角有关，与散射体物质种类无关，与 λ_0 无关

例：用 $\lambda_0=0.20\,\mathring{A}$ 的 x 射线与自由电子碰撞，

在 $\phi=90^\circ$ 方向观察 x 射线

求：（1）散射 x 射线的波长（2）反冲电子的动能

（3）反冲电子的动量



解：（1）$\phi=\dfrac{\pi}{2}$，$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=2\lambda_c\sin^2\dfrac{\phi}{2}=\lambda_c$

$$\lambda=\lambda_0+\lambda_c=0.20+0.024=0.224\,\mathring{A}$$

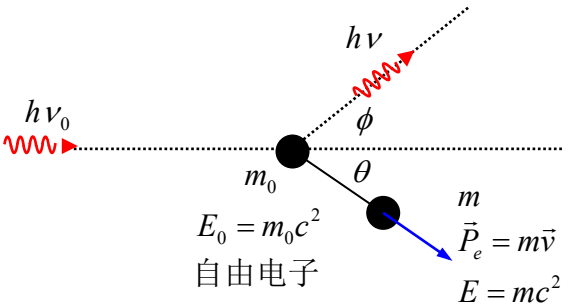
（2）$\dfrac{hc}{\lambda_0}+E_0=\dfrac{hc}{\lambda}+E$，$E_k=E-E_0=\dfrac{hc}{\lambda_0}-\dfrac{hc}{\lambda}=1.07\times10^{-15}J$

（3）$\dfrac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0=\dfrac{h}{\lambda}\vec{n}+\vec{P}_e$，$\vec{P}_e=\dfrac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0-\dfrac{h}{\lambda}\vec{n}$，$P_e^2=\dfrac{h^2}{\lambda_0^2}+\dfrac{h^2}{\lambda^2}$

$$P_e=h\sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2}+\frac{1}{\lambda^2}}=4.44\times10^{-23}\,kgms^{-1}$$

$$tg\theta=\frac{h/\lambda}{h/\lambda_0}=\frac{\lambda_0}{\lambda}=\frac{0.2}{0.224},\quad \theta=41.8^\circ$$

例：对于康普顿效应，证明 $\sin^2\frac{\phi}{2}=\frac{m_0c^2(\nu_0-\nu)}{2h\nu_0\nu}$



动量守恒：$\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0=\frac{h\nu}{c}\vec{n}+\vec{P}_e$，　$h\nu_0\vec{n}_0-h\nu\vec{n}=c\vec{P}_e$

能量守恒：$h\nu_0+E_0=h\nu+E$，　$h\nu_0-h\nu+E_0=E$

$$h^2\nu_0^2+h^2\nu^2-2h^2\nu_0\nu\cos\phi=c^2P_e^2$$

$$h^2\nu_0^2+h^2\nu^2-2h^2\nu_0\nu+2(h\nu_0-h\nu)E_0+E_0^2=E_0^2+c^2P_e^2$$

$$2h^2\nu_0\nu(1-\cos\phi)=2h(\nu_0-\nu)m_0c^2$$

$$\sin^2\frac{\phi}{2}=\frac{m_0c^2(\nu_0-\nu)}{2h\nu_0\nu}$$