第 4 节　理想气体绝热过程

绝热过程：$đQ=0$，$Q=0$

一、准静态绝热过程

$$đQ=dE+đA=0,\quad dE=\nu C_V dT,\quad đA=PdV$$

$$\nu C_V dT+PdV=0,\quad dT=-\frac{P}{\nu C_V}dV$$

$$PV=\nu RT,\quad PdV+VdP=\nu RdT$$

$$PdV+VdP=\nu R\left(-\frac{P}{\nu C_V}dV\right)=-\frac{R}{C_V}PdV$$

$$\left(1+\frac{R}{C_V}\right)PdV+VdP=0,\quad \gamma PdV+VdP=0$$

$$\gamma\frac{dV}{V}+\frac{dP}{P}=0,\quad \gamma\ln V+\ln P=c$$

$PV^\gamma=e^c=c_1$ —— 绝热过程方程（泊松方程）

$$P_1V_1^\gamma=PV^\gamma=P_2V_2^\gamma=c_1$$

$$c_1=PV^\gamma=PVV^{\gamma-1}=\nu RTV^{\gamma-1},\quad TV^{\gamma-1}=c_2$$

$$c_1=PV^\gamma=P^\gamma P^{1-\gamma}V^\gamma=(\nu RT)^\gamma P^{1-\gamma},\quad P^{\gamma-1}T^{-\gamma}=c_3$$

$$\boxed{\begin{aligned}&PV^\gamma=c_1\\&TV^{\gamma-1}=c_2\\&P^{\gamma-1}T^{-\gamma}=c_3\end{aligned}}$$

例：狄塞尔内燃机气缸中的空气，在压缩前温度为 **320K**，压强为1.013×10^5Pa，假定空气突然被压缩到原来体积的$1/16.9$

求：压缩终了时气缸内空气的温度和压强（空气的$\gamma=1.4$）

解：看作绝热压缩，压缩前(P_1,V_1,T_1)，压缩后(P_2,V_2,T_2)

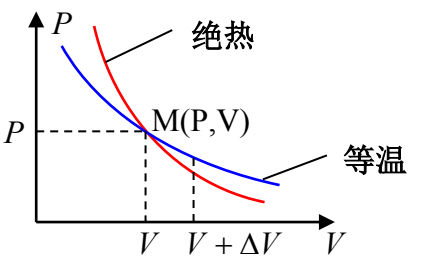
$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1},\quad T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=320\times16.9^{1.4-1}=992K$$

$$P_1V_1^\gamma=P_2V_2^\gamma,\quad P_2=P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma=1.013\times10^5\times16.9^{1.4}=53.05\times10^5Pa$$

$$PV^\gamma=c_1,\quad P=\frac{c_1}{V^\gamma}$$

等温过程，$PV=\nu RT=c'$

$$P=\frac{c'}{V}$$



$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_T=-\frac{c'}{V^2}=-\frac{c'}{V}\cdot\frac{1}{V}=-\frac{P}{V}$$

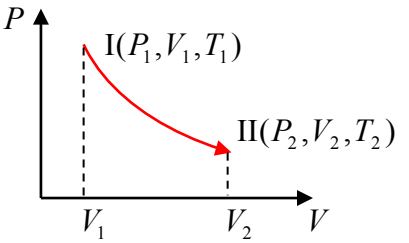
$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_{Q=0}=-\gamma\frac{c_1}{V^{\gamma+1}}=-\gamma\frac{c_1}{V^\gamma}\cdot\frac{1}{V}=-\gamma\frac{P}{V},\quad \left|\left(\frac{dP}{dV}\right)_{Q=0}\right|>\left|\left(\frac{dP}{dV}\right)_T\right|$$

$P=nkT$，等温膨胀过程，$V\uparrow$，$n\downarrow$，T 不变，$P\downarrow$

绝热膨胀过程，$V\uparrow$，$n\downarrow$，$T\downarrow$，$P\downarrow\downarrow$

方法 1、$Q=0$

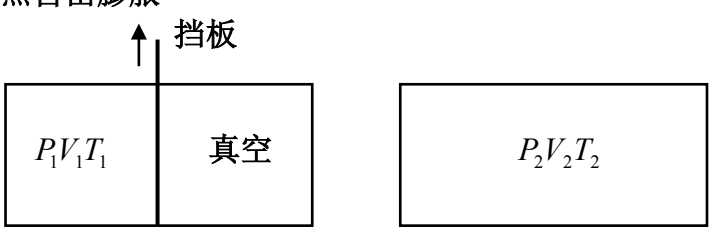
$$\Delta E=\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1)$$
$$=\frac{i}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$$
$$A=-\Delta E$$
$$=-\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1),$$
$$=\frac{i}{2}(P_1V_1-P_2V_2)$$



方法 2、$Q=0$

$$A=\int_{V_1}^{V_2}PdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{c_1}{V^{\gamma}}dV=\frac{c_1}{1-\gamma}V^{1-\gamma}\Big|_{V_1}^{V_2}$$
$$=\frac{c_1}{1-\gamma}(V_2^{1-\gamma}-V_1^{1-\gamma})=\frac{c_1}{\gamma-1}(V_1^{1-\gamma}-V_2^{1-\gamma})$$
$$P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}=c_1$$
$$A=\frac{1}{\gamma-1}(P_1V_1-P_2V_2)$$
$$\Delta E=-A$$
$$\frac{i}{2}=\frac{1}{\gamma-1}\ ?$$

二、绝热自由膨胀



绝热刚性容器

$Q=0$，$A=0$，$\Delta E=0$，膨胀前后及中间过程内能不变

对真实气体也成立

理想气体，$\Delta E=0$，$E_1=E_2$，$\frac{i}{2}\nu RT_1=\frac{i}{2}\nu RT_2$，$T_1=T_2$

$P_1V_1=\nu RT_1$，$P_2V_2=\nu RT_2$，$P_1V_1=P_2V_2$，如果$V_2=2V_1$，$P_2=\frac{1}{2}P_1$

注意：（1）中间过程不是平衡态，理想气体状态方程不成立

（2）始末状态温度相等，但不是等温过程

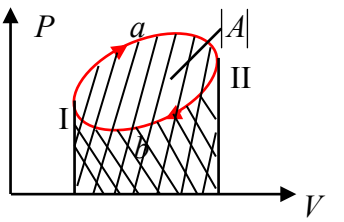
（3）是绝热过程，但不是准静态的

泊松方程不成立，$P_1V_1^{\gamma}\neq P_2V_2^{\gamma}$，$P_1V_1=P_2V_2$

第 5 节　循环过程

一、循环过程：

体系经历一系列变化后又回到初始状态的过程，特征：$\Delta E = 0$



$Q = A$：净热=净功

热机，工作物质（工质）

工作过程：循环过程

准静态循环过程对应闭合曲线

PV 图上，循环过程所围面积=净功

如果循环顺时针进行，$A > 0$，正循环（热机循环），热机

如果循环逆时针进行，$A < 0$，逆循环（致冷循环），致冷机

（外界对体系作的净功为$|A|$）

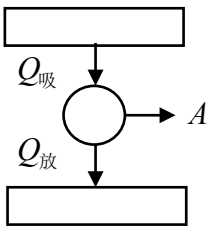
（体系消耗外界净功$|A|$）

二、循环效率

$Q_{吸}$、$Q_{放}$：算术量，　　$Q_{吸} - Q_{放} = A$

1、正循环

$A > 0$，$Q_{吸} = Q_{放} + A$



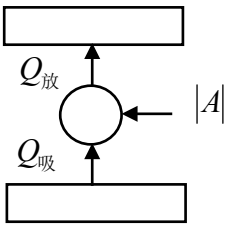
热机效率：$\eta = \dfrac{A}{Q_{吸}}$

$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = \frac{Q_{吸} - Q_{放}}{Q_{吸}} = 1 - \frac{Q_{放}}{Q_{吸}}$$

2、逆循环

$A < 0$，$Q_{吸} - Q_{放} = -|A|$

$Q_{吸} + |A| = Q_{放}$，



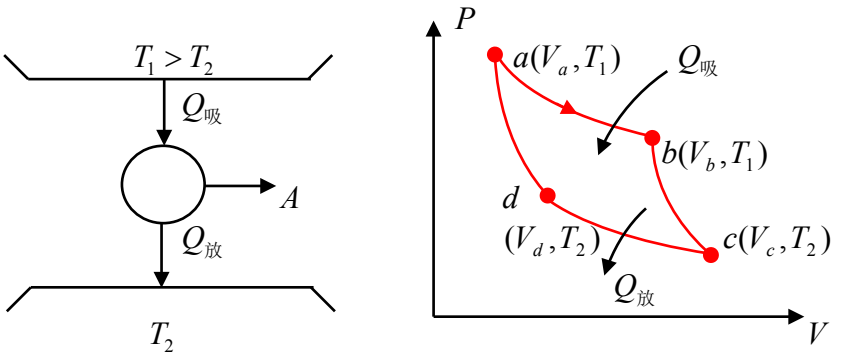
致冷系数：$w = \dfrac{Q_{吸}}{|A|} = \dfrac{Q_{吸}}{Q_{放} - Q_{吸}}$

注意：分子上的$Q_{吸}$只计算从低温冷库吸取的热量

分母上的$Q_{吸}$要计算全部吸热

$0 \le \eta \le 1$，$w \ge 0$

三、卡诺循环：准静态循环，理想气体，两个等温+两个绝热过程



$$Q_{吸} = \nu RT_1 \ln\frac{V_b}{V_a}，\quad Q_{放} = \nu RT_2 \ln\frac{V_c}{V_d}$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = 1 - \frac{Q_{放}}{Q_{吸}} = 1 - \frac{\nu RT_2 \ln\frac{V_c}{V_d}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_b}{V_a}}$$

bc： $T_1 V_b^{\gamma-1} = T_2 V_c^{\gamma-1}$

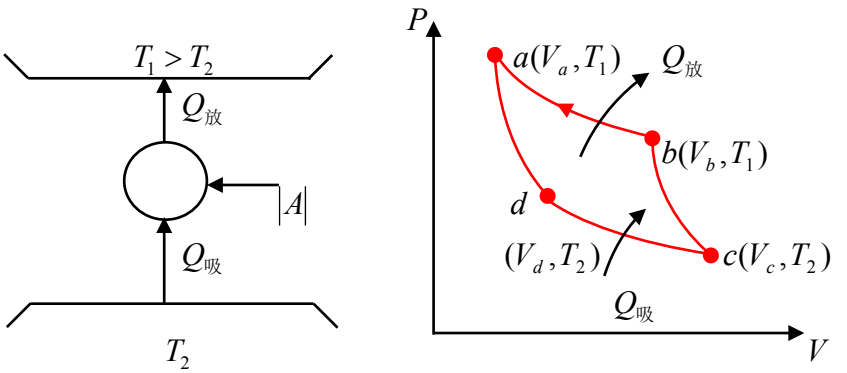
da： $T_1 V_a^{\gamma-1} = T_2 V_d^{\gamma-1}$

$$(\frac{V_b}{V_a})^{\gamma-1} = (\frac{V_c}{V_d})^{\gamma-1}，\quad \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

注意：1、两个热源，2、η仅由T_1和T_2决定，3、$\eta < 1$

让卡诺循环逆向进行



$$Q_{吸} = \nu RT_2 \ln\frac{V_c}{V_d}，\quad Q_{放} = \nu RT_1 \ln\frac{V_b}{V_a}$$

$$w = \frac{Q_{吸}}{|A|} = \frac{Q_{吸}}{Q_{放} - Q_{吸}} = \frac{\nu RT_2 \ln\frac{V_c}{V_d}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_b}{V_a} - \nu RT_2 \ln\frac{V_c}{V_d}}$$

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

T_1固定，$T_2\downarrow$，$w\downarrow$

如 $T_1=300K$，$T_2=270K$，$w=\dfrac{270}{300-270}=9$

$T_2=250K$，$w=\dfrac{250}{300-250}=5$

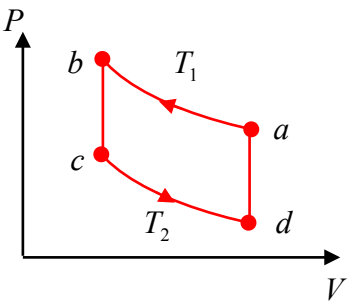
$T_2=100K$，$w=\dfrac{100}{300-100}=0.5$

T_1固定，$T_2\to 0$，$w\to 0$，$Q_{吸}=w|A|\to 0$

绝对零度是不可到达的

例：逆向斯特林循环的致冷系数

两个等容+两个等温过程



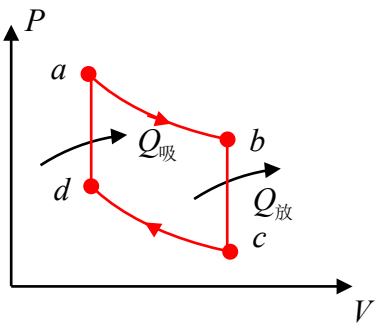
解：$|A|=\nu RT_1\ln\dfrac{V_a}{V_b}-\nu RT_2\ln\dfrac{V_d}{V_c}$

$Q'_{吸}=\nu RT_2\ln\dfrac{V_d}{V_c}$

$$w=\frac{Q'_{吸}}{|A|}=\frac{\nu RT_2\ln\dfrac{V_d}{V_c}}{\nu RT_1\ln\dfrac{V_a}{V_b}-\nu RT_2\ln\dfrac{V_d}{V_c}}，\quad w=\frac{T_2}{T_1-T_2}$$

例：奥托（内燃机）循环的热机效率

两个等容+两个绝热过程



解：$Q_{吸}=\nu C_V(T_a-T_d)$

$Q_{放}=\nu C_V(T_b-T_c)$

$\eta=\dfrac{A}{Q_{吸}}=1-\dfrac{Q_{放}}{Q_{吸}}$，

$=1-\dfrac{T_b-T_c}{T_a-T_d}$，

ab：$T_aV_a^{\gamma-1}=T_bV_b^{\gamma-1}$

dc：$T_dV_d^{\gamma-1}=T_cV_c^{\gamma-1}$

$\dfrac{T_a}{T_d}=\dfrac{T_b}{T_c}$，$\dfrac{T_a-T_d}{T_d}=\dfrac{T_b-T_c}{T_c}$，$\dfrac{T_b-T_c}{T_a-T_d}=\dfrac{T_c}{T_d}$

$\dfrac{T_c}{T_d}=(\dfrac{V_d}{V_c})^{\gamma-1}=\dfrac{1}{(\dfrac{V_c}{V_d})^{\gamma-1}}$，令$\dfrac{V_c}{V_d}=\delta$：压缩比

$\eta=1-\dfrac{1}{\delta^{\gamma-1}}$，$\delta\uparrow$，$\eta\uparrow$