

特鲁顿-诺伯实验的解释

北京大学 陈熙谋

在相对论建立之前,物理学家们相信麦克斯韦电磁理论仅对于某一个参考系才成立,这个优越的参考系可以看成是绝对静止的参考系,简称为绝对参考系。任何物体相对于绝对参考系的速度叫做绝对速度。十九世纪后半叶起寻找绝对参考系成为物理学家所热衷的课题。1902年特鲁顿(Trouton)设想了一个电磁学实验,用来检测地球运动的绝对速度,他的依据可简述如下。考虑地球上两个静止的点电荷,如果地球为绝对参考系,则它们之间的相互作用力为库仑力,作用力的方向沿它们的连线,作用力对于这对电荷的系统不产生力矩,因而电荷系统不会转动。如果地球相对于绝对参考系的速度为 v ,并且速度的方向与电荷连线的方向不重合,则这两个电荷之间的相互作用力除了电力之外还存在磁力,电力和磁力的合力将不再沿电荷之间的连线,它们构成一对力偶,这对力偶将使电荷系统转动。当电荷同号时,转动使电荷的连线趋于平行运动方向;当电荷异号时,转动使电荷的连线趋于垂直运动方向。测出电荷系统的转动效应,则可确定电荷的运动速度,从而确定地球的绝对速度,也就是说确定了绝对参考系。1903年特鲁顿和诺伯(Noble)设计了一个精巧悬挂起来可自由转动的定向充电电容器作实验,实验中没有观察到电容器旋转的任何趋势。特鲁顿-诺伯实验后来被托马谢克(Tomaschek, 1925)和查斯(Chase, 1926)进一步改进,所得的结果仍然是否定的。

特鲁顿-诺伯实验的否定结果与迈克耳孙-莫雷实验的否定结果使得相对论建立以前的物理学家们大惑不解。然而在狭义相对论中,实验的否定结果是可以理解的,它们恰恰说明电磁现象同样遵从相对性原理,即对于一个看起

来电容器为静止的参考系,电容器不会转动;对于一个看起来电容器为运动的参考系,电容器也不会转动,也就是说,平衡是洛伦兹变换下的不变性质,因此绝对参考系根本不存在。对于这样一个概括性的陈述显然不能令人满足,我们需要根据相对论,解释为什么电容器系统受到力偶作用而不会有转动趋势(这一力偶是真实存在的,因为它可根据电磁理论得出,而电磁理论遵从相对论)。

相对论的建立是物理学中的一场革命,它带来一系列物理学中传统的经典概念的根本变革,例如同时性的相对性,长度收缩,时间延迟,物理作用的传递速度不大于光速 c ,物体的质量依赖于它的速度,质能关系等等。在解释特鲁顿-诺伯实验中,还会涉及其他一些经典概念的扬弃。因此,通过对特鲁顿-诺伯实验的解释,可以使我们对相对论的革命变革有进一步的认识。

下面让我们从几个方面来分析。

一、运动学方面的考查

让我们考虑在参考系 S_0 中两个静止的等量异号点电荷,正电荷 q 固定在坐标原点,负电荷 $-q$ 在 (x_0, y_0) ,它们之间的距离为 $l_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$,它们之间的连线与 x_0 轴之间的夹角为 α_0 , $y_0/x_0 = \tan \alpha_0$ 。由于它们是静止的,它们之间的相互吸引力大小为

$$f_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{l_0^2}$$

方向沿连线方向,即作用力的方向与 x_0 轴之间的夹角也是 α_0 , $f_{0y}/f_{0x} = \tan \alpha_0$ 。电荷在此吸引力作用下的加速度也是沿连线方向,即加速度与 x_0 轴之间的夹角仍是 α_0 , $a_{0y}/a_{0x} = \tan \alpha_0$,因而在 S_0 系中电荷系统不会转动。

现在考虑在相对于 S_0 系以速度 v 沿 x_0 轴负方向运动的参考系 S 中观察, 则两个电荷都以速度 v 沿 x 正方向运动。它们之间除了电力

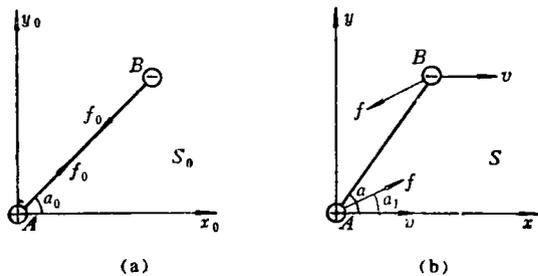


图 1

之外还存在磁的作用力。它们之间的相互作用力可以根据运动电荷的电磁场加以计算, 也可以根据相对论力变换公式进行计算, 两者的结果是一致的。根据相对论中力的普遍变换公式^[1], 在 S 系中电荷 A 受电荷 B 的作用力

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_{0x} \\ f_y &= \frac{1}{\gamma} f_{0y}, \quad \text{其中 } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

此力与 x 轴之间的夹角 α_1 满足

$$\tan \alpha_1 = \frac{f_y}{f_x} = \frac{f_{0y}}{\gamma f_{0x}} = \frac{1}{\gamma} \tan \alpha_0 \quad (2)$$

即 $\alpha_1 < \alpha_0$, 如图 1 b 所示。而此时电荷之间的连线与 x 轴之间的夹角 α 满足

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{y_0}{x_0 \sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \tan \alpha_0 \quad (3)$$

即 $\alpha > \alpha_0$, 如图 1 b 所示。从图中可以看出这两个电荷之间的相互作用力不沿它们的连线方向, 它们构成一对力偶。然而, 根据加速度的普遍变换公式^[1]

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \frac{1}{\gamma^3} a_{0x} \\ a_y &= \frac{1}{\gamma^2} a_{0y} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

加速度与 x 轴之间的夹角 α_2 满足

$$\tan \alpha_2 = \frac{a_y}{a_x} = \frac{\gamma a_{0y}}{a_{0x}} = \gamma \tan \alpha_0 = \tan \alpha \quad (5)$$

则

$$\alpha_2 = \alpha$$

这表示电荷 A 的加速度方向与 AB 联线的方向相同, 同样电荷 B 的加速度方向也与 AB 联线

的方向相同, 即从运动学的角度考查, 电荷系统不会发生转动。

这里, 相对论力学与经典力学存在重要区别。在相对论力学中, 两个惯性系之间力的变换公式与加速度的变换公式不同, 因此从 S_0 系变换到 S 系, 造成力的方向与加速度方向不同, 从而可以看出在 S 系中, 虽然存在着力偶, 但加速度仍沿联线方向, 整个系统不发生转动是很自然的。

二、力方面的考查^[2]

电荷系统在电磁力作用下不会转动, 我们可以进一步予以考查。当我们考虑这一对正负电荷组成的电荷系统的转动问题时, 应维持这一电荷系统稳定。为此, 则需要用一根不导电的刚性杆将这一对电荷联接起来(在特鲁顿-诺伯实验中有固定电容器极板的装置), 并且为了讨论的方便, 假定杆的 $+q$ 端固定, 杆的 $-q$ 端为活动端。考查这对电荷的转动问题, 也就是考查刚性杆活动端在力的作用下绕固定端的转动。当作用在杆活动端的力沿径向, 亦即沿活动端轨迹的法向时, 杆不会转动。只有当作用力具有轨迹的切向分量时, 杆才会转动。然而, 经典力学的刚体是指刚体上任意两点的距离固定不变, 因此刚体上所有各点必定与外力作用点同时运动, 这意味着力的作用是瞬时传递的。显然经典力学的刚体与相对论中物体作用的传递速度不大于光速 c 是不相容的, 因而是存在的。相对论中只存在按洛伦兹收缩的刚体。于是上述联接电荷的刚性杆绕固定点转动时, 杆的长度要变化。长度为 a 的杆转到与运动方向平行时, 收缩为 $a \sqrt{1-\beta^2}$, 即杆的活动端将描出半长轴为 a 、半短轴为 $a \sqrt{1-\beta^2}$ 的椭圆, 如图 2 所示。

现在我们考虑活动端的 $-q$ 电荷受到的电磁力。根据运动电荷产生的标势和矢势以及洛伦兹力公式, 求得电荷 $-q$ 所受的电磁力合力 f 可表示为^[3]

$$f = -\nabla \psi, \quad \psi = \frac{q^2(1-\beta^2)}{4\pi\epsilon_0 s} \quad (6)$$

其中

$$s = \sqrt{x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)} \quad (7)$$

这表明 ψ 起着一种“势”的作用，称为“运流势”(convection potential)。运流势的等势面由“ $s = \text{常数}$ ”确定。电荷所受的电磁力 f 则垂直运流势的等势面。

由(7)式可以写出运流势等势面方程

$$\frac{x^2}{(1 - \beta^2)} + y^2 + z^2 = \text{常数} \quad (8)$$

可见运流势的等势面为一回转椭球面，若沿垂直运动方向的 y 或 z 方向的半长轴为 a ，则沿运动方向的半短轴为 $a\sqrt{1 - \beta^2}$ 。这里我们看到运流势的等势面与上面考虑按洛伦兹收缩的刚性

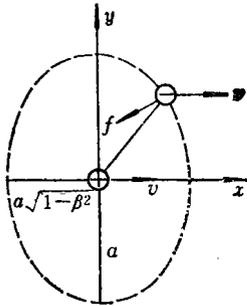


图 2

杆活动端描绘的椭圆是一致的，也就是说杆的活动端始终在运流势的等势面上。由于活动端电荷所受的力垂直于运流势的等势面，亦即不存在使得杆转动的切向分量，因而杆不会转动。

在这里相对论力学与经典力学之间存在另一个重要区别，在相对论力学中不存在经典意义下的刚体。刚体在力作用下是否转动的问题，则是需要考查作用力是否存在切向分量。如果作用力沿法向，不存在切向分量，虽有力矩也不会转动。

三、能流方面的考查^[4]

电荷系统受到力偶作用不会转动仍作稳定的平动，还可以如下来认识。电荷 A 、 B 以速度 v 平行 x 轴运动。设 A 、 B 间有联接杆 l 。在 A 端的力 f 作正功(见图 1 b)，单位时间所作的功(功率)为 $f \cdot v = fv \cos \alpha_1$ 。在 B 端的力作负功，单位时间所作的功为 $-f \cdot v = -fv \cos \alpha_1$ 。这表明单位时间有 $fv \cos \alpha_1$ 的能量自 A 端输入，有相同的能量自 B 端输出，因此沿着杆自 A 到 B 有能量的流动。设联接杆的截面积为 σ ，

则在杆上有均匀的能流密度 $s = fv \cos \alpha_1 / \sigma$ ，于是杆中相应地有附加的均匀动量，动量密度 $j = s/c^2$ 。整个杆中的附加动量为 $J = l \sigma j = lfv \cos \alpha_1 / c^2$ 。

角动量的普遍定义为

$$L = \int r \times j dv$$

当动量分布恒定时，角动量的时间变化率为

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \int r \times j dv = \int \frac{dr}{dt} \times j dv = v \times J$$

于是

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= |v \times J| = vJ \sin \alpha = \frac{flv^2}{c^2} \cos \alpha_1 \sin \alpha \\ &= fl\beta^2 \cos \alpha_1 \sin \alpha \quad (9) \end{aligned}$$

这表明在应力作用下运动的弹性联接杆中存在附加的动量，从而即使联接杆作稳定的平动，其角动量的变化率也不为零。

另一方面，电荷之间相互作用力的力偶矩为

$$M = fl \sin(\alpha - \alpha_1) = fl(\sin \alpha \cos \alpha_1 - \cos \alpha \sin \alpha_1) \quad (10)$$

由于(2)式和(3)式

$$\tan \alpha_1 = \frac{1}{\gamma} \tan \alpha_0 = \frac{1}{\gamma^2} \tan \alpha$$

即

$$\frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = (1 - \beta^2) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

或

$$\sin \alpha_1 \cos \alpha = (1 - \beta^2) \sin \alpha \cos \alpha_1$$

代入(10)式则得

$$M = fl[\sin \alpha \cos \alpha_1 - (1 - \beta^2) \sin \alpha \cos \alpha_1] = fl\beta^2 \sin \alpha \cos \alpha_1 \quad (11)$$

(11)与(9)式两者结果相同，说明力偶矩刚好产生由(9)式给出的角动量变化率。

在这里相对论力学与经典力学之间显示出又一重要区别。在相对论力学中，一个应力作用的物体处于沿直线运动的稳态，其中存在能

① 这里导出的结果在形式上与 Becker 书上的(91.8)式有所不同。应该注意此式中各量是 S 系中观察的量，而 Becker 书给出的是 S_0 系中观察的量，可以证明两者是一致的。