

第十四章 狭义相对论力学基础

狭义相对论(一)

一、填空、选择题:

1. 相对论的时空变换(即洛伦兹变换)是根据 光速不变原理 和 狭义相对性原理 导出的。

2. 已知惯性系 S' 相对于惯性系 S 以 $0.5c$ 的速度沿 x 轴负方向运动,若从 S' 系坐标原点 O' 沿 x 轴正方向发出一光波,则 S 系中测得此光波的波速为 c 。

3. 设 S' 系以速度 v 相对 S 系沿 x 轴正方向运动,运动中 x' 轴与 x 轴平行。 S' 系中观察者测得光沿 x' 轴正向传播速度为 c (c 为光在真空中传播速度),则 S 系观察者测得它的速度为:

(A) c

(B) $c - v$

(C) $\frac{c-v}{1+v/c}$

(D) $c + v$

二、计算题:

1. S' 系相对 S 系的速率为 $0.8c$,在 S' 系中观测,一事件发生在 $t'_1 = 0, x'_1 = 0$ 处,第二个事件发生在 $t'_2 = 5 \times 10^{-7} \text{s}, x'_2 = -120 \text{m}$ 处,试求在 S 系中测得两事件的时间和空间坐标。

$$x_1 = 0 \quad t_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{x'_2 + ut'_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 0$$

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{u}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = 3 \times 10^{-7} \text{s}$$

2. 地面上 A、B 两点相距 100m，一短跑选手由 A 跑到 B 历时 10s，试问在与运动员同方向运动，飞行速度为 0.6c 的飞船 S' 系中观测，这选手由 A 到 B 跑了多少距离？经历多长时间？速度的大小和方向如何？

不能用时间膨胀！

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma(u)} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{\gamma(u)}$$

$$= \frac{\Delta x - \frac{u \Delta t}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$V_x' = \frac{V_x - u}{1 - \frac{u V_x}{c^2}}$$

$$l' = l \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\Delta x = 100m$$

$$\Delta t = 10s$$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = -2.25 \times 10^9 m$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u \Delta x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = 12.5s$$

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = -1.8 \times 10^8 m/s = -0.6c$$

3. 宇宙飞船相对地球以 0.8c 的速度飞行，一光脉冲从船尾传到船头。飞船上观察者测得飞船长为 90m，地球上观察者测得光脉冲从船尾发出和到达船头两事件的空间间隔

沿 x 轴负向

$$l_0 = 90m$$

$$S' \Delta x' = 90m \quad \Delta t' = \frac{l_0}{c}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{l_0 + u \frac{l_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= 270m$$

狭义相对论(二)

一、填空、选择题:

1. 静止时边长为 50cm 的立方体, 当它沿着与它的一个棱边平行的方向相对于地面以匀速度 $2.4 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 运动时, 在地面上测得它的体积是 0.075 m^3 。

2. π^+ 介子是不稳定的粒子, 在它自己的参照系中测得平均寿命是 $2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$, 如果它相对实验室以 $0.8c$ 的速度运动, 那么实验室坐标系中测得 π^+ 介子的寿命是 $4.33 \times 10^{-8} \text{ s}$ 。

3. 一宇航员要到离地球 5 光年的星球去旅行, 现宇航员希望将这路程缩短为 3 光年, 则他所乘火箭相对于地球速度是: (C)

- (A) $\frac{1}{2}C$ (B) $\frac{3}{5}C$ (C) $\frac{4}{5}C$ (D) $\frac{9}{10}C$

(C 为真空中光速)

4. 宇宙飞船相对地面以匀速度 v 直线飞行, 某时刻宇航员从船头部向飞船尾部发出一光讯号, 经 Δt 时间(飞船上的钟)后传到尾部, 则此飞船固有长度为: (A)

- (A) $C \cdot \Delta t$ (B) $V \cdot \Delta t$ (C) $\frac{C \Delta t}{\sqrt{1 - (\frac{V}{C})^2}}$ (D) $\sqrt{1 - (\frac{V}{C})^2} C \Delta t$

(c 为真空中光速)

二、计算题:

1. S 系和 S' 系为坐标轴互相平行的两惯性系, S' 系相对 S 系沿 ox 轴正方向运动。一根刚性尺静止在 S' 系与 ox' 轴成 30° 角, 今在 S 系测得该尺与 ox 轴成 45° , 则 S' 系相对 S 系的速度是多少?

$$\tan 30^\circ = \frac{L_{y'}}{L_{x'}}$$

$$L_y = L_{y'}$$

$$L_x = L_{x'} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{L_y}{L_x} = \frac{L_{y'}}{L_{x'} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\tan 30^\circ}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad u = \sqrt{\frac{2}{3}} c = 2.5 \times 10^8 \text{ m/s} = 1$$

2. 宇宙飞船 A 和 B, 固有长度均为 $l_0 = 100\text{m}$, 沿同一方向匀速飞行, 在飞船 B 上观测到飞船 A 的船头、船尾经过飞船 B 船头的的时间间隔为 $(5/3) \times 10^{-7}\text{s}$ 则飞船 B 相对于飞船 A 的速度大小为多少?

以 B 为 0 系, A 为 0' 系

0' 相对 0 以 v 运动

设 B 头为 x 零位,

事件为 $(0, 0), (0, \Delta t')$

$\Delta t' = \frac{5}{3} \times 10^{-7}\text{s}$

$$\Delta t' = \frac{l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{v}$$

$$v = \frac{2}{5} \sqrt{5} c = 2.68 \times 10^8 \text{ m/s} = 0.89c$$

3. 宇宙飞船固有长度 $L_0 = 90\text{m}$, 相对地面以 $v = 0.8c$ 匀速度在一观测站上空飞过, 则观测站测得飞船船身通过观测站时间间隔是多少? 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少?

ED 中事件

$(0, 0), (-\frac{v\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}})$

$$\Delta t = \frac{L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{v} = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

可知 $l_0 = \frac{v\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s}$$

4. 作为一个静止的自由粒子, 中子的平均寿命为 15.5 分钟, 它能自发地转变为一个电子一个质子和一个中微子。问一个中子必须以多大的最小平均速度离开太阳, 才能在转变之前到达地球? 已知地-日平均距离为 $1.496 \times 10^{11}\text{m}$ 。

$$L_0 = vt = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = 1.418 \times 10^8 \text{ m/s} = 0.473c$$

狭义相对论(三)

一、填空、选择题:

$$E = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2$$

1. 在参照系 S 中有两个静止质量都是 m_0 的粒子 A 和 B, 分别以速度 v 沿同一直线相向运动。相碰后合在一起成为一个粒子, 则其静止质量 M_0 的值为: (C)

(A) $2m_0$ (B) $2m_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$ (C) $2m_0 / \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$ (D) $\frac{m_0}{2} \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$

2. 一匀质矩形薄板, 在它静止时测其长为 a , 宽为 b , 质量 m_0 , 由此算出板的质量面密度 $\frac{m_0}{ab}$ 。假定薄板沿长度方向以接近光速的 v 作匀速直线运动, 此时再计算该薄板的质量面密度为: (D)

(A) $\frac{m_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}{ab}$

(B) $\frac{m_0}{ab \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$

(C) $\frac{m_0}{a \cdot b [1 - (\frac{v}{c})^2]^{3/2}}$

(D) $\frac{m_0}{a \cdot b [1 - (\frac{v}{c})^2]}$

$$a' = a \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\sigma' = \frac{m}{a'b} = \frac{m_0}{ab(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

3. 匀质细棒静止时质量为 m_0 , 长度 l_0 , 当它沿棒长方向作高速匀速直线运动时, 测得长为 l , 那么棒的运动速度 $v = \frac{c \sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}}}{\sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}}}$; 该棒具有的动能 $E_k = m_0 c^2 (\frac{l_0}{l} - 1)$

4. 设电子静止质量为 M_0 , 若将一个电子从静止加速到速率为 $0.6c$ (c 为真空中光速), 需作功 $\frac{1}{4} M_0 c^2$

5. 太阳由于向周围空间辐射能量, 每秒损失了质量 $4 \times 10^9 \text{ kg}$, 求太阳的辐射功率 $W = 3.6 \times 10^{26} \text{ W}$

二、计算题:

1. 求一质子和一个中子结合成一个氦核时放出的能量(用焦耳和电子伏特表示)。已知它们的静止质量分别为:

质子 $m_p = 1.67262 \times 10^{-27} \text{ kg}$;

中子 $m_n = 1.67493 \times 10^{-27} \text{ kg}$;

氦核 $m_{\text{He}} = 3.34359 \times 10^{-27} \text{ kg}$;

热核反应过程为: ${}_1^1\text{H} + {}_1^1\text{H} \rightarrow {}_2^2\text{He}$

$$\Delta m = 0.00396 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0.356 \times 10^{-12} \text{ J} = 2.23 \times 10^6 \text{ eV}$$

2. 粒子的静止质量为 m_0 , 当其动能等于其静能时, 其质量和动量各等于多少?

$$m = 2m_0$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

$$p = \sqrt{3}m_0c$$

B. 在实验室参照系中, 某个粒子具有能量 $E = 3.2 \times 10^{-10} \text{ J}$, 动量 $P = 9.4 \times 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, 求该粒子的静止质量、速率和在粒子静止的参照系中的能量。

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad m_0 = 1.68 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v = 2.64 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$P = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E_0 = m_0 c^2 = 1.52 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$\frac{P}{E} = \frac{v}{c^2}$$