

毕奥-萨伐尔定律的建立过程

王较过

(陕西师范大学 物理学与信息技术学院, 陕西 西安 710062)

摘要: 通过论述“用磁针周期振荡法测量磁极受到作用力”的原理, 以及建立毕奥-萨伐尔定律的两个典型实验, 揭示了建立毕奥-萨伐尔定律的研究方法及物理思想, 说明了实验在物理学理论发展中的重要作用。

关键词: 毕-萨定律; 毕奥; 电流元

中图分类号: O44 文献标识码: A 文章编号: 1001-8395(2001)06-0614-04

1 用磁针周期振荡法测量磁极受到的作用力

1820 年秋, 阿拉果带着奥斯特发现电流磁效应的重要新闻回到法国, 9 月 11 日, 他便在法国科学院报告了奥斯特的重要发现并演示其实验. 阿拉果的报告使法国科学家迅速做出强烈反应. 对法国科学家而言, 他们受库仑的影响太深, 此前一直相信电和磁之间没有联系并且对电和磁分别进行研究. 阿拉果报告之后, 法国科学家立即对电和磁的相互关系进行探索. 一周后, 安培就取得了重要的研究成果, 1820 年 9 月 18 日、9 月 25 日和 10 月 9 日, 安培在科学院会议上宣读了 3 篇论文, 并且用实验表演了两根通电导线相互吸引和排斥的现象, 同时还证明了通电螺线管也能像磁铁一样相互吸引^[1]. 毕奥紧随其后, 1820 年 9 月 30 日, 毕奥就向法国科学院报告了他与萨伐尔的重要发现: 载流长直导线施加在磁针磁极(不论是磁南极还是磁北极)上的力反比于磁极与导线间的距离, 这也是人类首次对奥斯特效应的定量研究. 我们知道, 小磁针的南极和北极始终不能分开, 那么他们是如何用实验确定小磁针的磁极受力与导线距离之间的关系呢?

毕奥和萨伐尔确定这种关系时, 运用磁针周期振荡法进行了实验. 当时, 周期振荡法在物理实验中已有成功的应用实例. 例如 1787 年库仑就用这种方法测量电吸引力, 1804 年毕奥与盖-吕萨克还用这种方法乘氢气球测量大气磁场. 毕奥和萨伐尔这次实验的设计思想十分独特, 具有创造性, 其原理如下: 如图 1 所示, O 代表垂直于水平面的无限长载流直导线, AB 是长度为处于平衡位置的小磁

针, 其中 A 、 B 分别为两极, C 是它的中心, O 是导线与水平面的交点. 设北极磁分子受力沿 AE 方向, 南极磁分子受力沿 BD 方向. 由于导线无限长, 磁针的每个极所受合力必然在水平面内. 因为在与导线距离相同处, 导线对磁分子的作用是相同的, 所以 $\angle EAO = \angle GBO$. 当磁针处于平衡状态时, 由实验观测可知 $AB \perp OC$, 因而 AE 与 BD 必须与磁针具有相同的倾角, 这就要求 $\angle DBO = \angle GBO = 90^\circ$. 由此毕奥和萨伐尔得出结论: “一条无限长载流直导线作用在南磁分子或北磁分子的作用力垂直于该分子到导线的距离”^[2].

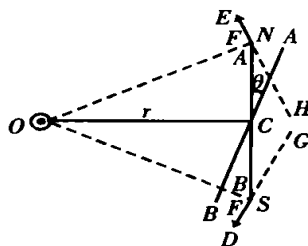


图 1 无限长载流导线磁场对磁针的作用力

对磁针所受力大小的测量, 毕奥和萨伐尔用了周期振荡法. 如图 1 所示, 设小磁针对垂直于水平面过 C 点的转动惯量为 I , 若磁针相对于垂直水平面过 C 点的转轴偏离平衡位置很小角度, 磁针所受力就会对 C 轴产生力矩 $Fl \sin \theta$, 由转动定律得

$$- Fl \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}. \quad (1)$$

因为 θ 很小, 所以 $\sin \theta \approx \theta$, 于是(1)式变为

$$- Fl \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}. \quad (2)$$

由(2)式可解得磁针振荡的周期 $T = 2\pi \sqrt{I/F l}$, 变形可得

$$F \propto 1/T^2. \tag{3}$$

这说明作用在磁针磁极上的力与磁针振荡的周期平方成反比. 因此, 测量磁针振荡的周期也就间接测量了载流长直导线产生的磁场作用在小磁针磁极上的力. 毕奥和萨伐尔正是利用这种关系测量作用力, 完成了他们设计的第一个实验并得出毕奥-萨伐尔定律的.

2 建立毕奥-萨伐尔定律的第一个实验

建立毕奥-萨伐尔定律的第一个实验装置如图 2 所示. 图中 CZ 是一条长直载流导线, 这个电流产生的磁场对磁针 NS 产生力的作用, 磁针 NS 用一根丝线悬挂在水平位置上, 它与金属丝的距离可以调节. 条形磁铁 N'S' 放在一定的水平位置上, 用来消除地磁场的影响.

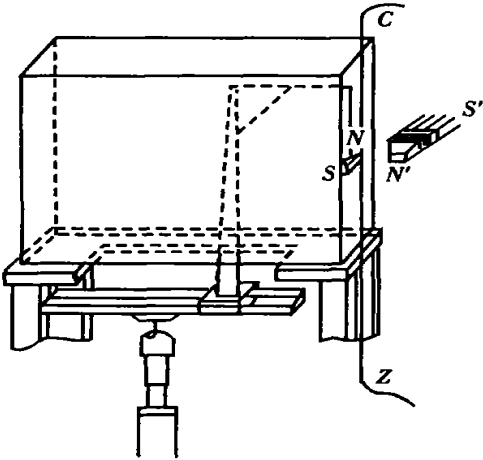


图 2 毕奥-萨伐尔的实验装置

毕奥和萨伐尔在实验过程中遇到了一系列困难. 例如, 如何精确地确定磁针振荡的起始时刻, 如何使载流导体中的电流强度保持不变, 如何消除由于地磁场对磁针磁化而产生的误差等. 他们通过认真研究, 巧妙地解决了这些难题后, 顺利地完成了实验, 同时也提高了实验的精确度.

毕奥和萨伐尔实验时, 首先将磁针置于距导线 30 mm 处, 测量它的振动周期, 并将这个距离作为标准距离. 改变磁针与导线之间的距离后再次测量周期, 最后计算出不同距离处磁针受力与标准距离磁针受力的比值, 其结果如表 1 所示.

表 1 毕奥和萨伐尔的实验数据

观测 序号	导线与磁针中 心的距离/mm	10 次振动的 时间/s	观察到的力与 30 mm 处力的比值
1	30	42.25	
2	40	48.85	3/4(1- 0.008 508)
3	30	42.00	
4	20	33.50	3/2(1- 0.023 090)
5	30	41.00	
6	50	54.75	3/5(1- 0.036 673)
7	30	42.25	
8	60	56.75	2/3(1- 0.095 460)
9	30	41.75	
10	120	89.00	3/12(1- 0.103 892)
11	30	42.50	
12	15	30.00	2/1(1- 0.067 010)
13	30	43.15	

由表 1 的最后一栏可以看出, 磁针振荡周期的平方与距离成正比, 结合(3)式便可得出结论: 磁针的北极或南极受到无限长直导线电流所产生磁场的总作用力与磁极和导线之间的距离成反比.

为了验证上述结论的正确性, 毕奥和萨伐尔假设电流产生的磁场对磁极的作用力与它们之间的距离严格成反比, 并且把磁针在 30 mm 处测得的数据作为标准, 计算出磁针在不同位置时振动 10 次的时间, 把计算数值与观测数值比较, 结果见表 2.

表 2 计算值与观测值的比较

实验 序号	磁针中心与导 线的距离/mm	10 次振动的时间/s		观测值与计 算值之差/s
		计算值	观测值	
2	40	48.62	48.85	0.23
4	20	33.88	33.50	- 0.38
6	50	53.74	54.75	1.01
8	60	59.40	56.75	- 2.65
10	120	84.25	89.00	4.75
12	15	30.99	30.00	- 0.99

由表 2 可见, 观测值与计算值基本符合, 但差值出现了正负的交替变化. 毕奥和萨伐尔对此现象作了物理方面的解释, 他们认为该现象也许表明作用于磁针的合力并非与导线到磁针中心的距离成反比^[3], 而是与它到磁针两极间的距离成反比. 在此顺便指出, 对作用力与电流强度成正比, 毕奥和萨伐尔并非强调和证明. 这是因为在他们看来电流产生的磁力与电流强度成正比, 是一种必然的先验知识.

3 建立毕奥-萨伐尔定律的第二个实验

毕奥和萨伐尔得出无限长直导线对磁针磁极作用的合力反比于它们之间的距离. 法国数学家、物理学家拉普拉斯遵循将一切物理现象简化为粒子间的引力和斥力的途径, 从数学上推导出每个电流元施加在磁极上的作用力的规律, 如图 3 所示, 电流元与磁极间的距离为 r , 二者的夹角为 θ , 则

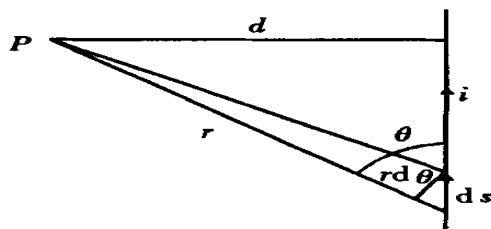


图 3 电流元对磁极的作用力

$$dF = \frac{ki ds}{r^2} f(\theta), \quad (4)$$

(4) 式中 k 为比例常数, $f(\theta)$ 是角 θ 的未知函数.

由图 3 可见, $ds = r d\theta / \sin\theta$, 代入(4)式得

$$dF = \frac{kid\theta}{r \sin\theta} f(\theta).$$

对于无限长直载流导线, θ 角变化范围是 $0 \sim \pi$. 由于对称性, 磁极受载流导线的合力为

$$F = 2ki \int_0^{\pi/2} \frac{f(\theta) d\theta}{r \sin\theta} = \frac{2ki}{d} \int_0^{\pi/2} f(\theta) d\theta. \quad (5)$$

由毕奥-萨伐尔定律的第一个实验可知, 对于无限长直载流导线, F 与 d 成反比, 这说明了 $f(\theta)$ 是符合 F 与 d 成反比的任意函数. 毕奥认为必须用实验证实这个函数确实存在并确定其具体形式. 于是他们便设计了第二个实验来回答这个问题.

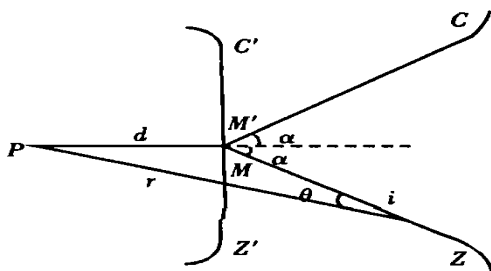


图 4 弯折导线及长直导线对磁针的作用

建立毕奥-萨伐尔定律的第二个实验的原理如图 4 所示, 把长直导线 ZMC 弯折成与水平面的夹角都为 α 的 ZM 和 MC , 该折线与竖直导线 $Z'M'C'$ 和磁针中心都在同一竖直平面内, 折线与竖直导线

处用一纸片隔开. 他们设计出此实验的目的是比较载有相等的电流时, 弯折导线产生的作用力与长直导线产生的作用力的比值.

初步实验之后, 毕奥猜测二力的比值可能是 $\alpha/90^\circ$, 或者是 $\lg(\alpha/2)$, 为此他们将不同 α 值时作用力的比值计算后列于表 3. 特别是毕奥和萨伐尔讨论了 $\alpha = 45^\circ$ 的情况并进行实验验证. 若考虑比值为 $\lg(\alpha/2)$, 当时 $\alpha = 45^\circ$, 则倾斜导线与直线的作用力的比值为 0.414 214, 在倾斜导线中通以直导线 2 倍的电流, 则它将施加 2 倍的力在磁针上, 此时比值将变为 0.828 427, 实验测得值为 0.827 545, 二者符合很好, 由此他们确证了二力的比值为 $\lg(\alpha/2)$.

表 3 不同角度时弯折导线与长直导线作用力的比值

α	$\lg(\alpha/2)$	$\alpha/90^\circ$
10 $^\circ$	0.087	0.111
20 $^\circ$	0.176	0.222
30 $^\circ$	0.268	0.333
40 $^\circ$	0.364	0.444
45 $^\circ$	0.414	0.500
50 $^\circ$	0.466	0.556
60 $^\circ$	0.577	0.667
70 $^\circ$	0.700	0.778
80 $^\circ$	0.839	0.889
90 $^\circ$	1.000	1.000

为了确定(4)式中 $f(\theta)$ 的具体函数形式, 不妨应用(4)式对倾斜导线进行积分, 其结果必然包含因子 $\lg(\alpha/2)$ (其中 α 为倾斜角). 毕奥认为 $f(\theta) = \sin\theta$ 时将满足这一条件, 证明如下:

为叙述方便, 将对图 4 所示的弯折载流导线在 P 点产生的磁力进行积分. 对 P 点的磁极, 电流元产生的力为

$$dF = \frac{kids}{r^2} \sin\theta,$$

$$F = 2ki \int_0^\alpha \frac{ds \sin\theta}{r^2}.$$

因为

$$ds = \frac{r d\theta}{\sin\theta},$$

所以

$$F = 2ki \int_0^\alpha \frac{d\theta}{r}.$$

由正弦定理得

$$\frac{d}{\sin\theta} = \frac{r}{\sin\alpha},$$

所以

$$F = \frac{2ki}{d\sin\alpha} \int_0^\alpha \sin\theta d\theta = \frac{2ki(1-\cos\alpha)}{d\sin\alpha} = \frac{2ki}{d} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

上述结果与实验结果一致, 这样就确定了 $f(\theta)$ 的具体形式为 $\sin\theta$, 于是便可求得电流元对磁极作用力的微分形式, 也就是毕奥-萨伐尔定律的微分形式:

$$dF = \frac{ki ds}{r^2} \sin(\theta). \quad (4)$$

写成现代的形式, 则为

$$dB = k \frac{id\mathbf{s}}{r^2} \sin(\theta),$$

其矢量形式为

$$d\mathbf{B} = K \frac{i d\mathbf{s} \times \mathbf{r}_0}{r^2}. \quad (7)$$

由(6)式和(7)式可见, 毕奥-萨伐尔定律的原始形式(6)式与现代形式基本是一致的, 这个定律是电磁学的基本定律之一. 它的建立不仅使人们能够计算任意形状的稳定电流产生的磁感应强度 B , 而且揭示了电与磁联系的定量关系. 毕奥-萨伐尔定律的建立过程用无可辩驳的事实说明, 实验在物理学理论发展过程中起十分重要的作用, 使我们更加体会到“物理学是从实验中产生的”^[4].

最后还需指出, 拉普拉斯根据毕奥和萨伐尔由实验得出的长直载流导线的结论, 首先用数学方法把毕奥-萨伐尔的结论转化为电流元的情况. 因此, 现在有些教科书上把这个结论称为毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律^[5].

参考文献

- [1] 宋德生, 李国栋. 电磁学发展史[M]. 南宁: 广西人民教育出版社, 1996. 135~136.
- [2] 向义和. 物理学基本概念和基本定律溯源[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994. 107.
- [3] Erlichson H. Am J Phys, 1998, 66(5): 385~391.
- [4] 王较过, 东延民. 物理实验, 1997, 96(2): 94~95.
- [5] 宋德生, 李国栋. 电磁学发展史[M]. 南宁: 广西人民教育出版社, 1996. 161.

Establishing The Biot-Savart Law

WANG Jiao-guo

(Institute of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, Shaanxi)

Abstract: With describing the measurement of the magnetic force on a compass needle by the method of oscillation and two model experiments of Biot and Savart, we show a study method and physics thought of establishing the Biot-Savart law, as well as a positive role in the development of a physics theory.

Key words: Biot-Savart's law; Biot; Current element

(编辑 余毅)