## 高等代数（II）第一次基础小测试（答题时间：45分钟）

1. **（50%）已知实二次型**

$$f\left(x\_{1},x\_{2},x\_{3}\right)=\left(1-a\right)x\_{1}^{2}+\left(1-a\right)x\_{2}^{2}+2x\_{3}^{2}+2\left(1+a\right)x\_{1}x\_{2}$$

**的秩为2.**

1. **求**$a$**的值；**
2. **求一个非退化的线性替换**$X=CY$**，将该二次型化为规范形；**
3. **判定该二次型的正定性（需要严格写出判定依据）.**
4. **（50%）设**$V$**是数域**$P$**上的一个线性空间，**$E\_{1},E\_{2},E\_{3},E\_{4}$**是**$V$**的一组基，又设**

$$α\_{1}=E\_{1}+2E\_{2}+E\_{4}, α\_{2}=E\_{1}-E\_{3}-E\_{4}$$

$$β\_{1}=E\_{1}+2E\_{3}+E\_{4}, β\_{2}=E\_{1}+2E\_{2}-3E\_{3}-E\_{4}$$

**令**$W\_{1}=L(α\_{1},α\_{2}), W\_{2}=L(β\_{1},β\_{2})$**.**

1. **求**$W\_{1}+W\_{2}$**的维数与一组基；**
2. **求**$W\_{1}∩W\_{2}$**的维数与一组基；**
3. **判定**$W\_{1}∪W\_{2}$**是否**$V$**的一个线性子空间（需要严格写出判定依据）.**