BWC
Xidian Univ.

4.3 随机多址接入协议

作业

4.2

4.3

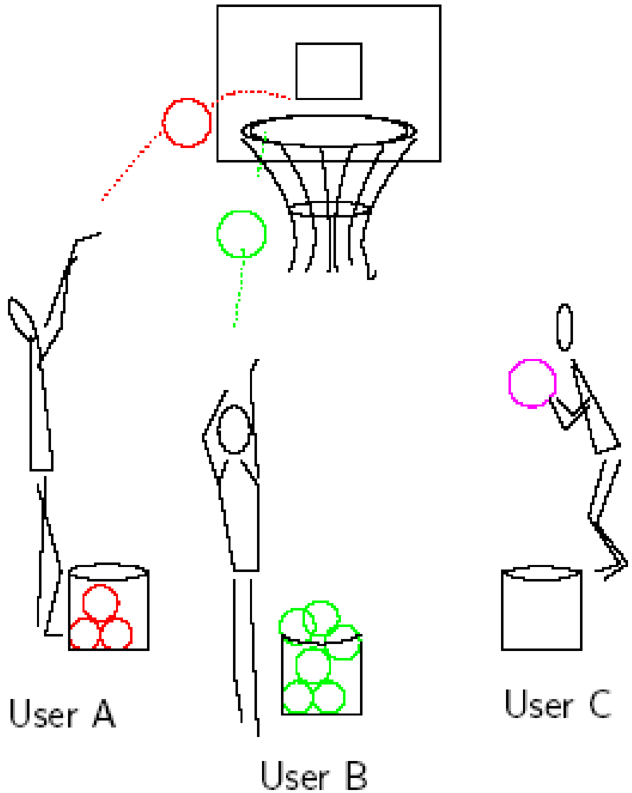
4.4

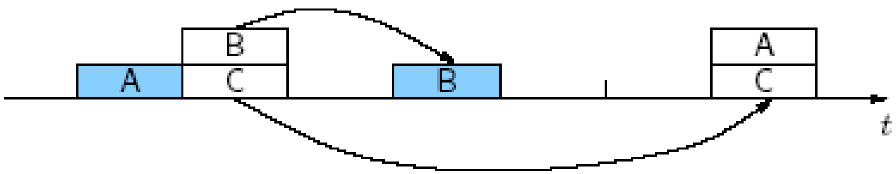
4.5

随机多址接入协议

- 随机多址协议（有竞争的多址接入协议）
  - 网络中的节点在网络中的地位是等同的;
  - 各节点通过竞争获得信道的使用权。
  - 分类
    - 完全随机多址接入协议（ALOHA协议）
    - 载波侦听型多址接入协议
  - 主要关心两个方面的问题：
    - 稳态情况下系统的通过率和时延性能
    - 系统的稳定性

随机多址接入协议





Objectives

- Small delay in light traffic.
- **Bounded** delay for a large (possibly infinite) number of users.

4.3.1 ALOHA协议

ALOHA协议

- **ALOHA协议是70年代Hawaii大学建立的在多个数据终端到计算中心之间的通信网络中使用的协议。**

ALOHA协议

- 其基本思想是：若一个空闲的节点有一个分组到达，则立即发送该分组，并期望不会和其它节点发生碰撞。
- 为了分析随机多址接入协议的性能，假设系统是由m个发送节点组成的**单跳系统**，信道是**无差错**及**无捕获效应**的信道，分组的到达和传输过程满足如下假定：

ALOHA协议

- **各个节点的到达过程为独立的参数为 λ/m 的Poisson到达过程，系统总的到达率为λ。**
- **在一个时隙或一个分组传输结束后，信道能够立即给出当前传输状态的反馈信息。**
  - 反馈信息为“0”表明当前时隙或信道无分组传输
  - 反馈信息为“1”表明当前时隙或信道仅有一个分组传输（即传输成功）
  - 反馈信息为“*e*”表明当前时隙或信道有多个分组在传输，即发生了碰撞，导致接收端无法正确接收。

ALOHA协议

- 碰撞的节点将在后面的某一个时刻，重传被碰撞的分组，直至传输成功。如果一个节点的分组必须重传，则称该节点为等待重传的节点。

ALOHA协议

- 对于节点的缓存和到达过程作如下假设：
  - 假设A：无缓存情况。在该情况下，每个节点最多容纳一个分组。如果该节点有一个分组在等待传输或正在传输，则新到达的分组被丢弃且不会被传输。在该情况下，所求得的时延是有缓存情况下时延的下界（Low Bound）。

ALOHA协议

– 假设B： 系统有无限个节点（ $m=\infty$ ）。每个新产生的分组到达一个新的节点。这样网络中所有的分组都参与竞争，导致网络的时延增加。因此，在该假设情况下求得的时延是有限节点情况下的时延上界（Up Bound）。

1. 纯ALOHA协议

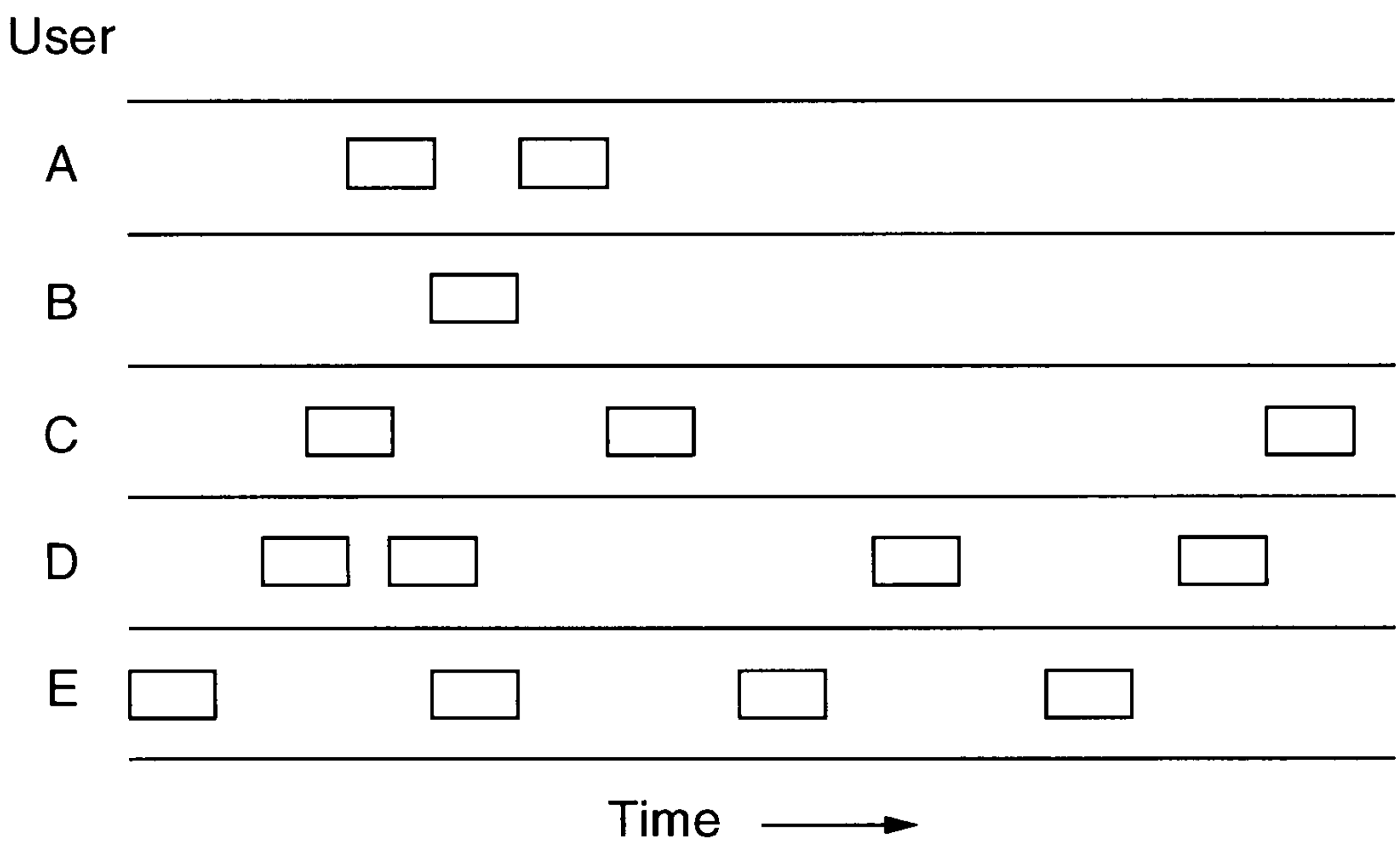
纯ALOHA协议(unsloted ALOHA)

- 纯ALOHA协议是最基本的ALOHA协议。只要有新的分组到达，就立即被发送并期望不与别的分组发生碰撞。一旦分组发生碰撞，则随机退避一段时间后进行重传。

纯ALOHA协议

- 纯ALOHA协议是最基本的ALOHA协议。
- 两个状态
  - 空闲（idle)：只要有新的分组到达，就立即被发送。
  - 阻塞（backlogged):一旦分组发生碰撞，节点进入阻塞状态，随机退避一段时间后进行重传。

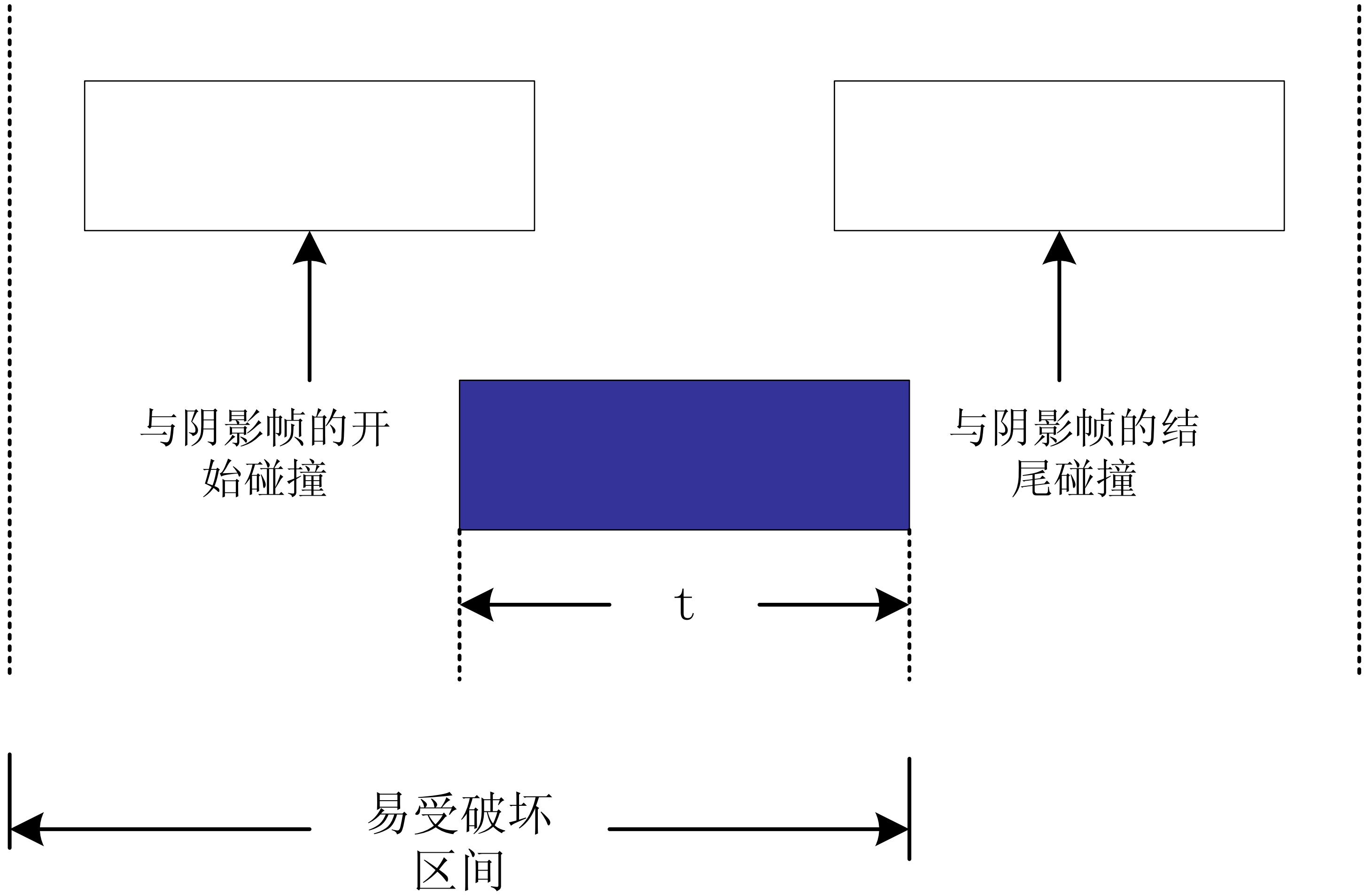
纯ALOHA协议



纯ALOHA协议

- 如果**从数据分组开始发送的时间起点到其传输结束**的这段时间内，没有其它数据分组发送，则该分组就不会和其它分组发送碰撞。

纯ALOHA协议

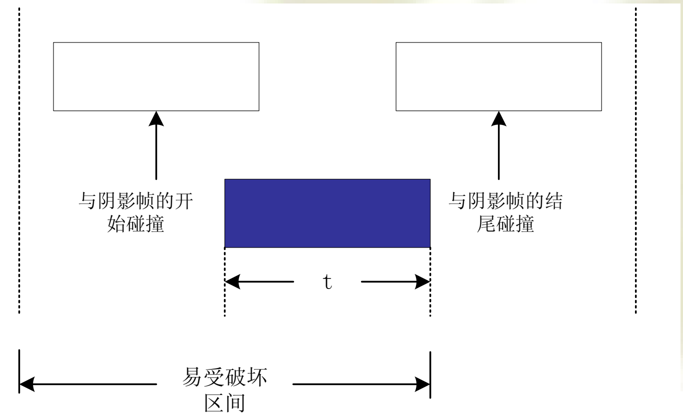


纯ALOHA协议

- **在什么情况下图中阴影部分表示的数据分组（在 t_0+t 时刻产生的分组）可以不受任何干扰的发送呢?**
  - 为了便于分析，我们假设系统中所有分组的长度相等，传输数据分组所需的时间定义为系统的单位时间，为了简化我们的描述，我们令该值等于t，并在下面的分析中令其等于1。

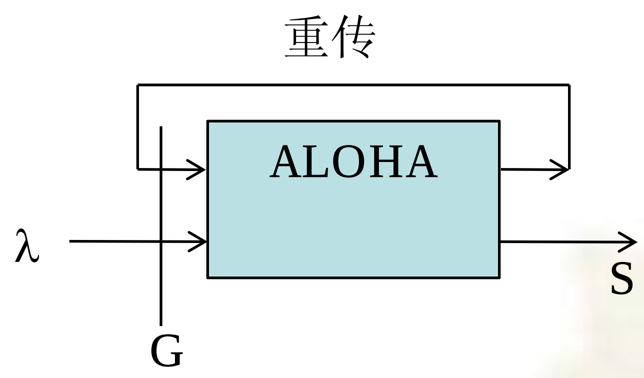
纯ALOHA协议

- 我们将时间区间 $[t_0, t_0+2t]$ 称为阴影分组（在 t_0+t 时刻产生的分组）的易受破坏区间。
- 很显然，在纯ALOHA协议中，只有在数据分组的易受破坏区间内没有其它分组传输，则该分组可以成功传输。



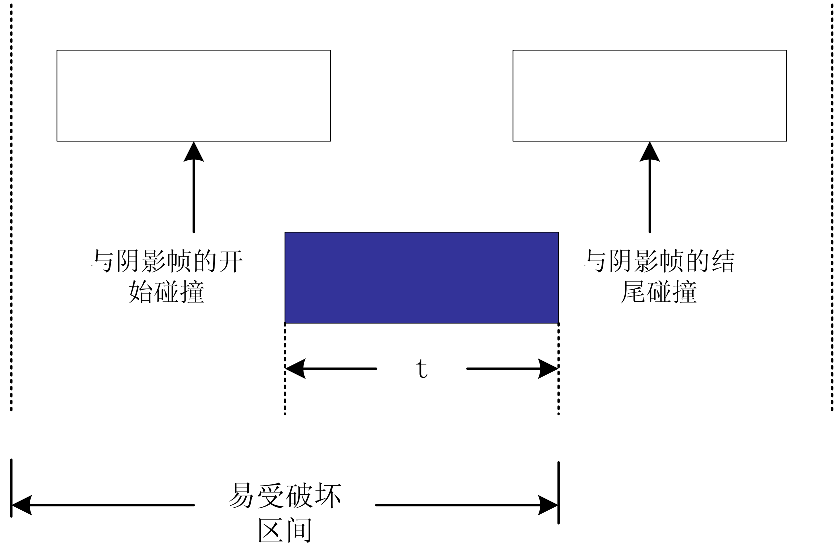
纯ALOHA协议

- 为了分析方便，设系统有**无穷多个节点**（假设B），假定重传的时延足够随机，重传分组和新到达分组**合成的分组流**是到达率为*G*的Poisson到达过程。



纯ALOHA协议

- 在纯ALOHA系统中，一个分组**成功传输的概率**，就是在其产生时刻前一个时间单位内没有分组发送，并且在该分组产生时刻的后一个时间单位内仅有一个分组发送的概率。



纯ALOHA协议

- 根据泊松公式，在单位时间内，产生***k***个分组的概率是

$$P(k)=\frac{e^{-G}G^{k}}{k!}$$

$$\boxed{P(A(t+\tau)-A(t)=k)=\frac{e^{-G\tau}(G\tau)^{k}}{k!}}$$

- 则根据上面的分析，我们可以得到在纯ALOHA系统中，分组成功传输的概率

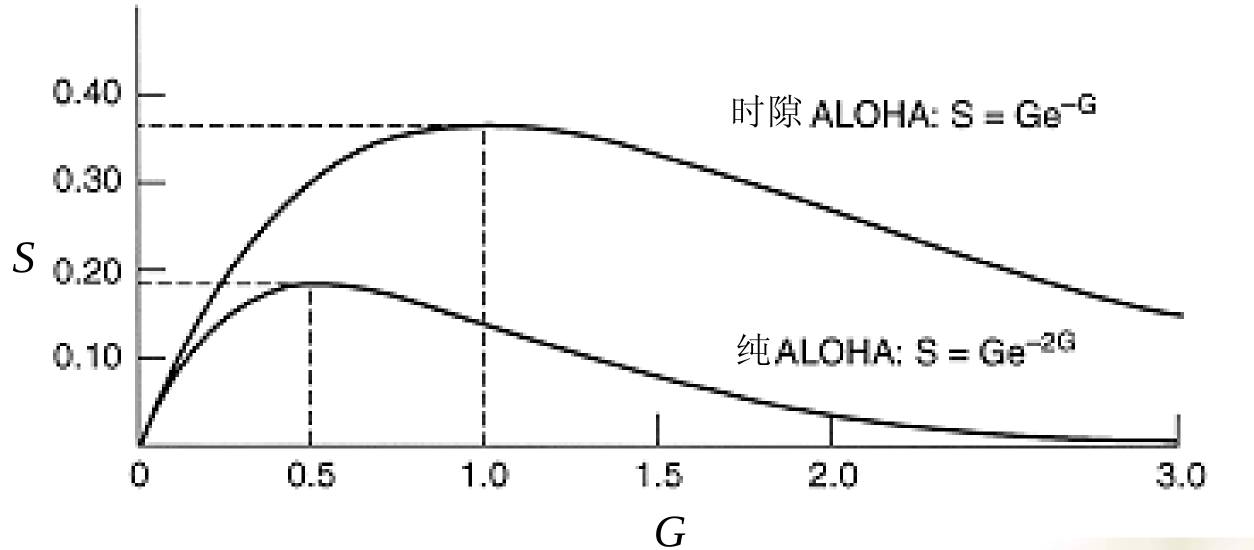
$$P_{succ}=P\{\text{两个时间单位内没有其它分组发送}\}$$

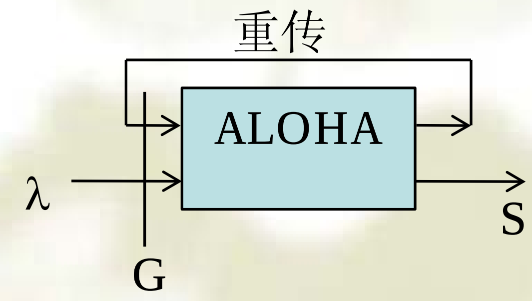
$$=\frac{e^{-2G}(2G)^{0}}{0!}=e^{-2G}$$

纯ALOHA协议

- 在单位时间的意义上，系统的通过率(归一化的吞吐量)

$$S = G \cdot P_{succ} = Ge^{-2G}$$





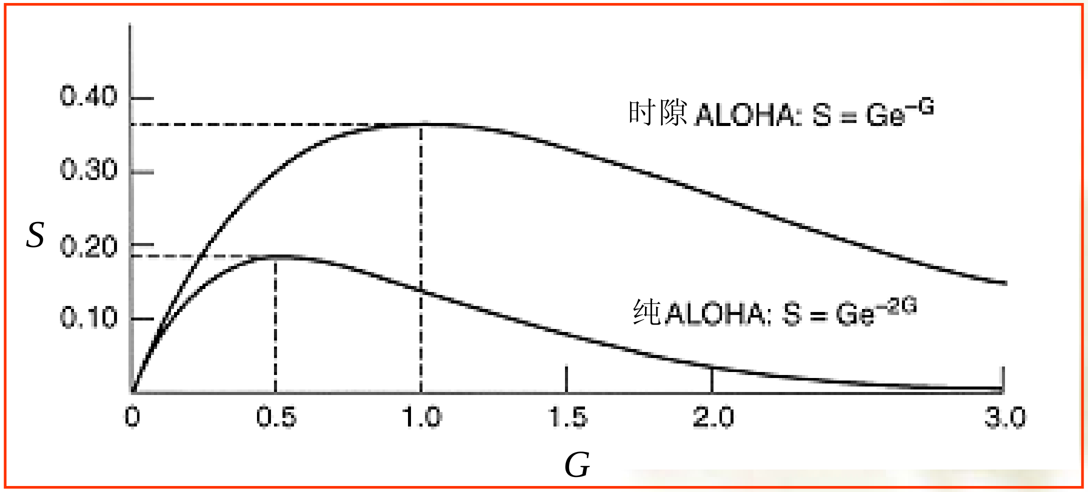
通过量（吞吐量）（**bps, pkt/s**）=通过率（吞吐率）× 信道传输速率(**bps, pkt/s**)

纯ALOHA协议

- 对上式求最大值，可得系统的最大通过率为

$$\frac{1}{2e} \approx 0.184$$

- 对应的 $G = 0.5$



2. 时隙ALOHA协议

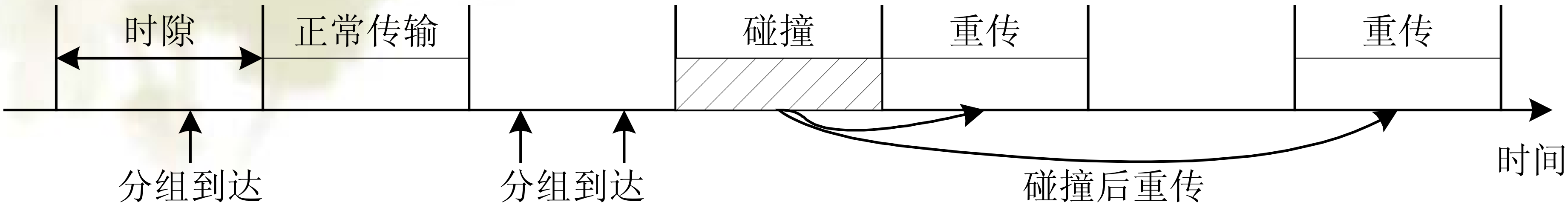
时隙ALOHA协议

- 从前面的描述中可以看到，在纯ALOHA协议中，节点只要有分组到达就发送，易受破坏区间为两个单位时间。
- 如果我们**缩小**易受破坏区间，就可以减少分组碰撞的概率，提高系统的利用率。基于这一出发点，提出了时隙ALOHA协议。

时隙ALOHA协议

- 时隙ALOHA系统将时间轴划分为若干个时隙，所有节点同步，各节点只能**在时隙的开始时刻才能够发送分组**，时隙宽度等于一个分组的传输时间。
- 当一个分组到达某时隙后，它将在下一时隙开始传输，并期望不会与其它节点发生碰撞。

时隙ALOHA协议



- 如果在某时隙内，仅有一个分组到达（包括新到达的分组和重传分组的到达），则该分组会传输成功。
- 如果在某时隙内到达两个或两个以上的分组，则将会发生碰撞。碰撞的分组将在以后的时隙中重传。
- 很显然，此时的易受破坏区间长度减少为一个单位时间（时隙）。

时隙ALOHA协议

- 利用前面的假设条件，并假定系统有无穷多个节点(假设B)。
- 从图中可以看出在一个时隙内到达的分组包括两个部分：一部分是新到达的分组，另一部分是重传的分组。
- 设新到达的分组是到达率为λ(分组数/时隙)的Poisson过程。假定重传的时延足够随机化，这样就可以近似地认为重传分组的到达过程和新分组的到达过程之和是到达率为 $G(>\lambda)$ 的Poisson过程。

时隙ALOHA协议

$P_{succ} = P$[在易受破坏区间（1个时间单位）内没有传输] $= e^{-G}$

系统的通过率（S）为（或离开系统的速率）：

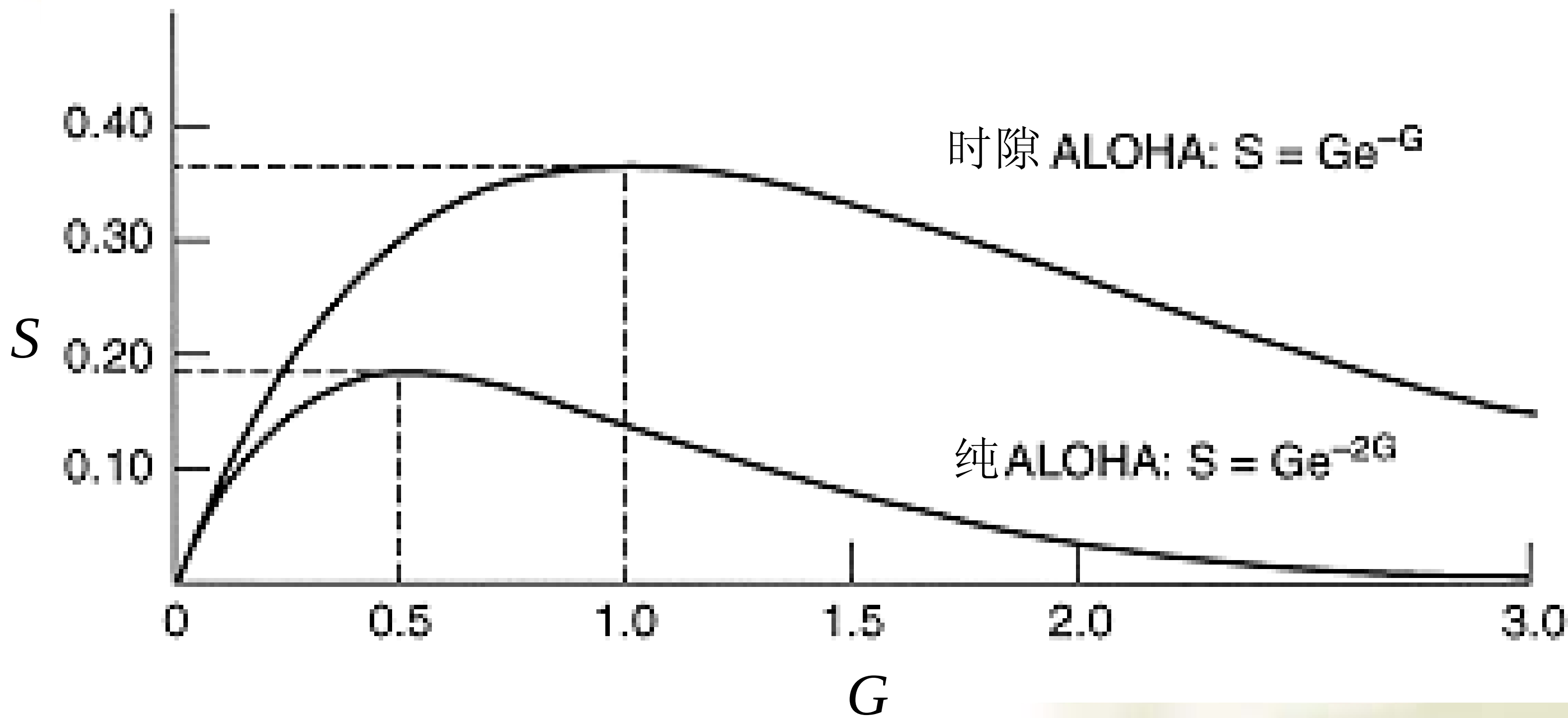
$$S = GP_{succ} = Ge^{-G}$$

- 如果分组的长度为一个时隙宽度，则系统的通过率就是指在一个时隙内成功传输所占的比例（或有一个分组成功传输的概率）。其最大通过率为 $1/e \approx 0.368$ ，对应的 $G = 1$

时隙ALOHA协议

- 如果分组的长度为一个时隙宽度，则系统的通过率就是指在一个时隙内成功传输所占的比例（或有一个分组成功传输的概率）。其最大通过率为 $1/e \approx 0.368$ ，对应的 $G=1$

ALOHA协议的通过率曲线



BWC
Xidian Univ.

时隙ALOHA协议

- 例4.1 若干个终端用纯ALOHA随机接入协议与远端主机通信。信道速率为2.4kb/s。每个终端平均每3分钟发送一个帧，帧长为200bit，问系统中最多可容纳多少个终端？若采用时隙ALOHA协议，其结果又如何？

时隙ALOHA协议

- 解：设可容纳的终端数为*N*。每个终端发送数据的速率是 $\frac{200}{3\times 60}\approx 1.1$ bit/s，由于纯ALOHA系统的最大系统通过率为 ${}^{1}\!/_{2e}$ ，则有

$$N=\frac{2400\times {}^{1}\!/_{2e}}{1.1}\approx 396$$

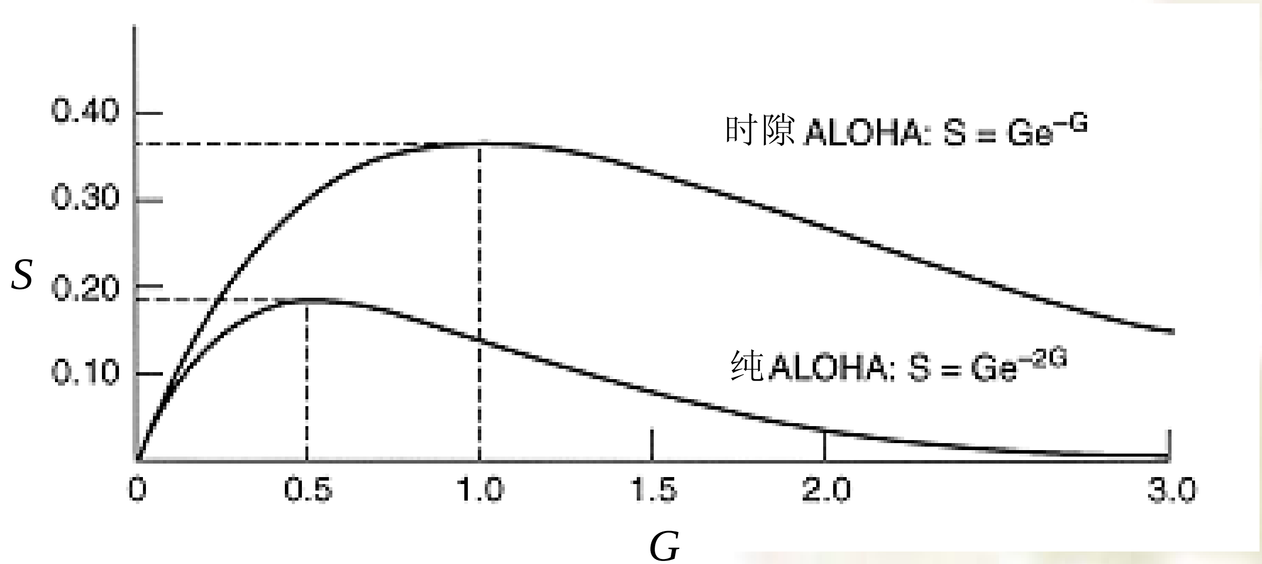
- 若采用时隙ALOHA协议，则有

$$N=\frac{2400\times {}^{1}\!/_{e}}{1.1}\approx 793$$

3. 时隙ALOHA协议稳定性分析

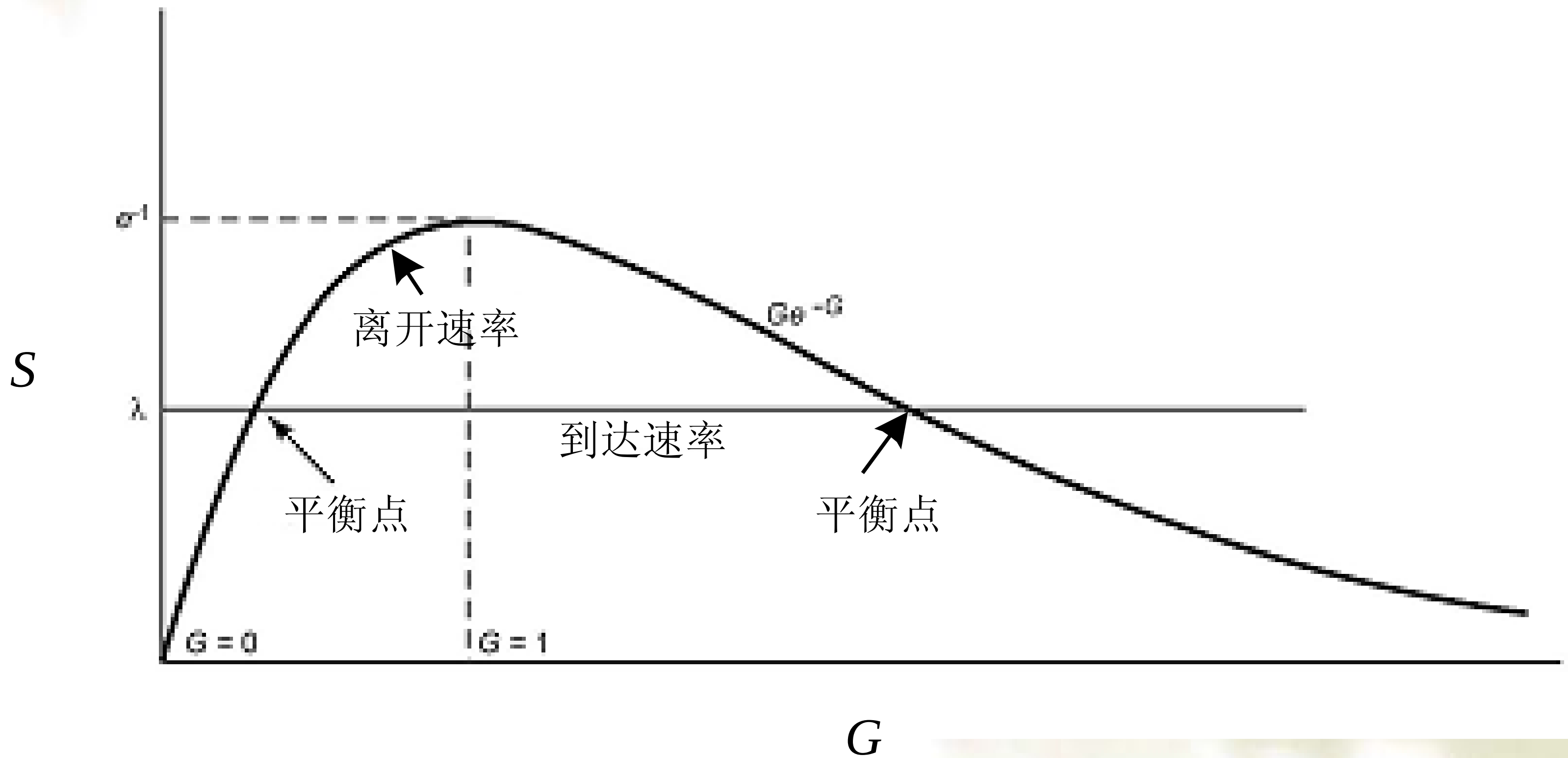
时隙ALOHA协议稳定性分析

- 从图可以看出，对于时隙ALOHA系统，当 $G<1$ 时，系统空闲的时隙数较多；当 $G>1$ 时，碰撞较多，从而导致系统性能下降。因此，为了达到最佳的性能，应当将G维持在1附近变化。



时隙ALOHA协议稳定性分析

- 当系统达到稳态时，应该有新分组的到达率等于分组离开系统的速率，即有 $S=\lambda$



- 将 $S=\lambda$ 曲线与通过量曲线相交，得到两个平衡点。
- 产生问题：
  - 哪个平衡点是稳定的?
- 我们将通过对时隙ALOHA系统动态行为的分析，了解系统的稳定性与控制方法。

时隙ALOHA协议稳定性分析

- 为了分析系统的**动态行为**，我们先采用假设A（无缓存的情况）来进行讨论。
- 时隙ALOHA的行为可以用离散时间马尔可夫链来描述，其系统的状态为**每个时隙开始时刻等待重传的节点数**。

时隙ALOHA协议稳定性分析

- q_r： 在碰撞后等待重传的节点在每一个时隙内重传的概率；
- n： 在每个时隙开始时刻等待重传的节点数；
- m： 系统中的总用户数；
- q_a： 每个节点有新分组到达的概率；
- λ： m个节点的总到达率（即每个节点的到达率为 λ/m），其单位为分组数/时隙；

时隙ALOHA协议稳定性分析

- $Q_r(i,n)$ ：n个等待重传的节点中，有i个节点在当前时隙传输的概率；
- 在给定n的条件下，有:

$$Q_r(i,n)=\binom{n}{i}(1-q_r)^{n-r}q_r^i$$

时隙ALOHA协议稳定性分析

- $Q_a(i,n)$ ：在当前时隙中， ***m-n*** 个空闲节点中有***i***个新到达的分组传输的概率。

- 每个节点有新分组到达的概率

$$q_a = 1 - e^{-\lambda/m}$$

$$P(A(t+\tau) - A(t) = k) = \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^k}{k!}$$

- 在给定***n***的条件下，有

$$Q_a(i,n) = \binom{m-n}{i}(1-q_a)^{m-n-i} q_a^i$$

时隙ALOHA协议稳定性分析

- $P_{n,n+i}$ 表示时隙开始时刻有***n***个等待重传的节点，到下一时隙开始点有 ***n+i*** 个等待重传节点的转移概率。其状态转移概率为

有$i≥2$个新到达的分组进行传输，导致碰撞，重传

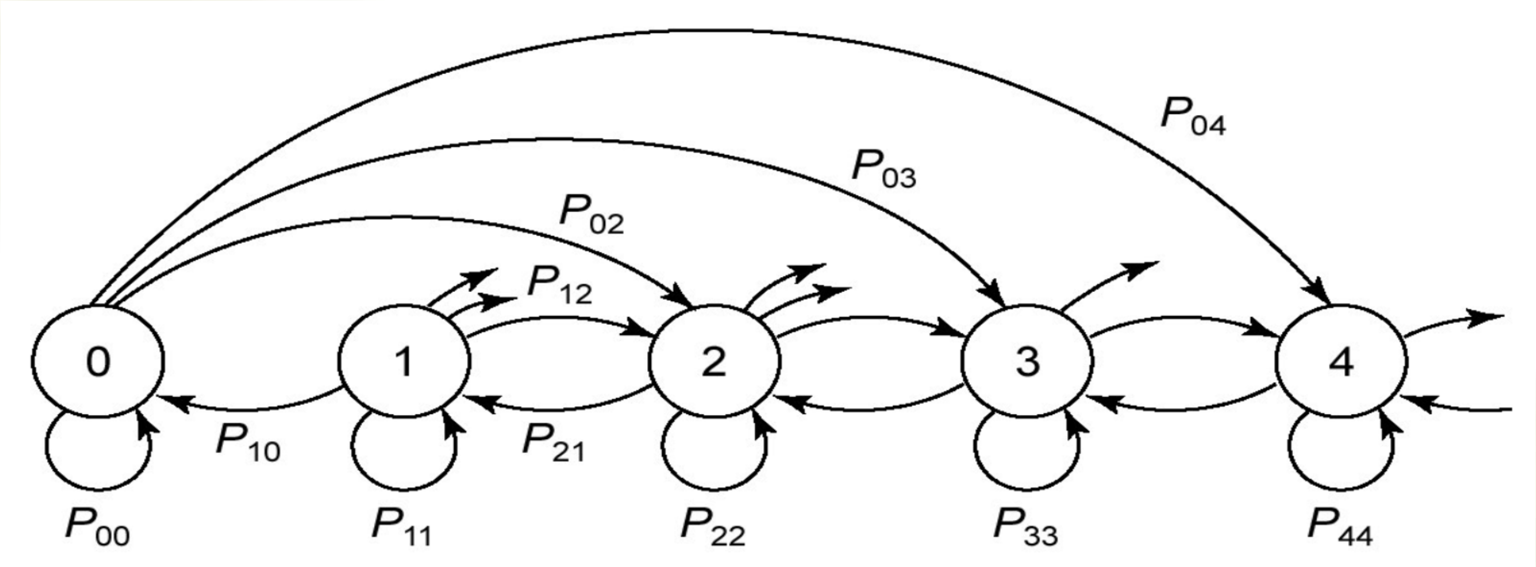
在n个等待重传节点有分组传输的情况下，空闲节点中仅有一个新到达的分组

1、有一个新到达的分组
2、重传节点无分组或者有两个及以上分组传输

$$P_{n,n+i} = \begin{cases} Q_a(i,n) & 2 \le i \le m-n \\ Q_a(1,n)\left[1-Q_r(0,n)\right] & i = 1 \\ Q_a(1,n)Q_r(0,n) + Q_a(0,n)\left[1-Q_r(1,n)\right] & i = 0 \\ Q_a(0,n)Q_r(1,n) & i = -1 \end{cases}$$

等待重传的节点中仅有一个分组成功传输

时隙ALOHA协议稳定性分析

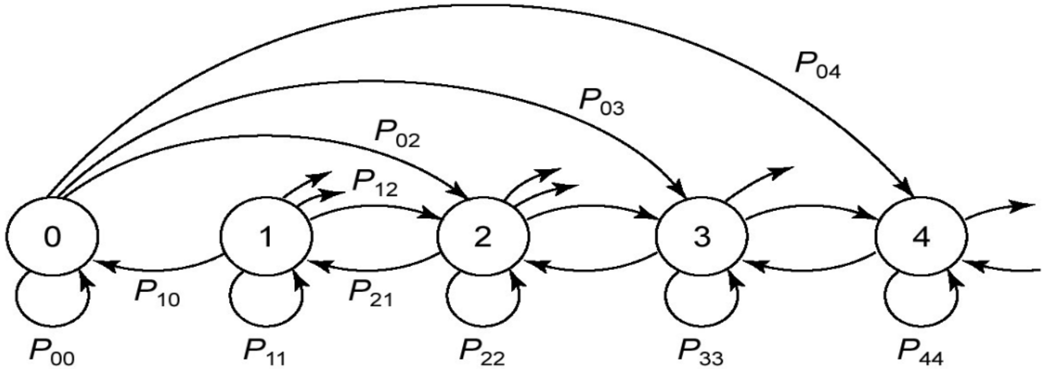


- 系统不会出现0→1的状态转移
- 每次状态减少的转移中只能减少1

时隙ALOHA协议稳定性分析

- 在稳态情况下，对于任一状态**n**而言，从其它状态转入的频率应当等于从该状态转移出去的频率，即有

$$\sum_{i=0}^{n-1} p_i P_{i,n} + p_n P_{n,n} + p_{n+1} P_{n+1,n} = \sum_{j=n-1}^{m} p_n P_{n,j} = p_n \sum_{j=n-1}^{m} P_{n,j}$$



时隙ALOHA协议稳定性分析

$$\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} p_i P_{i,n} + p_n P_{n,n} + p_{n+1} P_{n+1,n} = \sum_{j=n-1}^{m} p_n P_{n,j} = p_n \sum_{j=n-1}^{m} P_{n,j}}$$

由于从n转移到各种可能状态的概率之和为1（$\sum_{j=n-1}^{m} P_{n,j} = 1$），从而有

$$p_n = \sum_{i=0}^{n+1} p_i P_{i,n}$$

再利用 $\sum_{i=0}^{m} p_i = 1$和式（4-17）就可以求出p_0和p_n。

Unfortunately, this system has some very strange properties for a large number of nodes, and the steady-state results above are very misleading.

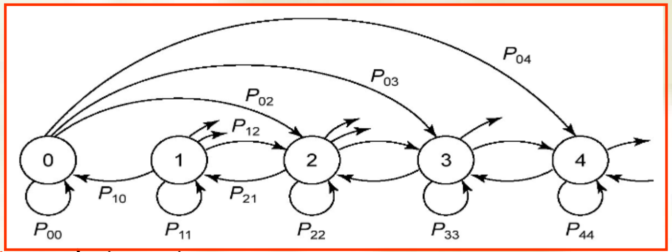
时隙ALOHA协议稳定性分析

- 为了进一步了解系统的动态行为，我们定义**系统状态偏移量**为：
- D_n= 当系统状态为*n*时，在一个时隙内等待重传队列的**平均变化量**

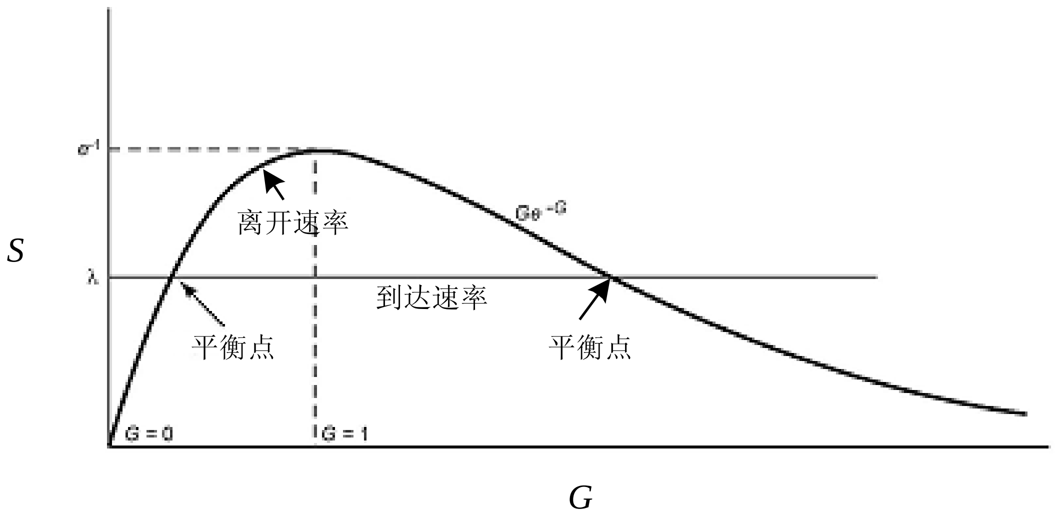
  =（在该时隙内平均到达的新分组数）—（在该时隙内平均成功传输的分组数）

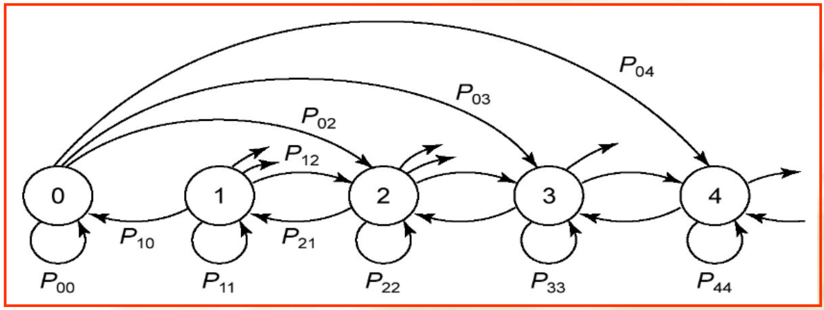
  = $(m-n)q_a - P_{succ}$

  – 其中 $P_{succ} = Q_a(1,n) \bullet Q_r(0,n) + Q_a(0,n) \bullet Q_r(1,n)$
    - 第一项为新到达分组成功传输的概率
    - 第二项为重传分组成功传输的概率



- 系统状态偏移量D_n描述系统状态的变化趋势
  - $D_n<0$，状态变小，左移，系统稳定
  - $D_n>0$，状态变大，右移，系统不稳定





时隙ALOHA协议稳定性分析

- 再定义当系统状态为*n*时，一个时隙内平均传输的分组数为*G(n)*，则有

Attempt rate

$$G(n) = (m - n)q_a + nq_r$$

$$Q_a(i,n) = \binom{m-n}{i}(1-q_a)^{m-n-i} q_a^i$$

$$Q_r(i,n) = \binom{n}{i}(1-q_r)^{n-r} q_r^i$$

$$P_{succ} = Q_a(1,n) \bullet Q_r(0,n) + Q_a(0,n) \bullet Q_r(1,n)$$
$$= (m-n)(1-q_a)^{m-n-1} q_a \bullet (1-q_r)^n + (1-q_a)^{m-n} \bullet n(1-q_r)^{n-1} q_r$$

$$P_{succ} = \left(\frac{(m-n)q_a}{1-q_a} + \frac{nq_r}{1-q_r}\right)(1-q_a)^{m-n}(1-q_r)^n$$
$$\approx G(n)e^{-q_a(m-n)}e^{-q_r n}$$
$$\approx G(n)e^{-G(n)}$$

q_r和q_a较小；

$(1-x)^y \approx e^{xy}$ 对于小的x

$G(n) = (m-n)q_a + nq_r$

时隙ALOHA协议稳定性分析

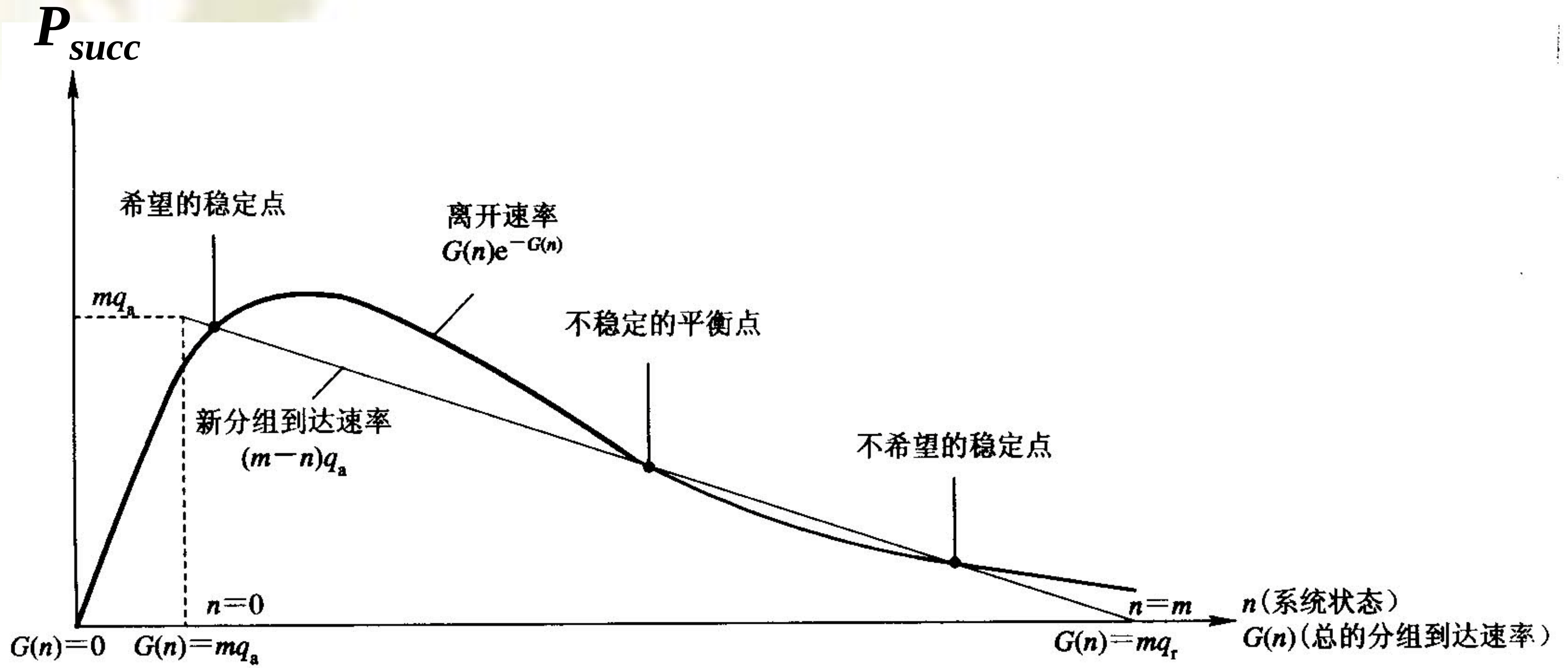
- 因为

$$G(n) = (m-n)q_a + nq_r$$
$$= mq_a + n(q_r - q_a)$$

- m，q_a，q_r与n无关，因此$G(n)$与n具有线性关系
- 以n和$G(n)$为横坐标，绘制到达分组速率和离去速率曲线

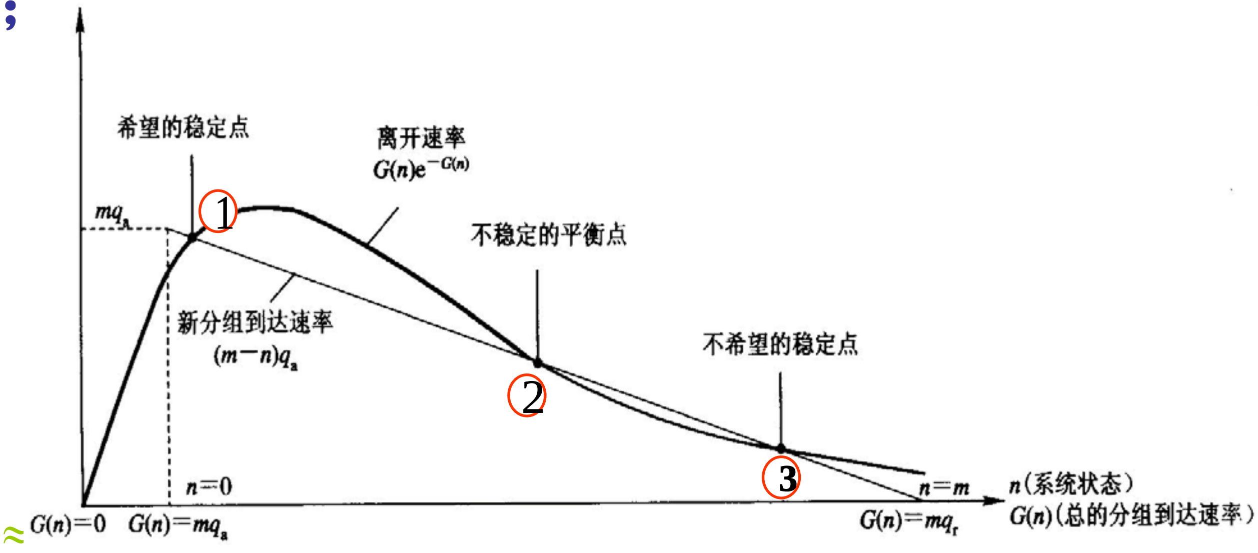
时隙ALOHA协议稳定性分析

$$D_n = (m - n)q_a - P_{succ}$$



时隙ALOHA协议稳定性分析

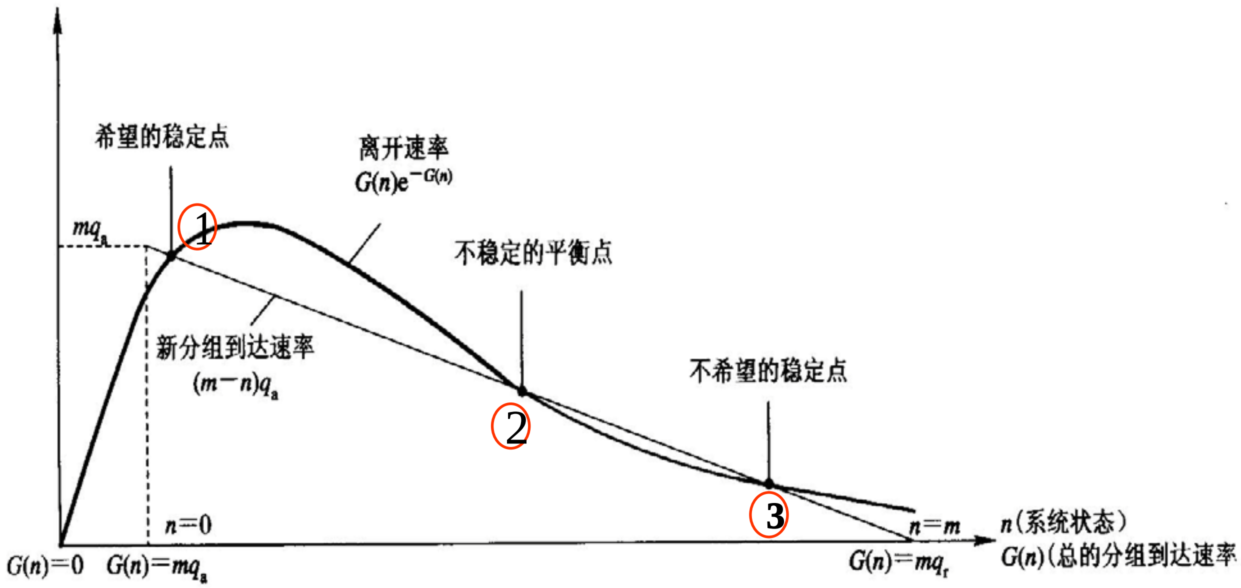
- 在图中，D_n是到达率与离去率之差
- （三个）交叉点为平衡点。
- ①、②交叉点间系统的离开率大于到达率，$D_n<0$，左移，趋向第一交叉点；
- ②、③交叉点间系统的离开率小于到达率，$D_n>0$，右移，趋向第三交叉点；



时隙ALOHA协议稳定性分析

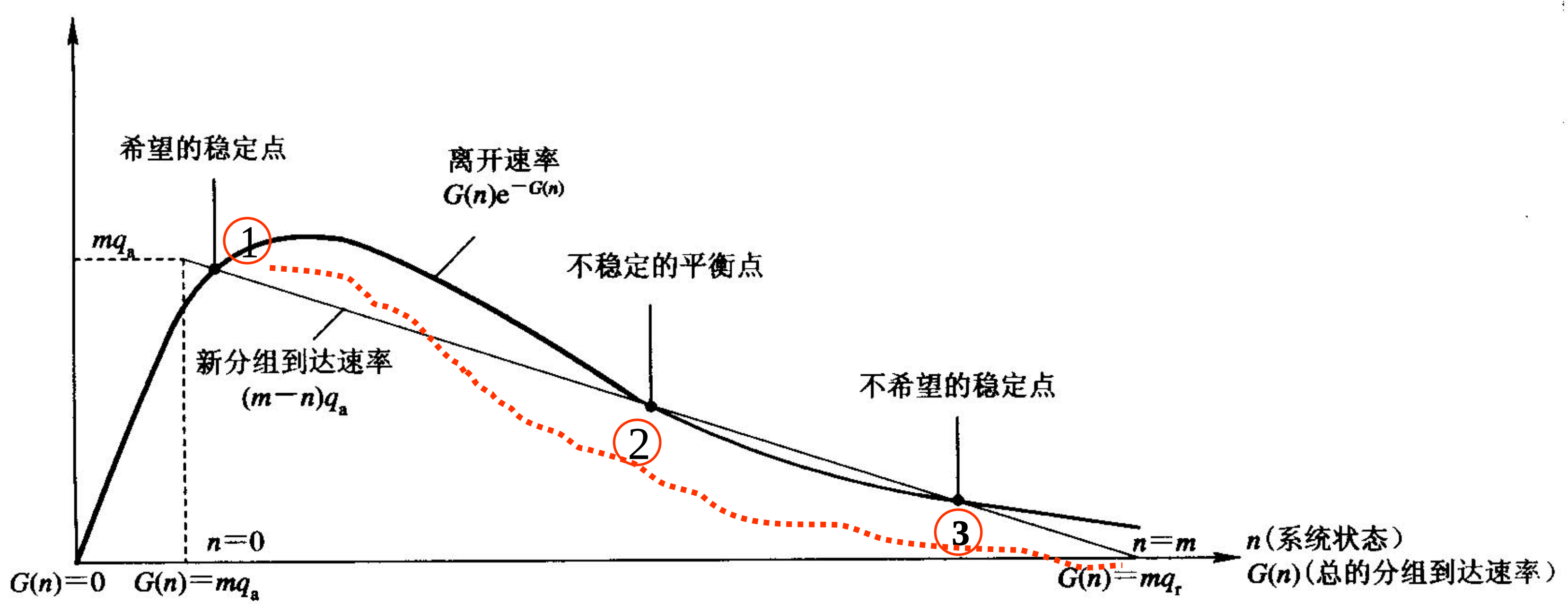
- ①、③交叉点为稳定的平衡点
- ②交叉点为不稳定的平衡点
- ①交叉点通过率较高，为期望的平衡点
- ③交叉点通过率较低，为不期望的平衡点（通过率很低）

- 考察q_r变化时的性能?
- 假设B时的性能？（系统有无限个节点）



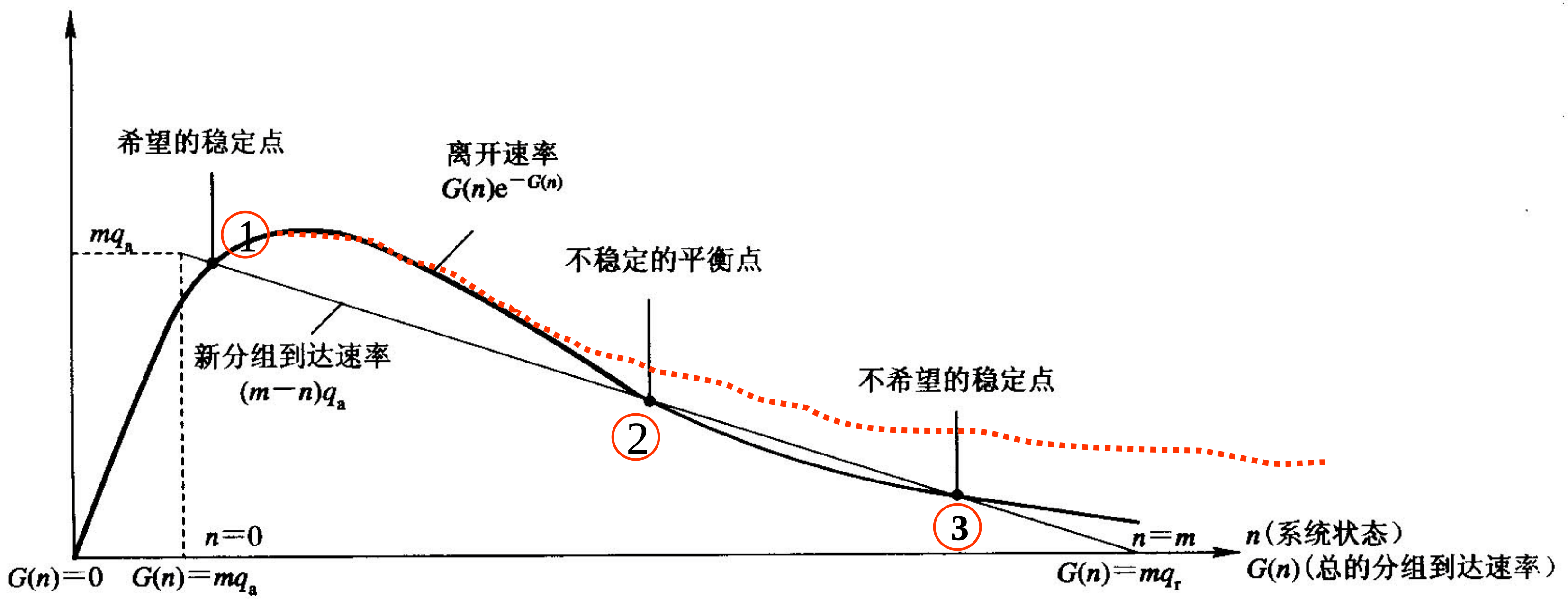
时隙ALOHA协议稳定性分析

如果我们将重传概率q_r增加，则重传的时延将会减小。对应于图4-14中的横坐标，若n保持不变，则 $G(n)=(m-n)q_a+nq_r$ 的取值将增加，G(n)对应的曲线 $G(n)e^{-G(n)}$ 的值将会下降，即曲线向左压缩，第二个交叉点向左移。这样，超过不稳定平衡点的可能性增大。因为此时很小的n值，都可能使系统进入趋于不希望平衡点的区域。



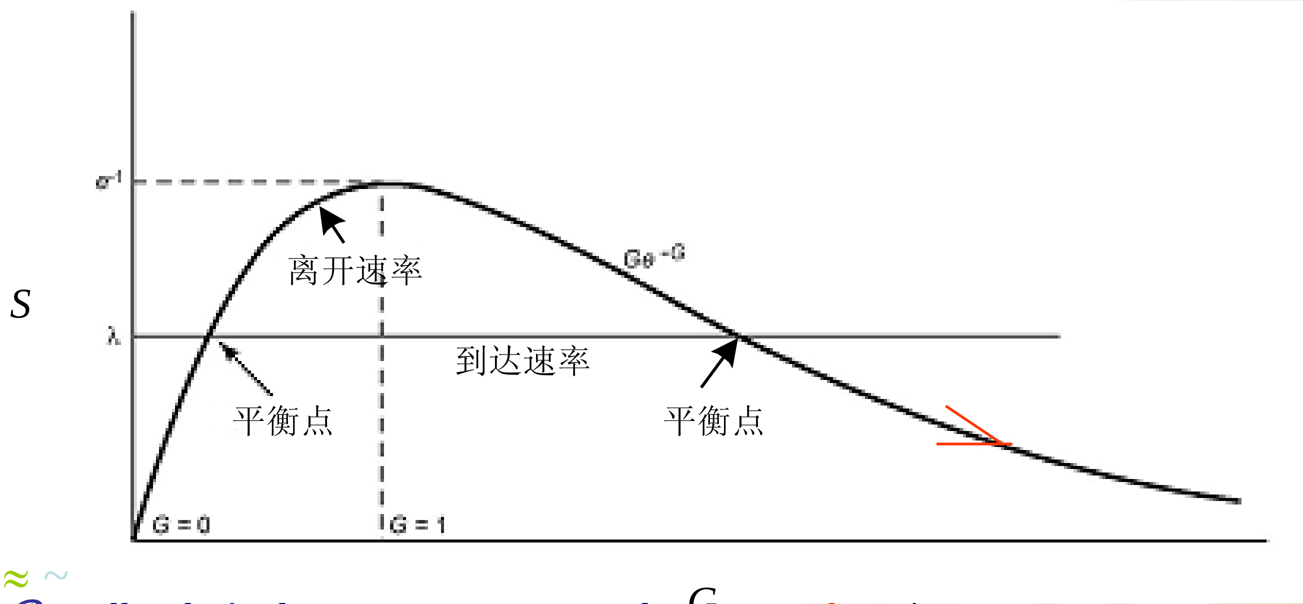
时隙ALOHA协议稳定性分析

如果我们将重传概率q_r减少，则重传的时延将会增加。对应于图4-14中的横坐标，若n保持不变，则 $G(n)=(m-n)q_a+nq_r$ 的取值将减少，G(n)对应的曲线 $G(n)e^{-G(n)}$ 的值将会上升，即曲线向右扩展。在向右扩展一定程度后，系统将仅有一个稳定点。



时隙ALOHA协议稳定性分析

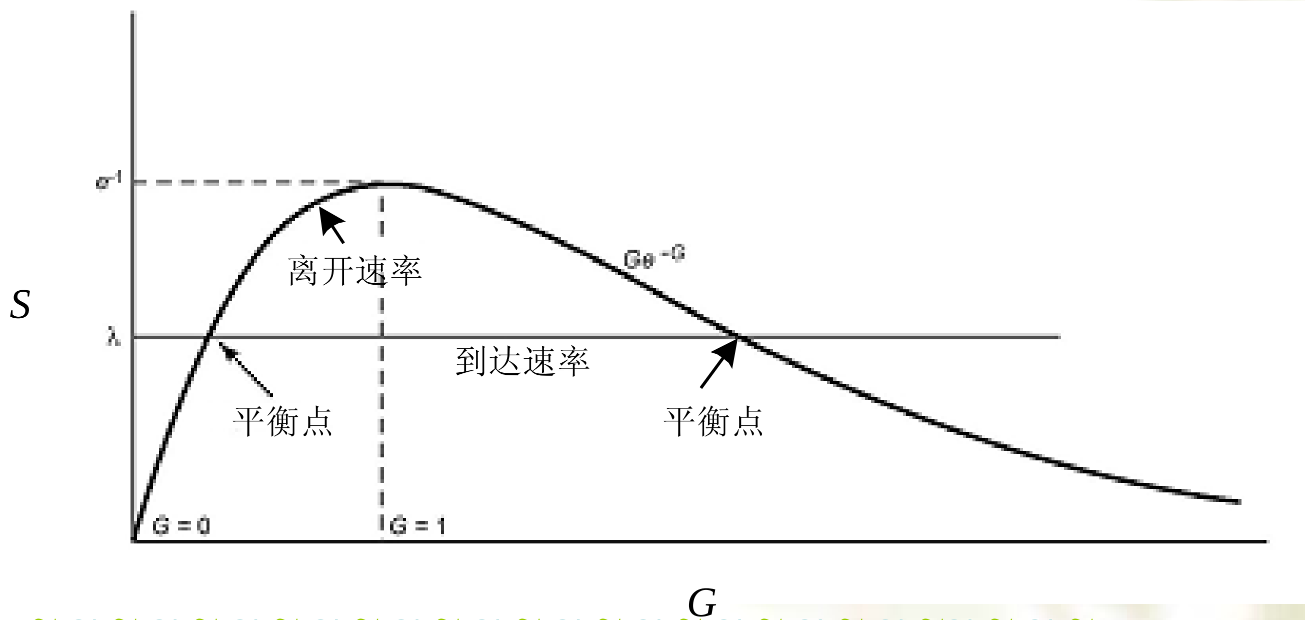
下面再讨论在假设B的情况下，系统的稳定性能。
在假设B的情况下，由图4-12可知，当到达率为常量时，不希望的稳定点消失，只有一个希望的稳定点和一个不希望的稳定点。当系统状态超过不稳定点时，系统的通过率趋于0，时延将会趋于∞。



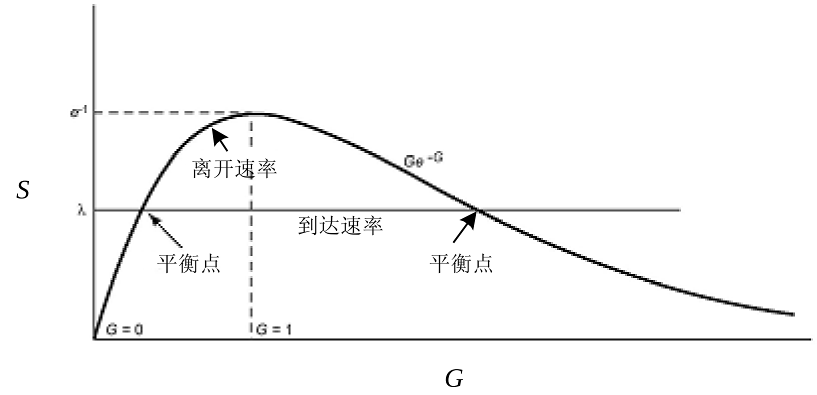
4。稳定的时隙ALOHA协议 —伪贝叶斯算法

- 所谓稳定的多址协议是指对于给定的到达率，多址协议可以保证每个分组的平均时延是有限的。或者说对于给定的到达率，系统是稳定的。我们将使系统稳定的到达率的最小上界称为系统的最大稳定通过率。

很显然由上述定义，普通的时隙ALOHA协议对于任何大于0的到达率都是不稳定的，也就是说，最大稳定的通过量为0。



伪贝叶斯算法



- 思路
  - P_{succ}近似等于 $G(n)e^{-G(n)}$，并且当 $G(n)=1$ 时，获得最大的系统通过量。如果可以动态的改变q_r，使$G(n)$总是处于1，则系统可以一直获得最大的通过量。
  - 由于$G(n)$是n的函数（n为系统中处于重传状态的分组数），因此只要能正确估计n的值，就可以使 $G(n)=1$ 。由于n是未知的值，所以只能通过反馈信息来估计。

伪贝叶斯算法

- 假定***n***可以准确估计且 $G(n)=1$ ，则根据**Poisson**到达的近似，可得有成功传输的概率为 $1/e \approx 0.368$ 空闲的概率为 $1/e \approx 0.368$ ，碰撞的概率为 $1-2/e=(e-2)/e \approx 0.264$
- 因此，在调整重传概率q_r时，应使碰撞的概率小于空闲的概率。

$$P_{idle}=Q_a(0,n)Q_r(0,n)=(1-q_a)^{m-n}(1-q_r)^n$$

$$=e^{-(m-n)q_a}e^{-nq_r}=e^{-[(m-n)q_a+nq_r]}=e^{-G(n)}$$

伪贝叶斯算法

- 伪贝叶斯算法（**Pseudo-Bayesian Algorithm**）是一种稳定的时隙**ALOHA**算法。
- 它的核心思想是：尽可能的使 $G(n)=1$ ，从而使系统的通过率达到最大值。

Increase q_r when an idle slot occurs
Decrease q_r when a collision occurs

伪贝叶斯算法

- 其基本思路是:
  - 假定系统有无穷多个节点（假设B），新到达的分组立即被认为是等待重传的分组（这是与普通时隙ALOHA协议的差别），即所有的分组都以相同的方式处理。
  - 根据时隙开始点状态（等待重传的节点数）的估计值 $\hat{n}_k$ 确定重传概率 $q_r(\hat{n}_k)$，并根据当前时隙的传输状态（空闲、成功或碰撞）来估计下一时隙开始点的状态 $\hat{n}_{k+1}$

伪贝叶斯算法

- 在理想情况下，假定在时隙开始处有**n**个等待重传的分组，则当前时隙总的传输速率为 $G(n)=nq_r$ ，其成功传输一个分组的概率是 $\binom{n}{1}q_r(1-q_r)^{n-1}=nq_r(1-q_r)^{n-1}$
- 根据 $G(n)=nq_r=1$ 的要求，应有 $q_r={}^1\!/_n$

伪贝叶斯算法

- 伪贝叶斯算法的具体步骤如下：
  - 估计当前时隙（第*k*个时隙）开始点的等待重传的节点数 $\hat{n}_k$ ，则各个节点在第*k*个时隙发送的概率 $q_r(\hat{n}_k) = \min\left\{1, \frac{1}{\hat{n}_k}\right\}$ （即要求 $q_r \le 1$ ）
  - 根据第*k*个时隙的传输结果，估计第*k*+1个时隙开始点的等待重传的节点数 $\hat{n}_{k+1}$

$$\hat{n}_{k+1} = \begin{cases} \max\{\lambda, \hat{n}_k - 1 + \lambda\} & \text{第}k\text{个时隙空闲或成功} \\ \hat{n}_k + (e-2)^{-1} + \lambda & \text{第}k\text{个时隙碰撞} \end{cases}$$

$$\hat{n}_{k+1}=\begin{cases}\max\{\lambda,\hat{n}_k-1+\lambda\} & \text{第k个时隙空闲或成功}\\ \hat{n}_k+(e-2)^{-1}+\lambda & \text{第k个时隙碰撞}\end{cases}$$

式中加入λ是考虑到新的到达，取max表示对$\hat{n}_{k+1}$的估计不会小于新到达分组的贡献。

若传输成功，则新的估计要从$\hat{n}_k$中减去1。

若碰撞则新的估计要将$\hat{n}_k$增加$(e-2)^{-1}$。增加$(e-2)^{-1}$的目的是适当地减少重传的概率。

若时隙空闲，将$\hat{n}_k$减去1，这样适当地增加重发的概率，以免有太多的空闲时隙。

这样可以维持系统的真实状态取值n和估计值$\hat{n}_k$之间的平衡。也就是说，在空闲和碰撞的情况下，平均队长不应该改变。

伪贝叶斯算法

- 在空闲和碰撞的情况下，平均队长不应该改变。因为在Poisson近似下，空闲的概率为 $1/e$ ，碰撞的概率为 $(e-2)/e$ ，则这两种情况下平均队长的改变为

$$-1/e+\left[1/(e-2)\right]\bullet\left[(e-2)/e\right]=0$$

伪贝叶斯算法

- 该伪贝叶斯算法对于任何 $\lambda < 1/e$ 的到达率都是稳定的。
- 在*n*较大时，如果有 $n = \hat{n}$ ，则有 $q_r = 1/n$ ，$G(n) = 1$ ，其成功的概率为 $1/e$
- 因为： $D(n) = \lambda - 1/e$ ，当 $\lambda < 1/e$ 时，则有 $D(n) < 0$ 此时系统是稳定的。

伪贝叶斯算法

- 当系统状态估计的初值 $\hat{n}_k$ 与实际系统的***n***相差较大时，系统也会进入稳态。
- 因为当 $n >> \hat{n}$， $\hat{n}_k$ 较小，系统碰撞概率很大，必然导致 $\hat{n}_k$ 迅速增加，从而有 $\hat{n}$ 趋于***n***。
- 当 $\hat{n} >> n$ 时，$\hat{n}_k$ 较大，系统空闲的概率很大，成功传输的概率很高，必然导致 $\hat{n}_k$ 迅速减少，从而有 $\hat{n}$ 趋于***n***。