S矩阵与$\bar{Z}$矩阵$\bar{Y}$矩阵的变换

由 $\tilde{U}_r = S\tilde{U}_i \quad \tilde{U} = \tilde{U}_i + \tilde{U}_r \quad \tilde{I} = \tilde{U}_i - \tilde{U}_r \quad \tilde{U} = \bar{Z}\tilde{I} \quad \tilde{I} = \bar{Y}\tilde{Z}$

可得：

$$S = (\bar{Z}-1)(\bar{Z}+1)^{-1} = (1-\bar{Y})(1+\bar{Y})^{-1}$$

$$\bar{Z} = (1+S)(1-S)^{-1}$$

$$\bar{Y} = (1-S)(1+S)^{-1}$$

双端口网络S参数讨论

对于常用的双端口微波网络，S参数方程为：

$$\begin{cases} \tilde{U}_{r1} = S_{11}\tilde{U}_{i1} + S_{12}\tilde{U}_{i2} \\ \tilde{U}_{r2} = S_{21}\tilde{U}_{i1} + S_{22}\tilde{U}_{i2} \end{cases}$$

1、无耗互易性：

由无耗网络的一元性可知：

$$|S_{11}|^2+|S_{21}|^2=1, \qquad S_{11}^*S_{12}+S_{21}^*S_{22}=0$$

$$|S_{22}|^2+|S_{12}|^2=1, \qquad S_{12}^*S_{11}+S_{22}^*S_{21}=0$$

若网络互易，则有：$S_{11}=S_{22}$

$$|S_{11}|=|S_{22}|$$

可见，对于无耗互易网络，即使不对称，也有

$$|S_{11}|=|S_{22}|$$

2、S矩阵和A矩阵关系：

S矩阵有明确的物理含义，但不便于分析级联双端口网络，因此分析级联网络特性时，总是先求出总的级联网络A参数，再转化为S矩阵的方法，所以要熟悉S矩阵和A矩阵的关系。

$$S=\begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}+a_{12}-a_{21}-a_{22}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}} & \dfrac{2\det\bar{A}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}} \\ \dfrac{2}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}} & \dfrac{-a_{11}+a_{12}-a_{21}+a_{22}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

§2.5　二端口网络及其网络参量

3、输入端反射系数与负载关系

负载端反射系数

$$\Gamma_L = \frac{\tilde{U}_{i2}}{\tilde{U}_{r2}}$$

输入端反射系数

$$\Gamma_{in} = \frac{\tilde{U}_{r1}}{\tilde{U}_{i1}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{S_{22}\Gamma_L}$$

4、S参数测量

微波网络理论实际意义在于网络参数可以直接用实验的方法测量，根据反射系数和S参数关系，可以通过测量反射系数，计算S参数。

阻抗法测网络S参数

对互易两端口网络，三次独立测量，确定网络S参数：

T2负面负载	T2参考面	T1参考面
匹配	$\Gamma_L = 0$	$\Gamma_{1M} = S_{11}$
短路	$\Gamma_L = -1$	$\Gamma_{1S} = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1+S_{22}}$
开路	$\Gamma_L = 1$	$\Gamma_{1O} = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1-S_{22}}$

解方程可得：

$$S_{11} = \Gamma_{1M}$$

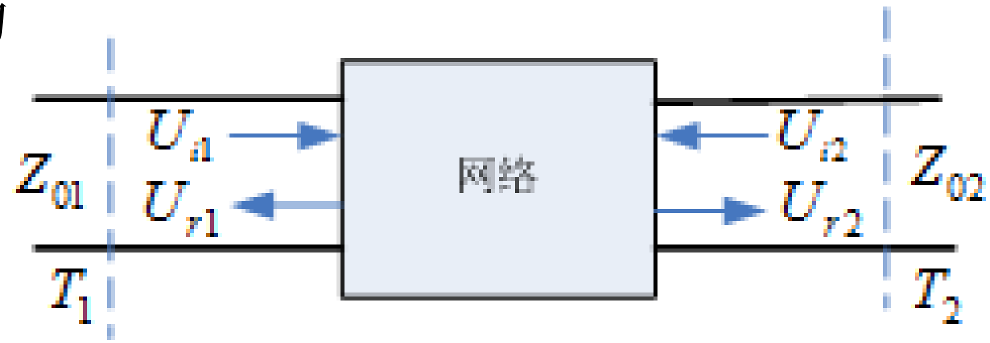
$$S_{22} = \frac{2\Gamma_{1M} - \Gamma_{1S} - \Gamma_{1O}}{\Gamma_{1S} - \Gamma_{1O}}$$

$$S_{12}^2 = \frac{2(\Gamma_{1M} - \Gamma_{1S})(\Gamma_{1M} - \Gamma_{1O})}{\Gamma_{1S} - \Gamma_{1O}}$$

§2.5　二端口网络及其网络参量

2.5. 传输散射参数T

S参数不便于分析级联双口网络，可以考虑使用T参数。对于上图电路,应用叠加原理,可以写出用T_2面上的电压入射波和反射波来表示T_1面上的电压入射波和反射波的网络方程组为



$$\begin{cases} \tilde{U}_{i1} = T_{11}\tilde{U}_{r2} + T_{12}\tilde{U}_{i2} \\ \tilde{U}_{r1} = T_{21}\tilde{U}_{r1} + T_{22}\tilde{U}_{i2} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_{i1} \\ \tilde{U}_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{r2} \\ \tilde{U}_{i2} \end{bmatrix}$$ 其中 $$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = [T]$$

§ 2.5　二端口网络及其网络参量

T参数与S参数的关系：

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{S_{21}} & -\dfrac{S_{22}}{S_{21}} \\ \dfrac{S_{11}}{S_{21}} & -\dfrac{\det S}{S_{21}} \end{bmatrix}$$

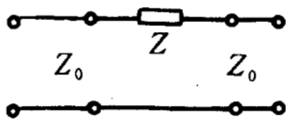
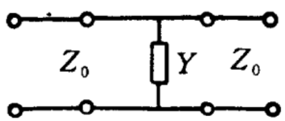
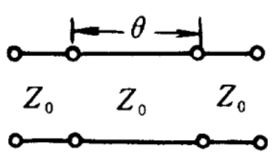
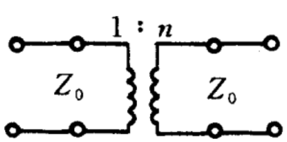
$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{T_{21}}{T_{11}} & \dfrac{\det\mathrm{T}}{T_{11}} \\ \dfrac{1}{T_{11}} & -\dfrac{T_{12}}{T_{11}} \end{bmatrix}$$

互易网络： $\det T = 1$

对称网络： $\begin{cases} \det T = 1 \\ T_{12} = -T_{21} \end{cases}$

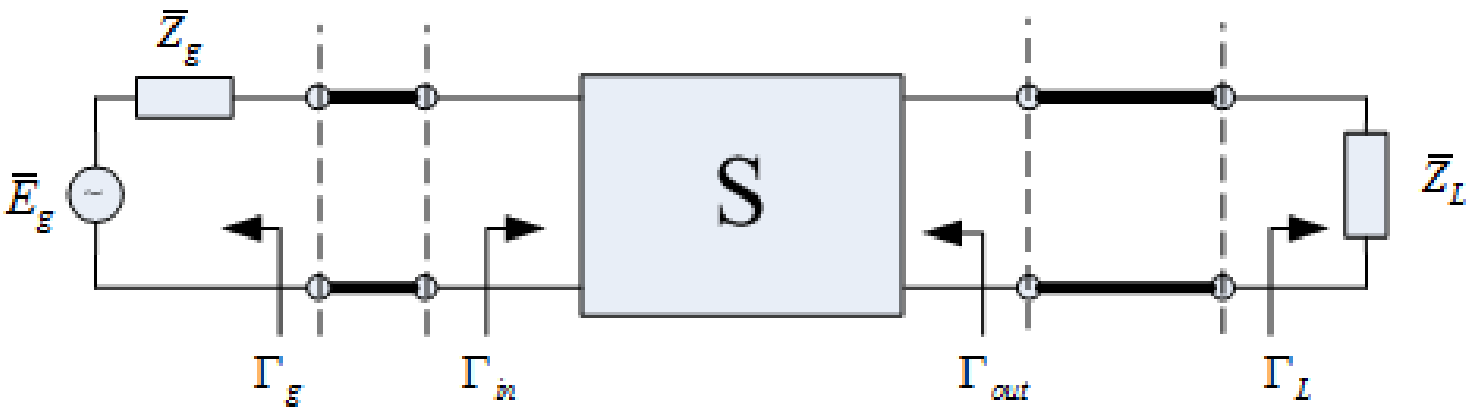
§ 2.5　二端口网络及其网络参量

表　　　基本电路单元的参量矩阵

电　路	[z]	[y]	[a]	[s]	[t]
 (a)		$\begin{bmatrix} \frac{1}{z} & -\frac{1}{z} \\ -\frac{1}{z} & \frac{1}{z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z}{2+z} & \frac{2}{2+z} \\ \frac{2}{2+z} & \frac{z}{2+z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+\frac{z}{2} & -\frac{z}{2} \\ \frac{z}{2} & 1-\frac{z}{2} \end{bmatrix}$
 (b)	$\begin{bmatrix} \frac{1}{y} & \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} & \frac{1}{y} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-y}{2+y} & \frac{2}{2+y} \\ \frac{2}{2+y} & \frac{-y}{2+y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{2+y}{2} & \frac{y}{2} \\ \frac{-y}{2} & \frac{2-y}{2} \end{bmatrix}$
 (c)	$\begin{bmatrix} -\mathrm{j}\,\mathrm{ctg}\,\theta & \frac{1}{\mathrm{j}\sin\theta} \\ \frac{1}{\mathrm{j}\sin\theta} & -\mathrm{j}\,\mathrm{ctg}\,\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\mathrm{j}\,\mathrm{ctg}\,\theta & -\frac{1}{\mathrm{j}\sin\theta} \\ -\frac{1}{\mathrm{j}\sin\theta} & -\mathrm{j}\,\mathrm{ctg}\,\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \mathrm{j}\sin\theta \\ \mathrm{j}\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & e^{-\mathrm{j}\theta} \\ e^{-\mathrm{j}\theta} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} e^{\mathrm{j}\theta} & 0 \\ 0 & e^{-\mathrm{j}\theta} \end{bmatrix}$
 (d)			$\begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1-n^2}{1+n^2} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{1+n^2} & \frac{n^2-1}{1+n^2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1+n^2}{2n} & \frac{1-n^2}{2n} \\ \frac{1-n^2}{2n^2} & \frac{1+n^2}{2n} \end{bmatrix}$

六、微波网络的工作特性参量

1、双端口网络的功率增益



$$\Gamma_g = \frac{\bar{Z}_g - 1}{\bar{Z}_g + 1}$$

$$\Gamma_{in} = \frac{\bar{Z}_{in} - 1}{\bar{Z}_{in} + 1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

$$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$$

$$\Gamma_{out} = \frac{\bar{Z}_{out} - 1}{\bar{Z}_{out} + 1} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_g}{1 - S_{11}\Gamma_g}$$

§ 2.6　功率增益和工作参数

1、功率增益G：定义为负载吸收的功率 P_L 与双口网络输入功率 P_{in}之比 $G = P_L / P_{in}$ ，一般G和源内阻无关。

2、资用功率增益G_A：定义为负载从网络得到的资用功率 P_{an} 与信源输出的资用功率P_a 之比 $G_A = P_{an} / P_a$，一般

G_A 与源内阻 Z_g有关，和负载Z_L 无关。

3、转移功率增益G_T：定义为负载吸收功率 P_L 与信源的资用功率P_a 之比 $G_T = P_L / P_a$ ，一般 G_T 与 Z_g 、Z_L 都有关。

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2 (1-|\Gamma_{in}|^2)}$$

$$G_A = \frac{P_{an}}{P_a} = \frac{|S_{21}|^2 (1-|\Gamma_g|^2)}{|1-S_{11}\Gamma_g|^2 (1-|\Gamma_{out}|^2)}$$

$$G_T = \frac{P_L}{P_a} = \frac{|S_{21}|^2 (1-|\Gamma_g|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_g|^2 |1-\Gamma_g\Gamma_{in}|^2}$$

§2.6　功率增益和工作参数

在网络综合时，优化设计的依据是工作特性参数，这些工作特性参数都与网络参数密切相关，常用的双端口网络工作参数如下：

2、 电压传输系数T

电压传输系数T定义为网络输出端接匹配负载时,输出端参考面上的反射波电压与输入端参考面上的入射波电压之比,即

$$T = \frac{\tilde{U}_{r2}}{\tilde{U}_{i1}}\bigg|_{\tilde{U}_{i2}=0}$$

根据S参量的定义,上述定义即为网络参量S_{21}的定义,即

$$T = S_{21}$$

§ 2.6　功率增益和工作参数

对于可逆二端口网络,则有

$$T=S_{21}=S_{12}$$

根据二端口网络［S］与$\left[\tilde{A}\right]$的关系,便得到

$$T=S_{21}=\frac{2}{\tilde{A}_{11}+\tilde{A}_{12}+\tilde{A}_{21}+\tilde{A}_{22}}$$

电压传输系数T可用来分析衰减器、相移器及隔离器等微波元件的性能。

§2.6　功率增益和工作参数

3、 插入衰减和工作衰减

插入衰减L_I定义为：网络未插入前负载吸收的功率P_{L0}和网络插入后负载吸收功率P_L之比值的分贝值，即

$$L_I = 10\lg\frac{P_{L0}}{P_L} = 10\lg\frac{|1-S_{22}\Gamma_L|^2|1-\Gamma_g\Gamma_{in}|^2}{|S_{21}|^2|1-\Gamma_g\Gamma_L|^2}$$

工作衰减L_A定义为：信源的资用功率P_a与网输出端负载吸收的功率P_L之比值的分贝值，即

$$L_A = 10\lg\frac{P_a}{P_L} = 10\lg\frac{|1-S_{22}\Gamma_L|^2|1-\Gamma_g\Gamma_{in}|^2}{|S_{21}|^2(1-|\Gamma_g|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}$$

L_I是衡量插入网络后源与负载匹配情况的改善程度，L_A是衡量插入网络后，源与负载匹配状况变坏程度。

4、插入相移θ

插入相移θ定义为网络输出端接匹配负载时,输出端的反射波对输入端的入射波的相移,即 $\tilde{U}_{r2}$ 与 $\tilde{U}_{i1}$的相位差,因此也是网络电压传输系数的相位角,即

$$\theta = \arg \tilde{U}_{r2} / \tilde{U}_{i1} = \arg \frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

符号“arg”的意义是表示取复数T的相角。

当 $\bar{Z}_g = \bar{Z}_L = 1$ 则有

$$\theta = \arg S_{21}$$

5、 输入驻波比ρ

输入驻波比ρ定义为网络输出端接匹配负载时,输入端的驻波比。输入端驻波比与输入端反射系数模的关系为

$$\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

当输出端接匹配负载时,输入端反射系数即为S_{11},故有

$$\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} \quad 或 \quad |S_{11}| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$$

输入驻波比是阻抗变换器的主要工作特性。应尽可能减少网络的输入驻波比,从而减少网络对信号源的影响。