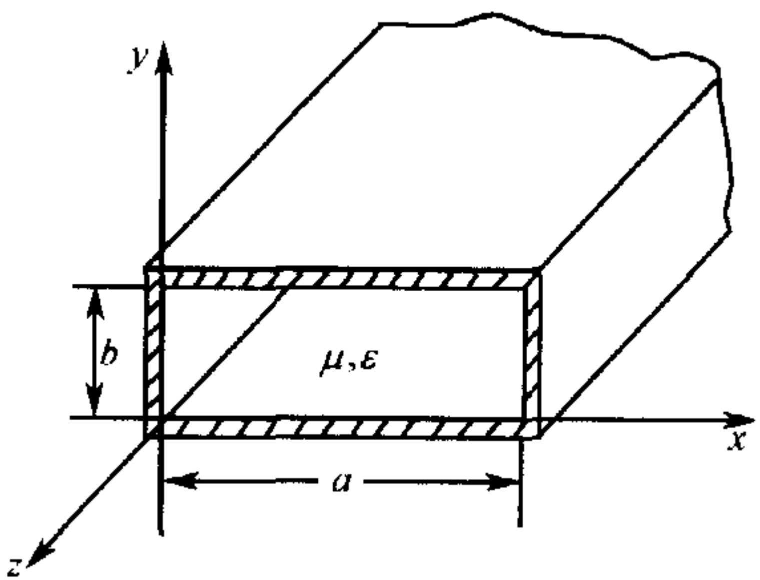
## 二、 波导传输线

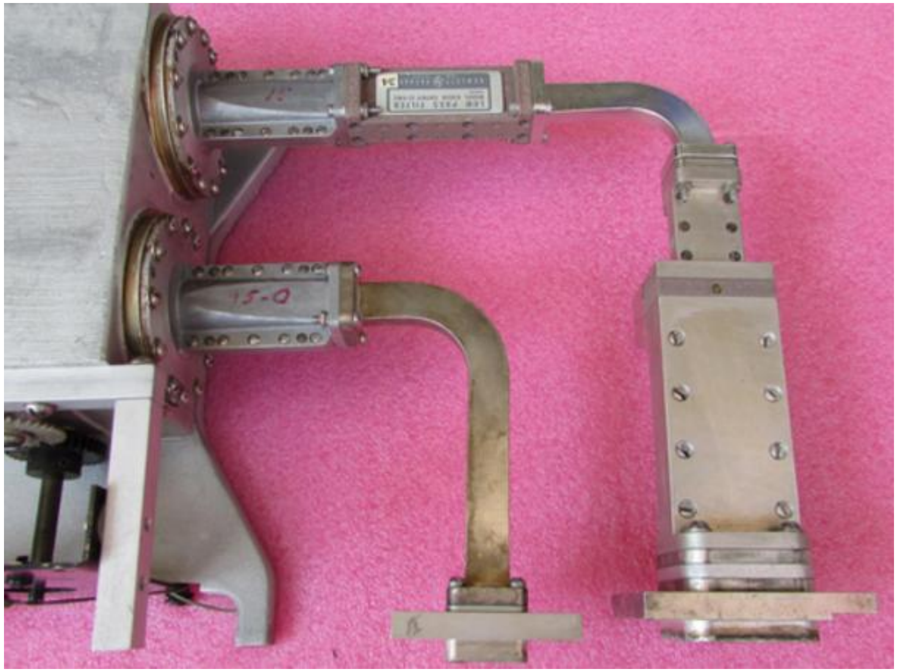
### 1. 矩形波导

矩形波导是应用最广泛的一种导波系统，宽边尺寸为a，窄边尺寸为b，管壁一般用紫铜材料。

对理想波导，假定波导内填充无损耗介质（通常是空气），波导壁的损耗也忽略不计。实际应用的波导，损耗都很小，在工程上一般都可将其近似看成理想波导。



# §1.4 波导与同轴线



# §1.4 波导与同轴线

由(1-27d)可知：$\nabla_t^2 E_z + k_c^2 E_z = 0 \quad \nabla_t^2 H_z + k_c^2 H_z = 0$

其中：$E_z = E_z(\mathrm{x,y})\mathrm{e}^{-\gamma \mathrm{z}} \quad H_z = H_z(\mathrm{x,y})\mathrm{e}^{-\gamma \mathrm{z}}$

可得：
$$\frac{\partial^2 E_z(\mathrm{x,y})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z(\mathrm{x,y})}{\partial y^2} + k_c^2 E_z(\mathrm{x,y}) = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z(\mathrm{x,y})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(\mathrm{x,y})}{\partial y^2} + k_c^2 H_z(\mathrm{x,y}) = 0$$

分离变量，$E_z(\mathrm{x,y})$ 和 $H_z(\mathrm{x,y})$ 都可以表示为 $X(\mathrm{x})\mathrm{Y}(\mathrm{y})$

纵向分量解为：

$$E_z(\mathrm{x,y}) = (A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x)(A_3 \cos k_y y + A_4 \sin k_y \,\mathrm{y})$$

$$H_z(\mathrm{x,y}) = (B_1 \cos k_x x + B_2 \sin k_x x)(B_3 \cos k_y y + B_4 \sin k_y \,\mathrm{y})$$

其中的$A_k$、$B_k$、$k_x$、$k_y$为积分常数。

(1) TM 波

TM 波 $E_z \neq 0 \quad H_z = 0$ 而且

$$E_z = (A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x)(A_3 \cos k_y y + A_4 \sin k_y\, y)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

代入TM 波的边界条件：

$$E_z|_{x=0} = E_z|_{x=a} = E_z|_{y=0} = E_z|_{y=b} = 0$$

横向电场为零，波导内壁表面电场切向分量为零。

得到： $A_1 = 0 \quad A_3 = 0 \quad k_x = \dfrac{m\pi}{a} \quad k_y = \dfrac{n\pi}{b}$

即：

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

将上式及 $\gamma = j\beta$ 代入式（1-28）即可得到TM波的各个场分量

TM 波各场分量的完整解为：

$$E_x = -j\frac{\beta}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}E_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$E_y = -j\frac{\beta}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}E_0\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$E_z \neq 0$

$$E_z = E_0\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$H_x = j\frac{\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}E_0\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$H_y = -j\frac{\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}E_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

式中 $E_0$是振幅常数， $m$ 和 $n$ 是由波导边界条件决定的正整数，称为波指数。

$m$ 表示沿波导宽边 $a$ 分布的半驻波数，

$n$ 表示沿窄边 $b$ 分布的半驻波数。

每一对（ $m$ ，$n$ ）对应一种电磁场分布，即某种波形（或模式）。

从$E_z$的表达式可以看出 $m$、$n$ 不能为零，$m$ ，$n$的取值只能是1，2，3，…，所以矩形波导中不存在 $TM_{00}$、$TM_{m0}$、$TM_{0n}$波形，$TM_{11}$是TM波中的最简单波形。为了满足边界条件，截止波数只能取离散值。

(2) TE 波

TE 波 $E_z=0 \quad H_z\neq 0$ 而且

$$H_z(x,y)=(B_1\cos k_x x+B_2\sin k_x x)(B_3\cos k_y y+B_4\sin k_y y)$$

代入TE 波的边界条件：

横向电场为零，波导内壁表面电场切向分量为零。

$$E_y|_{x=0}=E_y|_{x=a}=E_x|_{y=0}=E_x|_{y=b}=0$$

得到： $B_2=0 \quad B_4=0 \quad k_x=\dfrac{m\pi}{a} \quad k_y=\dfrac{n\pi}{b}$

即：
$$k_c^2=k_x^2+k_y^2=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$H_z=H_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

将上式及 $\gamma=j\beta$ 代入式（1-28）即可得到TE波的各个场分量

(2) TE 波

TE 波各场分量的完整解为

$$E_x = j\frac{\omega\mu}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}H_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$E_y = -j\frac{\omega\mu}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}H_0\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$H_x = j\frac{\beta}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}H_0\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$H_y = j\frac{\beta}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}H_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

式中 $H_0$是振幅常数。

从 $H_z$的表达式可以看出 $m$ , $n$ 不能同时为零，其取值为 $m$ = 0，1，2，…；$n$=0，1，2，… 所以矩形波导中，不存在 $TE_{00}$波形。若 $a > b$ ，则最简单的 TE波是 $TE_{10}$波，其截止波数 $k_c$的表达式与 TM波相同。

问题：在矩形波导的波形中，为什么没有讨论TEM波？

（3）传输特性

将所求得的 TM 和 TE 波场线性叠加，可以完整地表示出矩形波导中所有可能存在的场。波指数 $m$、$n$ 不同，就有不同的场分布，而且一般也具有不同的传输特性，但是它们都满足矩形波导的边界条件而独立地存在于矩形波导中，这称为正规波的正交性。

截止波长是决定波的传输特性的重要参数

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

它表明每个以波指数 $m$ 、 $n$ 表征的正规波，都有对应的截止波长，而该波的传输条件为$\lambda_0 < \lambda_c$，因此，不同的波形有不同的传输条件。

对波指数相同的 TE 和 TM 波来说，具有相同的截止波长，也就具有了相同的传输条件，但它们的场结构显然是不同的。这种具有不同的场结构，而有相同的传输参数的现象，称为“简并”。

只有$TE_{m0}$和$TE_{0n}$波没有简并模，这是因为不存在$TM_{m0}$和$TM_{0n}$波形的缘故。

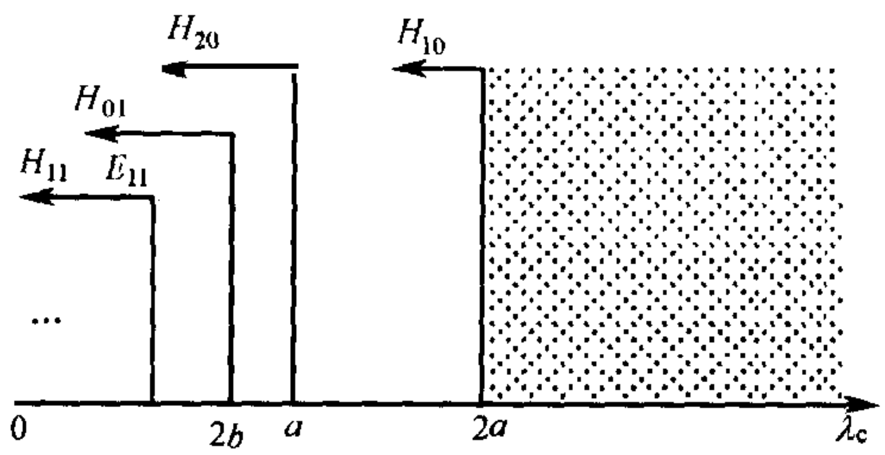
由截止波长公式可知，对给定的波导尺寸$a$、$b$，波指数$m$、$n$越大，截止波长越短。

在$a$>2$b$时，截止波长分布如图所示，显然当$\lambda_0 > 2a$时，波导中不能传输任何波，处于截止状态；

当$\lambda_0 < 2a$时，才有传输波，因此也称波导为**高通滤波器**。

当$a < \lambda_0 < 2a$时，可传输$TE_{10}$波，即$TE_{10}$波具有最长的截止波长，因此称其为波导的最低波形或主模式。

随着$\lambda_0$减小，波导中依次出现$TE_{20}$、$TE_{01}$、$TE_{11}$和$TM_{11}$等，这些波形称为波导的高次模式，



# §1.4 波导与同轴线

要想使波导中只传输单模（即主模式）$TE_{10}$波，就得抑制所有的高次模。单模传输，可通过适当选择波导尺寸得到。对于 $a > 2b$ 的情况，实现单模工作的条件为：

$$\lambda_c(TE_{20}) < \lambda_0 < \lambda_c(TE_{10})$$

$$\lambda_c(TE_{01}) < \lambda_0$$

即要求电磁波的工作波长满足

$$a < \lambda_0 < 2a \quad \lambda_0 > 2b$$

当工作波长给定时,则波导尺寸必须满足

$$\frac{\lambda_0}{2} < a < \lambda_0 \quad b < \frac{\lambda_0}{2}$$

最后对照矩形波导的标准系列选用合适的波导。

(4) 主模式 $TE_{10}$ 波

① 场结构及表面电流分布

$TE_{10}$ 波是波导传输波形中的最低波形，也是主模式，其场方程为

$$\begin{cases} H_z = H_0 \cos\dfrac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \\ H_x = j\dfrac{\beta}{k_c^2} H_0 \dfrac{\pi}{a} \sin\dfrac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \\ E_y = -j\dfrac{\omega\mu}{k_c^2} H_0 \dfrac{\pi}{a} \sin\dfrac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \end{cases}$$

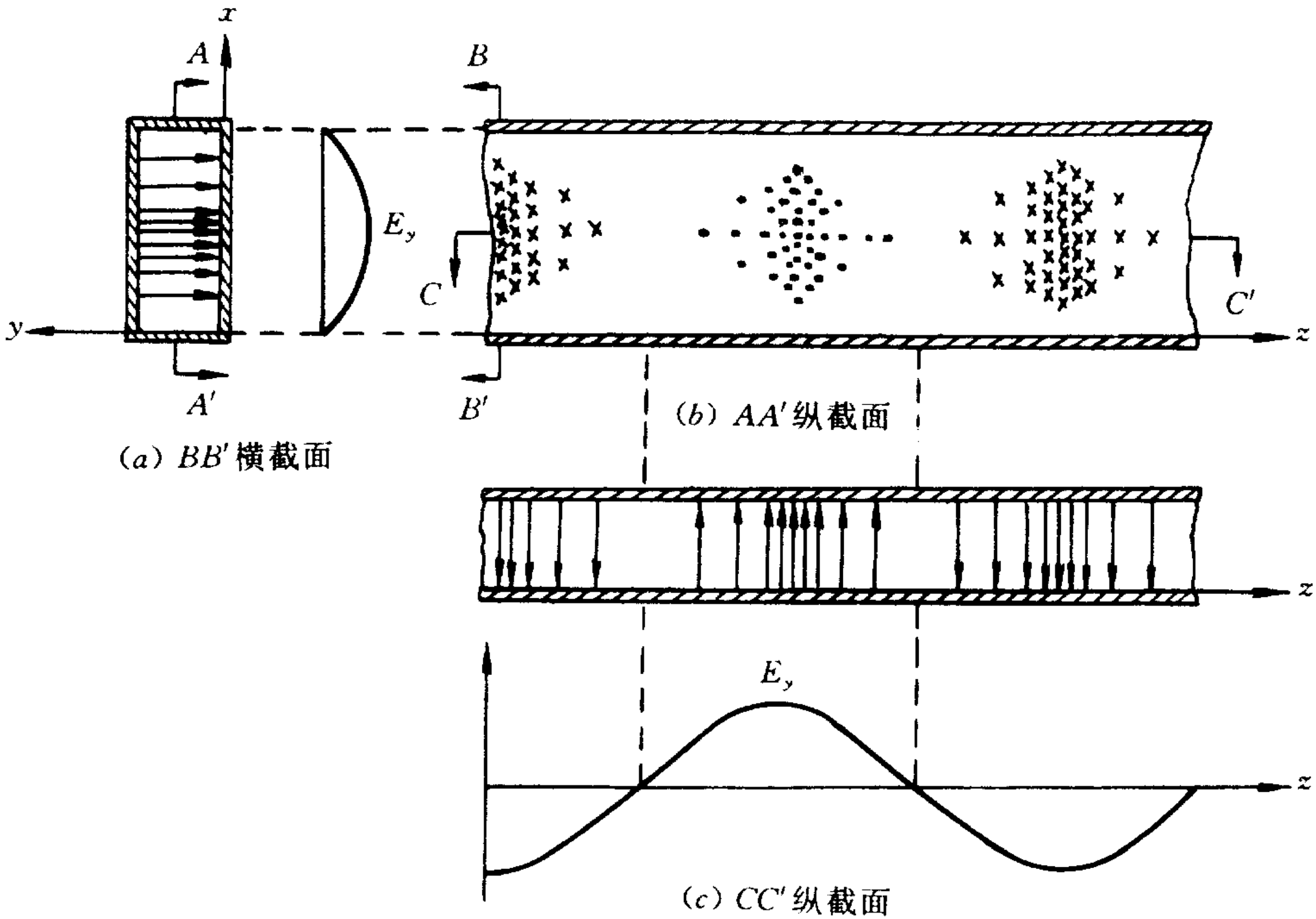
由上式可以看出,$TE_{10}$ 模只有 $E_y$、$H_x$ 和 $H_z$ 三个场分量,而且它们在z方向均为行波分布,且以速度 $v_p=\omega/\beta$ 向正z方向传播。

TE$_{10}$模的电场只有$E_y$一个分量,其振幅正比于sin($\pi x/a$),而与$y$无关,即$E_y$分量振幅沿$x$方向呈正弦分布,沿$y$方向无变化。若用电力线的疏密表示$E_y$的强弱,则在宽壁中央电力线最密,向两边逐渐稀疏;由于$E_y$分量表达式中带有负号,因此电力线指向-$y$方向;$E_y$表达式中有行波因子$e^{-j\beta z}$,故沿z方向是行波分布。因此在某一个瞬间电场$E_y$分布图如图所示。

将电场分布的结构图与磁场分布的结构图结合在一起,并考虑$E_y$、$H_x$及$H_z$之间的相位关系,即可得到TE$_{10}$模完整的场结构图。

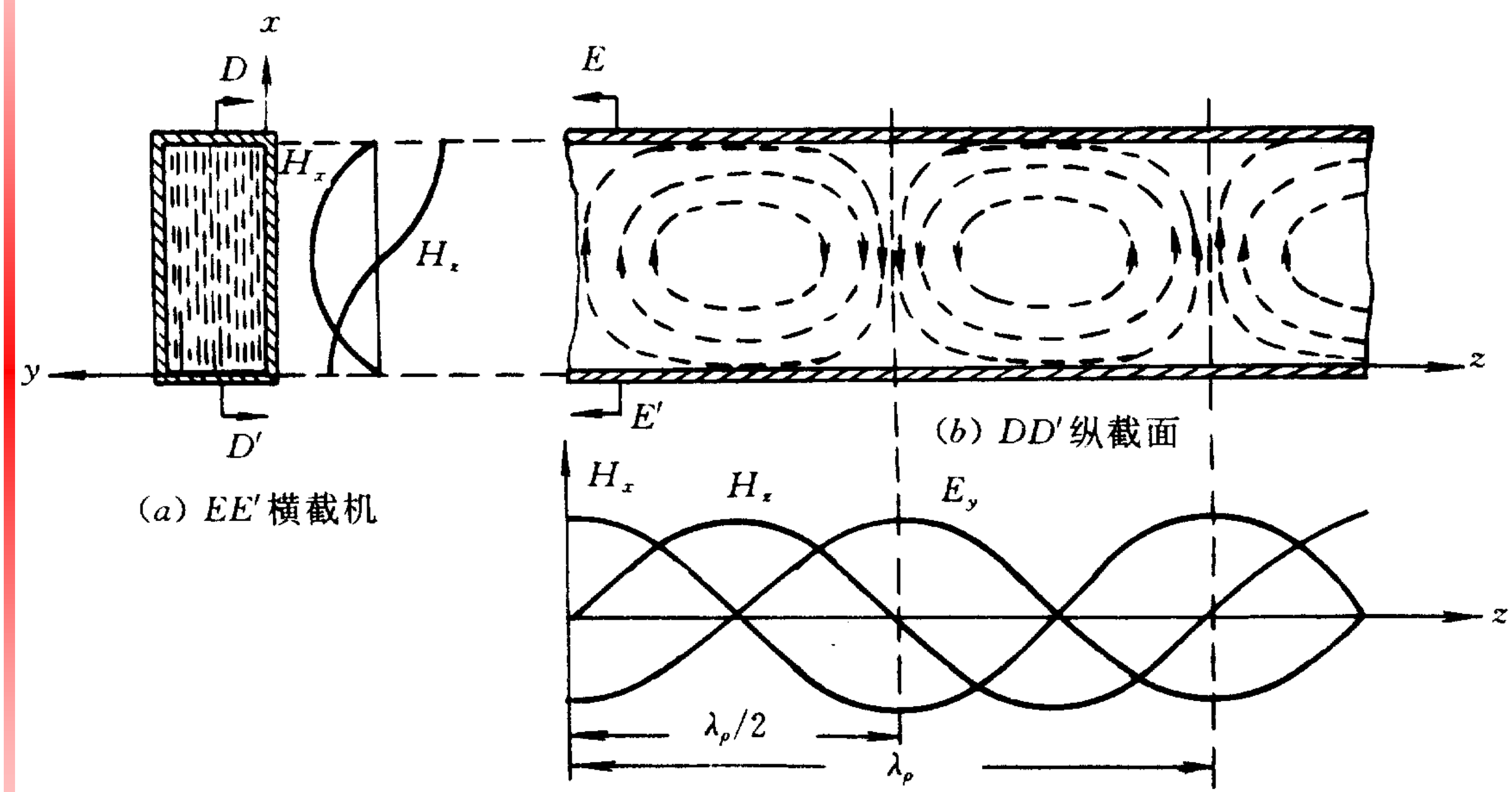
由图可见,场的各个分量沿宽边$a$只变化一次,即有一个半驻波分布,是沿窄边$b$均匀分布,这是因为m=1及n=0的缘故。

# §1.4 波导与同轴线



(a) BB′横截面

# §1.4 波导与同轴线

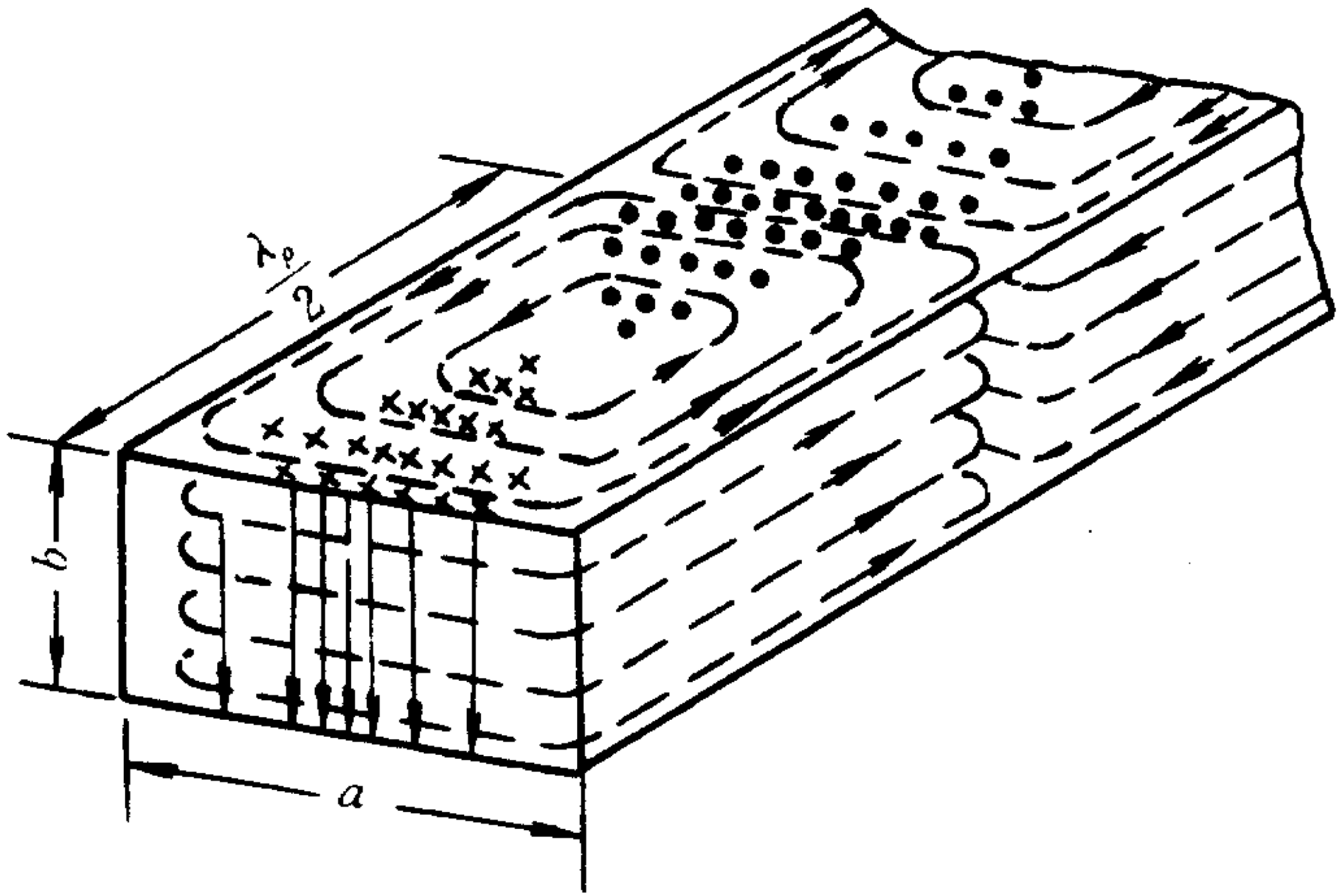



（a）EE′横截机

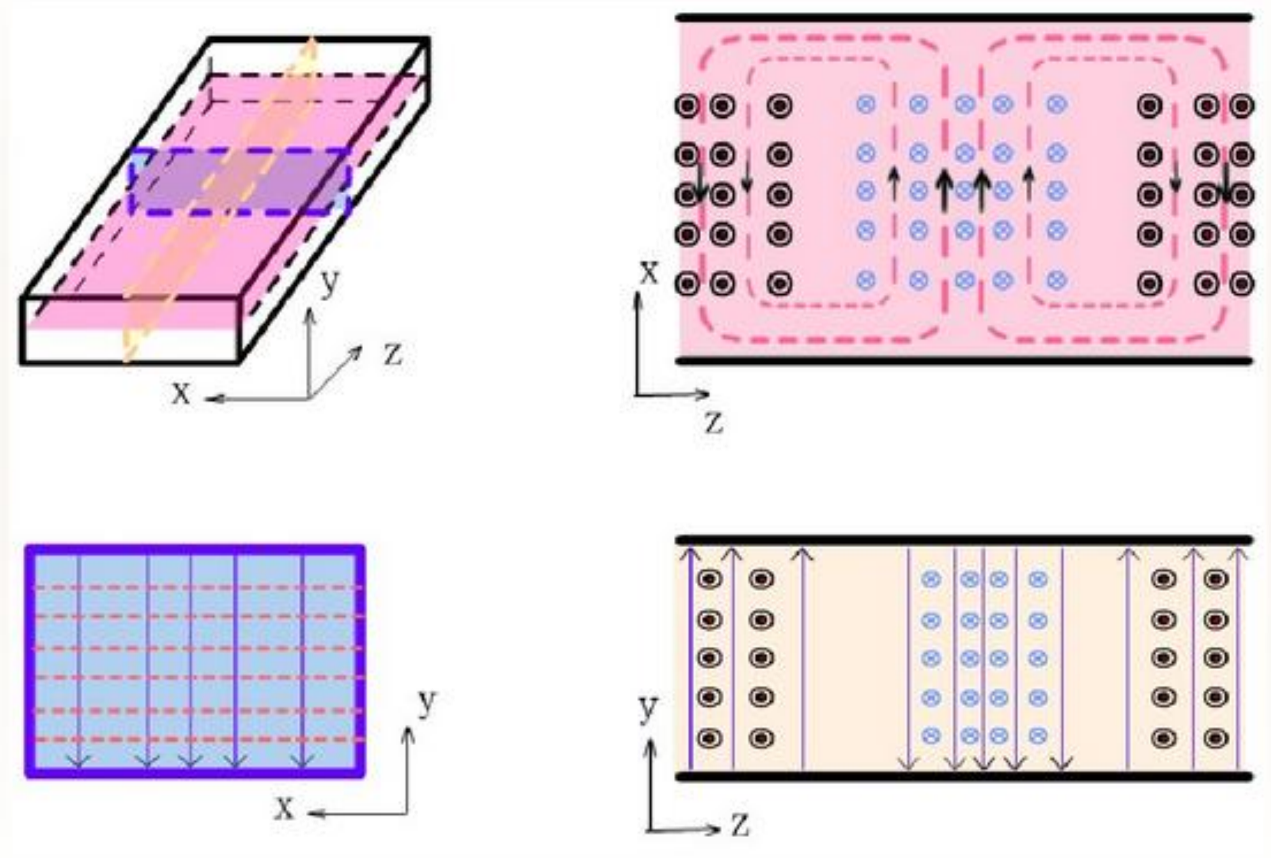
（b）DD′纵截面

（c）

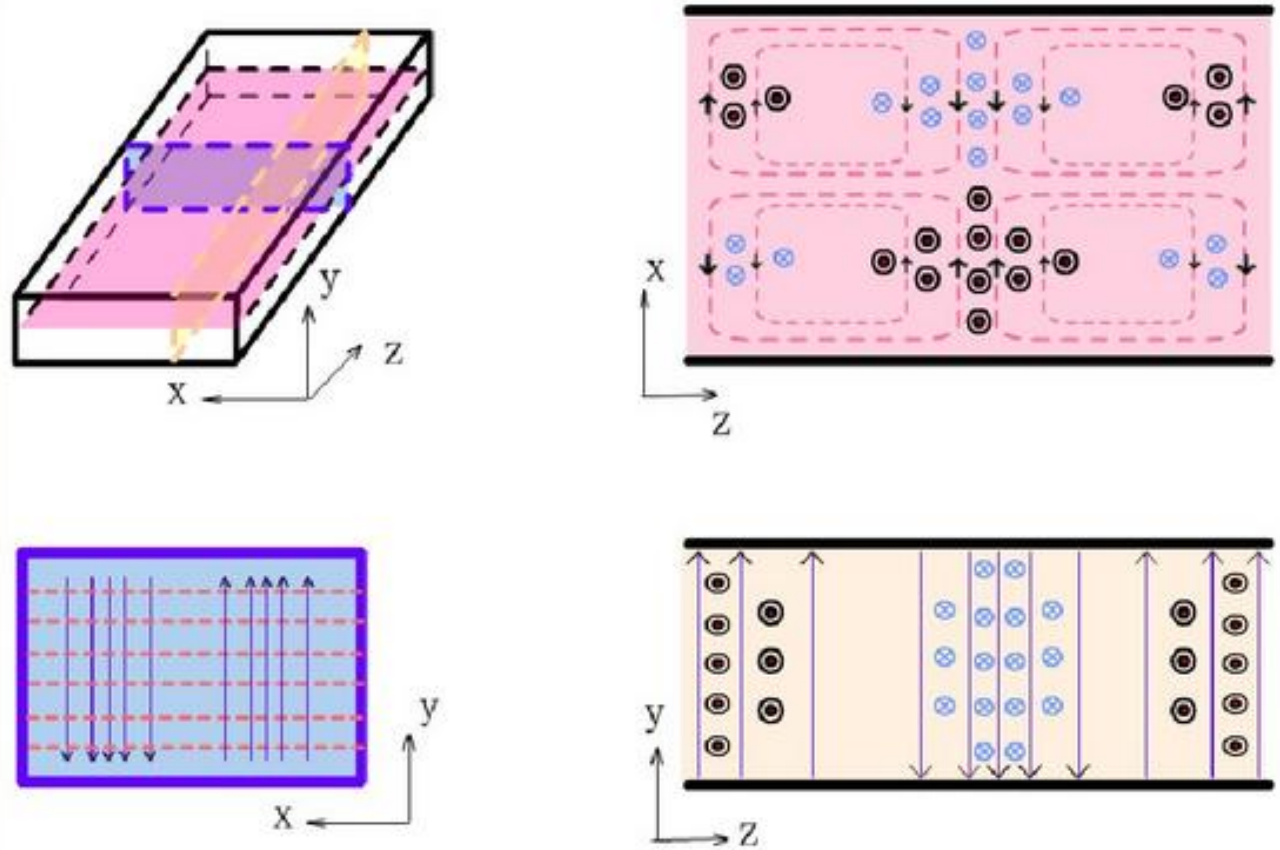
# §1.4 波导与同轴线



# §1.4 波导与同轴线

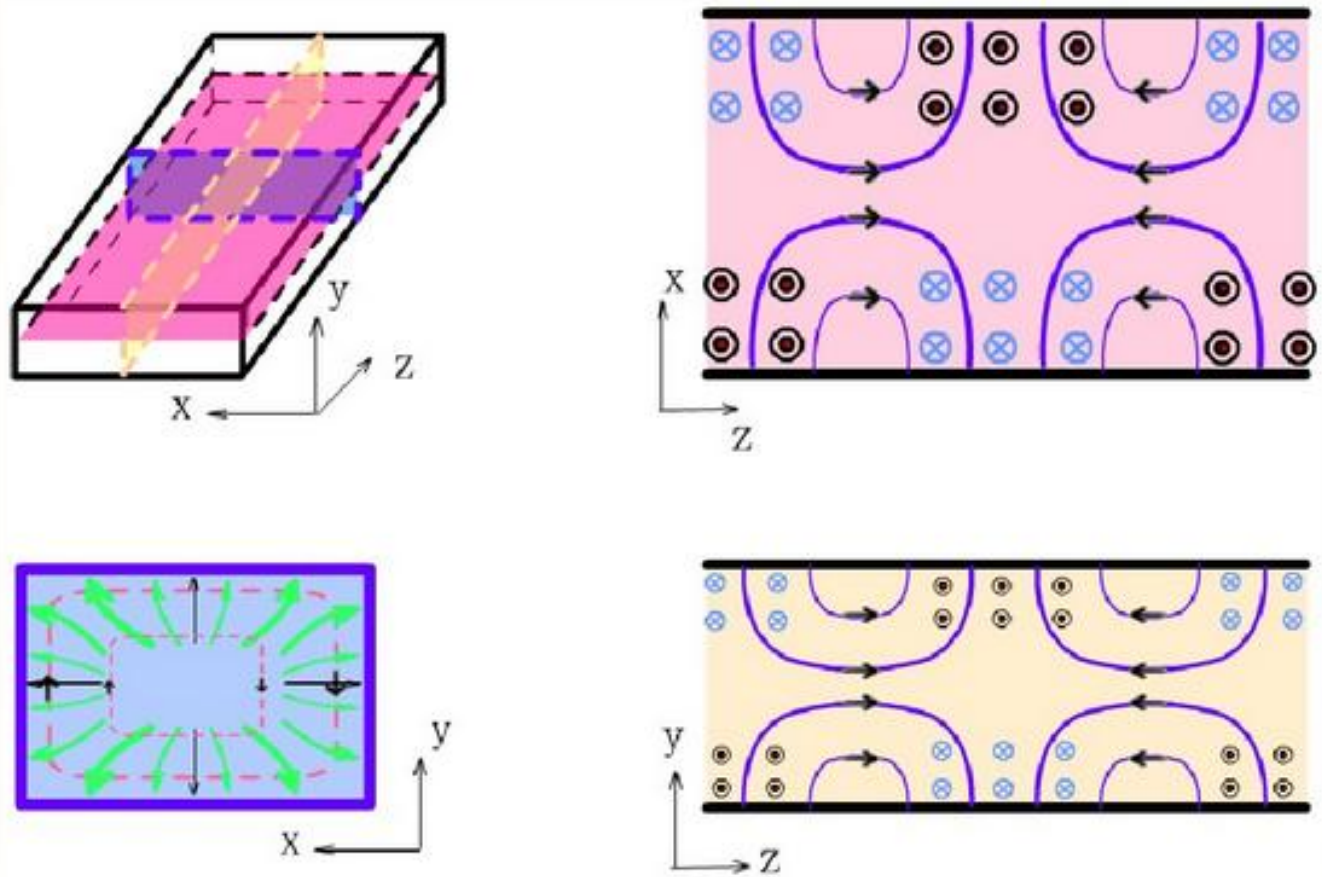



TE$_{10}$模场结构图



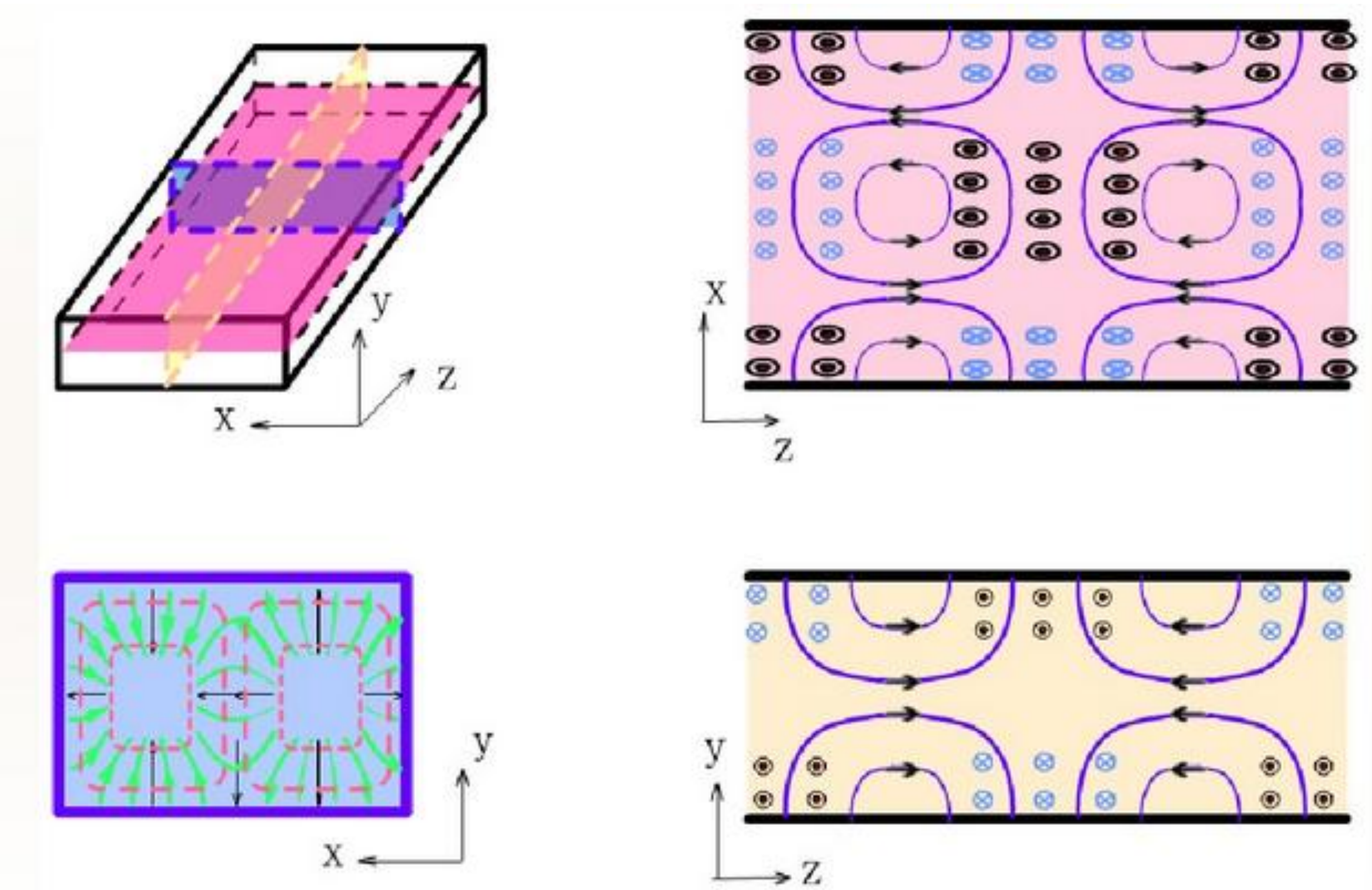

TE$_{20}$模场结构图

# § 1.4 波导与同轴线




TM$_{11}$模场结构图

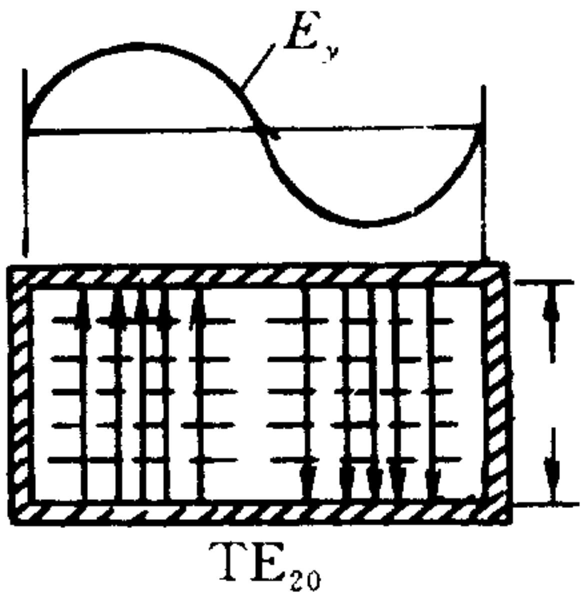
# §1.4 波导与同轴线



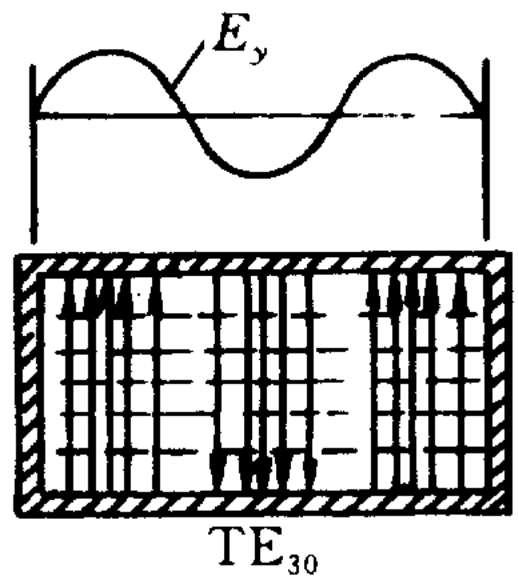

$TM_{21}$模场结构图

# §1.4 波导与同轴线

$TE_{20}$、$TE_{30}$、…,$TE_{m0}$等模式的场分布沿波导宽边$a$分别有2个,3个,...,m个$TE_{10}$模的场结构的基本单元;而沿窄边$b$场分布为均匀分布,图 ($a$)和($b$)分别表示$TE_{20}$模和$TE_{30}$模在横截面上的场结构图。




(a)




(b)

# §1.4 波导与同轴线

研究场结构和电流分布不仅有助于分析波形的特点，而且也有其实用意义。

例如在图中，波导内的吸收片平面与$TE_{10}$波的电场$E_y$平行，由于Ey沿波导宽边为正弦分布，当吸收片紧贴窄壁"$x$=0"时，其上电场 $E_y$=0，此时吸收片基本不吸收所传输的微波功率，故其损耗为零。当吸收片逐渐向波导宽边中心移动时，衰减量也逐渐增大，直到移到宽边中央（x=a/2）处时，$E_y$有最大值。此时吸收片吸收的能量最大，衰减也最大。利用此特点可构成吸收式可变衰减器。