第一章　传输线理论

- ◆ §1.1 传输线方程及其解
- ◆ §1.2 均匀无耗长线的工作状态
- ◆ §1.3 圆图及阻抗匹配
- ◆ §1.4 波导与同轴线
- ◆ §1.5 平面传输线

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

一、传输线的特性参数

在求解传输线方程的过程中得到的Z_0和γ直接与传输线的分布参数有关，此外描述波传播的两个量相速v_p和相波长λ_p，又与β有关，所以称其为传输线的**特性参数**。

(1)特性阻抗Z_0

特性阻抗是分布参数电路中用来描述传输线固有特性的一个物理量。频率很低时，这种特性显示不出来，随着频率的升高，这种特性才显示出来。

定义：传输线上入射波电压与入射波电流之比称为传输线的特性阻抗，用Z_0表示。即

$$Z_0 = \frac{U_i(z)}{I_i(z)} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

其倒数称为传输线的特性导纳，用Y_0表示。一般情况下Z_0是与ω有关的复数，但在工程上常可化简，因为：

①无耗传输线R=G=0

②微波传输线都是低损耗线，满足：$R << \omega L$，$G << \omega C$

因此通常有：

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(2)传播常数γ

传播常数是反映波经过单位长度传输线后波的幅度和相位变化的一个物理量。一般是频率的函数，对于无耗和微波低耗传输线，其表达式可以简化。

①无耗传输线R=G=0：可得 $\alpha = 0,\ \beta = \omega\sqrt{LC}$

②微波低损耗线

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} + \frac{GZ_0}{2} = \alpha_c + \alpha_d \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

α_c 表示由单位长度的分布电阻决定的**导体衰减常数**，

α_d 表示由单位长度漏电导决定的**介质衰减常数**。

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

(3)相速v_p和相波长λ_p

相速度定义为沿一个方向传播的波（入射波或反射波）等相位点移动的速度。

t_1时刻瞬时分布曲线上P_1 点的坐标为z_1，相位为$(\omega t_1-\beta z_1)$

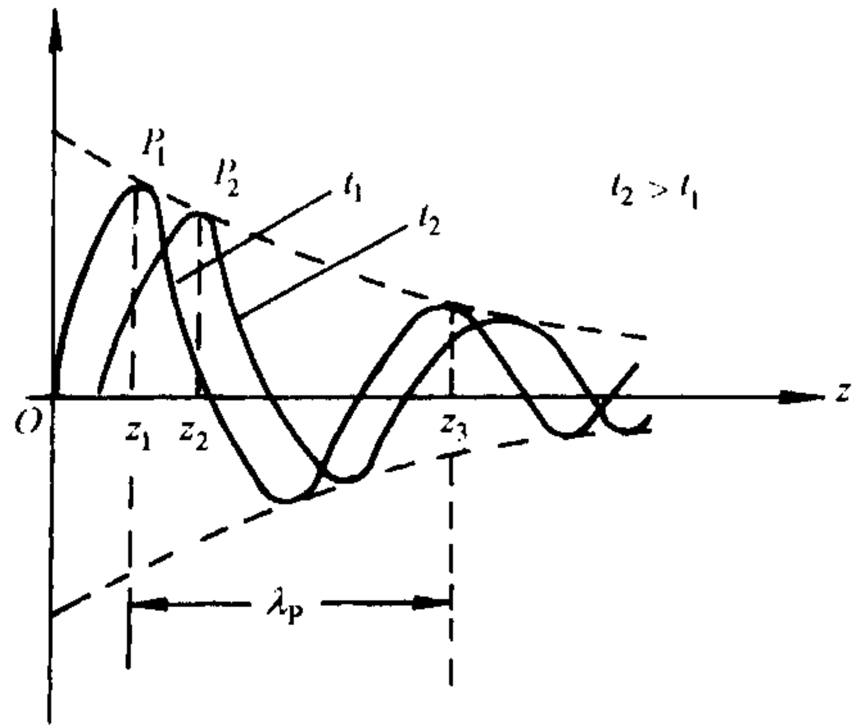
t_2时刻**等相位点**P_1移动到P_2点，相位为 $(\omega t_2-\beta z_2)$

可得：$v_p=\dfrac{z_2-z_1}{t_2-t_1}=\dfrac{\omega}{\beta}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

对于双导线和同轴线：

$$v_p=\frac{\omega}{\beta}=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

这说明空气介质中的传输线上电压、电流波传播的相速度与自由空间电磁波的传播相速相同。



相波长定义为同一瞬时相位相差2π的两点间的距离。

$$(\omega t_1-\beta z_1)-(\omega t_1-\beta z_3)=2\pi \quad \rightarrow \quad \lambda_p=z_3-z_1=\frac{2\pi}{\beta}$$

将 $v_p=\dfrac{\omega}{\beta}$ 代入上式可得 $\lambda_p=\dfrac{v_p}{f}=\dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

其中 $\lambda_0=\dfrac{c}{f}$ 称为自由空间的工作波长。

综上所述，无耗长线的特性参数可归纳如下

$$Z_0=\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{v_pC} \qquad \lambda_p=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$\beta=\omega\sqrt{LC} \qquad v_p=\frac{\omega}{\beta}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

二、传输线的输入阻抗与反射系数

1、输入阻抗 Z_{in}

传输线上任一点 z'的输入阻抗 Z_{in} (z ')定义为该点电压与电流之比

$$Z_{in}(z') = \frac{U(z')}{I(z')} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \operatorname{th}\gamma z'}{Z_0 + Z_L \operatorname{th}\gamma z'}$$

对于无耗传输线，$\gamma = j\beta$，$\alpha = 0$，代入上式得

$$Z_{in}(z') = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta z'}{Z_0 + jZ_L \tan\beta z'}$$

因为阻抗与导纳互为倒数关系

$$Y_{in}(z') = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \tan\beta z'}{Y_0 + jY_L \tan\beta z'}$$

由于tan是周期函数，所以无耗长线上的阻抗呈周期性变化，且具有 1/4 波长变换性和 1/2 波长重复性。

§ 1.2 均匀无耗长线的工作状态

（1）λ/4变换性

传输线上相距λ/4两点的输入阻抗的乘积等于常数的这一特性，称为阻抗的λ/4的变换性。

$$Z_{in}(z'+\lambda/4) = Z_0 \frac{Z_L - jZ_0 \cot\beta z'}{Z_0 - jZ_L \cot\beta z'}$$

$$= Z_0 \frac{Z_0 + jZ_L \tan\beta z'}{Z_L + jZ_0 \tan\beta z'} = \frac{Z_0^2}{Z_{in}(z')}$$

所以 $Z_{in}(z'+\lambda/4) \cdot Z_{in}(z') = Z_0^2 =$ 常数

利用该特性可进行阻抗变换，所以传输线具有阻抗变换的作用，可将一容（感）性阻抗经λ/4变换成感（容）性阻抗。

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

（2） **λ/2**的重复性

传输线上相距**λ/2**两点的输入阻抗相等的这一特性，称为阻抗的**λ/2**的重复性。

$$
\begin{aligned}
&Z_{in}(z'+\lambda/2)\\
&=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan(\beta z'+\pi)}{Z_0+jZ_L\tan(\beta z'+\pi)}\\
&=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan(\beta z')}{Z_0+jZ_L\tan(\beta z')}
\end{aligned}
$$

$$Z_{in}(z'+\lambda/2)=Z_{in}(z')$$

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

2、反射系数

传输线上任意点的电压和电流均为入射波和反射波的叠加。反射波的大小和相位可用反射系数Γ(z′)来描写。

距终端为z′处的电压反射系数Γ(z′)定义为该点的反射电压与该点的入射波电压之比,即

$$\Gamma(z')=\frac{U_r(z')}{U_i(z')}$$

同理z′处的电流反射系数$\Gamma_I(z')$为

$$\Gamma_I(z')=\frac{I_r(z')}{I_i(z')}$$

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

可得

$$\left.\begin{aligned}\Gamma(z') &= \frac{U_{r2}}{U_{i2}}e^{-2\gamma z'} = \frac{U_2 - I_2 Z_0}{U_2 + I_2 Z_0}e^{-2\gamma z'}, \\ \Gamma_1(z') &= -\frac{U_{r2}}{U_{i2}}e^{-2\gamma z'} = -\Gamma(z')\end{aligned}\right\}$$

可见,传输线上任意点的电压反射系数和电流反射系数大小相等,相位相反。因常采用电压反射系数来描写反射波的大小和相位,故以后提到反射系数,如果未加指明,都表示电压反射系数Γ(z′) 。

将 $U_2 = I_2 Z_L$ 代入上式,可得

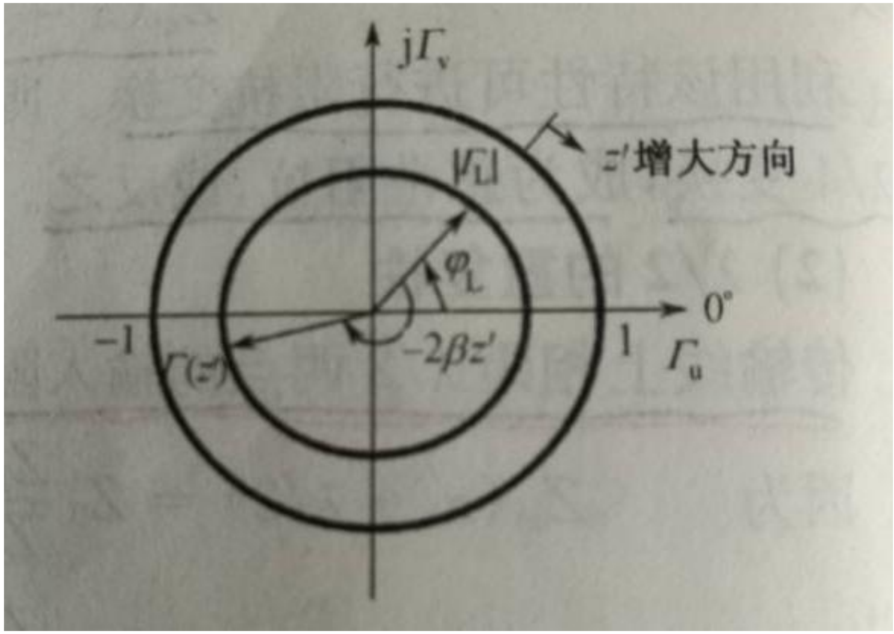
$$\Gamma(z') = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}e^{-2\gamma z'} = \Gamma_L e^{-2\gamma z'}$$

式中Γ_L为终端的反射系数: $\Gamma_L = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma_L| e^{j\varphi_L}$

对于无耗传输线 $\gamma=j\beta$，可得到无耗传输线离终端 z'处的电压反射系数为

$$\Gamma(z')=\left|\Gamma_L\right|e^{j(\varphi_L-2\beta z')}$$

因此,无耗线上任意点的反射系数的大小等于终端负载的反射系数,其相位比终端处的反射系数相位φ_L落后$2\beta z'$。



1、对于无耗传输线，反射系数仅由负载决定，与距离无关；

2、当$z'=\lambda/2$时

$$2\beta z'=4\pi z'/\lambda=2\pi$$

因此反射系数具有λ/2重复性。

§ 1. 2 均匀无耗长线的工作状态

考虑到源端反射，由负载反射系数定义可得到源反射系数 Γ_g

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$$

用反射系数，传输线上电压、电流可表示为：

$$\begin{cases} U(z') = U_i(z') + U_r(z') = U_i(z')[1 + \Gamma(z')] \\ I(z') = I_i(z') + I_r(z') = I_i(z')[1 - \Gamma(z')] \end{cases}$$

上面两式相比,便得到线上某点的输入阻抗和该点的电压反射系数的关系式为

$$Z_{in}(z') = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z')}{1 - \Gamma(z')}$$

三、驻波系数与行波系数

当电磁波在终端负载阻抗不等于传输线特性阻抗的传输线上传输时,会产生反射波。反射波的大小除了用电压反射系数来描写外,还可用**驻波系数**(VSWR)或**行波系数**K来表示。驻波系数ρ定义为沿线合成电压(或电流)的最大值和最小值之比,即

$$\rho=\frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|}=\frac{|I_{\max}|}{|I_{\min}|}$$

传输线上合成电压(或电流)振幅值的不同,是由于各处入射波和反射波的相位不同而引起的。可见,当入射波的相位与该点反射波的相位同相时,则该处合成波电压(或电流)出现最大值,反之两者相位相反时,合成波出现最小值,故有

$$|U_{\max}|=|U_i|+|U_r|=|U_i|(1+|\Gamma_L|)$$

$$|U_{\min}|=|U_i|-|U_r|=|U_i|(1-|\Gamma_L|)$$

§1.2 均匀无耗长线的工作状态

由此可得到驻波系数和反射系数的关系式为

$$\rho = \frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|} = \frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|} \quad , \quad |\Gamma_L| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$$

行波系数K定义为沿线电压(或电流)的最小值与最大值之比,即驻波系数的倒数。

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{1-|\Gamma_L|}{1+|\Gamma_L|}$$

因此,传输线的反射波的大小,可用反射系数的模、驻波系数和行波系数来表示。

反射系数模的范围为$0\le|\Gamma|\le1$;驻波系数的范围为$1\le\rho\le\infty$;行波系数的范围为$0\le K\le1$。

当$|\Gamma|=0$、$\rho=1$和$K=1$时,表示传输线上没有反射波,即为**匹配状态**。