

# Lecture 1 信道模型

2023-2-17

当前无线通信理论和技术绝大部分都是在给定信道条件下，分析其容量、最大分集度、自由度等性能指标，并设计逼近或可达这些性能限的收发端结构。因此无线通信信道的学习是本课程无线通信原理的基础。

**Remark 1:** 一般认为信道是由通信环境确定、客观不变的，收发端设计的目标是匹配信道。但在当前的智能反射面 IRS 辅助通信中，通过设计合适的 IRS 反射系数等，可以构造理想的等效信道。等效信道可以从两方面获得性能增益：一方面和经典的预编码结构（包括 OFDM）一样将复杂信道等效为便于处理实现的等效信道；另一方面提升系统的容量、分集、误码率等方面的性能。

等效复基带的一般信道模型可表示为

$$y[m] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l[m]x[m-l] + w[m] \quad (1)$$

其中,  $y[m]$ 和  $w[m]$ 分别是第  $m$  个时刻的接收和噪声采样信号,  $x[m-l]$ 是第  $m-l$  个时刻的发送信号,  $h_l[m]$ 是第  $l$  条径在第  $m$  时刻的信道增益,  $L$  是多径数目。

**Remark 2:** 这里我们假定离散信号  $x[n]$ 、 $y[n]$ 是连续信号  $x(t)$ 、 $y(t)$ 在  $t=nT_s$ 时刻的采样。连续信号  $x(t)$ 是  $[-W/2, W/2]$ 上的带限信号, 根据 Nyquist 采样定理, 采样间隔  $T_s=1/W$ 。当接收端采样间隔  $T_s < 1/W$  时, 称为过采样 (oversampling)。过采样技术通常应用在不理想信道条件下 (如未知时延、量化输出等) 以估计信道参数或者改善系统性能。当发送端脉冲以高于 Nyquist 速率发送时, 称为超 Nyquist (FTN) 传输, 此时能提高传输速率但相应的由于 ISI 的引入使得接收端信号处理变得复杂。

**Remark 3:** 自由度一般定义为信号向量/矩阵中自由变量的个数。根据 Nyquist 采样定理, 符号时间为  $T$  的连续信号可得互不相关的  $WT$  个复数域采样点, 因此在复数维上自由度为  $WT$ , 实数维上自由度为  $2WT$ 。

## 1、线性时不变 (LTI) 信道

公式 (1) 给出的是双选信道 (时间和频率选择性) 的一般模型。这里首先刻画频率选择性, 不失一般性和简单起见, 假设信道是时不变的即  $h_l[m] = h_l$ , 此时公式 (1) 可重写为

$$y[m] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l x[m-l] + w[m] \quad (2)$$

一般的，多径产生的原因是多个不同到达路径的时延差。如图 1.1 所示，发送信号  $x[n]$  经过无线信道环境后，到达接收端的所有路径中，最早到达的时间为  $t_1 = nT_s + \tau_{\min}$ ，最晚为  $t_2 = nT_s + \tau_{\max}$ 。不同路径最大到达间隔为  $\tau_D \triangleq \tau_{\max} - \tau_{\min}$ ，并将其称为最大时延扩展。发送信号  $x[n]$  将出现在接收采样信号  $y[n+n_0], \dots, y[n+n_0+L-1]$  中。其中，

$$n_0 = \left\lfloor \frac{\tau_{\min}}{T_s} \right\rfloor, L = \left\lceil \frac{\tau_D}{T_s} \right\rceil \quad (3)$$

一般，假设  $n_0 = 0$ 。进一步，考察图中接收信号  $y[m]$ ，显然其包含来自  $x[m], \dots, x[m-L+1]$  的信息，因此有公式 (2)。

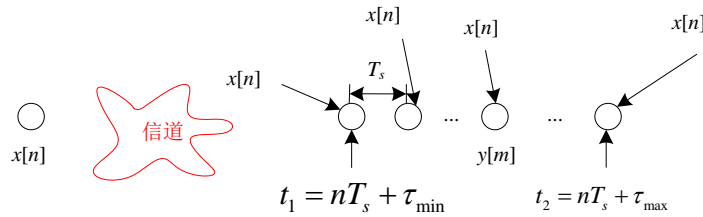


图 1.1 多径示意图

Remark 4: 注意到  $y[m]$  不仅与当前时刻发送信号  $x[m]$  有关，还与之前时刻信号  $x[m-1], \dots, x[m-L+1]$  有关，因此公式 (2) 对应信道也称为有记忆信道或码间串扰 (ISI) 信道。

定义相干带宽

$$W_c \triangleq \frac{1}{2\tau_D} \quad (4)$$

由公式 (3)，显然有

$$L \approx \frac{\tau_D}{T_s} = \frac{W}{2W_c} = \frac{W_s}{W_c} \quad (5)$$

其中  $W_s = W/2$  为基带信号带宽。

由公式 (5)，当信号带宽大于相干带宽，即  $W_s > W_c$  时，发送信号至少在两个不同频段（均在其信号带宽内）具有不同的信道频率响应，因此称为频率选择性衰落。反之，称为平坦衰落。

## 2、线性时变 (LTV) 信道

简便起见，假定平坦衰落信道，式 (1) 简写为

$$y[m] = h[m]x[m] + w[m] \quad (6)$$

其中  $h[m] = h(t = mT_s)$  且

$$h(t) = \sum_{i:\tau_i \in [0, T_s]} a_i(t) \exp(-j2\pi f_c \tau_i(t)) \quad (7)$$

上式中， $a_i(t)$  表示信道幅度衰落， $f_c$  是载频， $\tau_i \in [0, T_s]$  表示构成该径衰落的第  $i$  条子路径（在采样间隔  $T_s$  时，这些子路径不可区分）。

为了便于分析，进一步假定仅有两条子路径，即

$$h(t) = a_1(t) \exp(-j2\pi f_c \tau_1(t)) + a_2(t) \exp(-j2\pi f_c \tau_2(t)) \quad (8)$$

为了刻画信道的时变特性，考察经过  $\Delta t$  时间后的信道

$$h(t + \Delta t) = a_1(t + \Delta t) \exp(-j2\pi f_c \tau_1(t + \Delta t)) + a_2(t + \Delta t) \exp(-j2\pi f_c \tau_2(t + \Delta t)) \quad (9)$$

一般的，信道幅度衰落变化远比相位变化慢，因此  $a_i(t + \Delta t) \approx a_i(t)$ 。

定义频率的变化率为

$$\Delta f_i = f_c \tau'_i(t) \quad (10)$$

根据一阶泰勒近似  $\tau_i(t + \Delta t) \approx \tau_i(t) + \tau'_i(t) \Delta t$ ，则公式 (9) 表示为

$$\begin{aligned} h(t + \Delta t) &\approx a_1(t) \exp(-j2\pi f_c \tau_1(t) - j2\pi \Delta f_1 \Delta t) \\ &\quad + a_2(t) \exp(-j2\pi f_c \tau_2(t) - j2\pi \Delta f_2 \Delta t) \end{aligned} \quad (11)$$

1)  $\Delta f_1 = \Delta f_2$

在两条子路径频率变化率相同的情况下，根据 (8) 和 (11) 有

$$h(t + \Delta t) \approx \exp(-j2\pi \Delta f_1 \Delta t) h(t) \quad (12)$$

该情况相当于固定频偏 FSO 的情况，在接收端采用频偏补偿即可。在该情况下，称该路径仅有多普勒频移，没有多普勒扩展。

**Remark 5:** 从上面分析，FSO 并不只是由接收端设备的不理想（本地载频和发送载频误差）造成，还可以由多普勒频移造成。

2)  $\Delta f_1 \neq \Delta f_2$

在此情况下,令变化率的差值为  $\Delta f = \Delta f_2 - \Delta f_1$ ,该差值一般也称为多普勒扩展。则(11)

可表示为

$$h(t + \Delta t) \approx \exp(-j2\pi\Delta f_1\Delta t) \left( a_1(t)\exp(-j2\pi f_c\tau_1(t)) + a_2(t)\exp(-j2\pi f_c\tau_2(t) - j2\pi\Delta f\Delta t) \right) \quad (13)$$

由于  $\exp(-j2\pi\Delta f_1\Delta t)$  可以通过接收端 FSO 补偿消除,这里令  $\Delta f_1 = 0$ 。则相比  $h(t)$ ,

$h(t + \Delta t)$  仅在第二条子路径多了一个乘法项  $\exp(-j2\pi\Delta f\Delta t)$ 。当  $\Delta f\Delta t = 1/4$  时,相位变化  $\pi/2$ ,  $h(t + \Delta t)$  相比  $h(t)$  发生了显著变化。定义相干时间  $T_c = 1/(4\Delta f)$ , 则当业务持续时间大于  $T_c$  时, 整个业务数据发送时间内信道会发生变化, 称为时变信道。

推广到一般情况, 定义相干时间

$$T_c \triangleq \frac{1}{4D_S} \quad (14)$$

其中  $D_S$  为最大多普勒扩展, 即不同子路径频率变化率的最大差值,

$$D_S = \max_{i,j} f_c\tau'_i(t) - f_c\tau'_j(t) \quad (15)$$

假设业务持续时间为  $NT_s$ , 则当  $NT_s < T_c$  时, 信道在整个业务时间内不发生变化, 称为慢衰落信道; 当  $T_s > T_c$  时, 信道在每个发送符号时间内发生变化, 称为快变信道; 当  $N_0T_s = T_c$  且  $N/N_0 > 1$  时, 称为块衰落信道。

**Remark 6:** 当  $\tau_D \ll T_c$  时, 称为欠扩展信道。在一般的 OFDM 结构中, OFDM 符号时间小于  $T_c$ , 但大于  $\tau_D$ 。因此, 一个 OFDM 符号时间内信道保持不变, 其频域等效信道为并行信道。换句话说, OFDM 仅适合欠扩展信道。

### 3、信道的统计模型

如公式 (7), 信道系数  $h_l[m]$  由位于该采样间隔内的所有子路径组合而成。根据中心极限定理, 当这些子路径具有大致相同的统计特性时, 能够近似为高斯分布

$$h_l[m] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_l^2) \quad (16)$$

一般的, 在不存在视距传输 LOS 路径的情况下, 即仅存在 NLOS 情况下可以采用上述近似。此时信道的幅度服从瑞利分布, 相位服从 0 到  $2\pi$  间的均匀分布。

当存在 LOS 时, 信道系数由 LOS 和 NLOS 构成。NLOS 仍然建模为复高斯分布, LOS

建模为固定增益信道，即

$$h_l[m] = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \sigma_l e^{j\theta} + \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \mathcal{CN}(0, \sigma_l^2) \quad (16)$$

其中， $\kappa$  表示 LOS 与 NLOS 路径的能量比值， $\theta$  为固定相位。此时信道的幅度  $|h_l[m]|$  服从莱斯分布， $\kappa$  也称为莱斯因子。

信道方差  $\sigma_l^2$  的分布称为时延功率谱 (PDP, Profile of Delay-Power)。常用的分布有均匀分布和指数分布。在均匀分布时，有  $\sigma_l^2 = 1/L$ 。在指数分布时，有  $\sigma_l^2 = \alpha e^{-\beta l}$ ，其中  $\alpha$  是归一化系数， $\beta$  是给定的常数。

当生成相关信道序列时，需要考虑信道的相关系数。根据 Jakes 模型，信道的相关系数可以定义为

$$R_p[n] = E[h_l[m]h_{l+p}^*[m+n]] = \sigma_l^2 \delta(p) J_0(2\pi D_s T_s n) \quad (17)$$

其中， $\delta(\cdot)$  是 delta 函数， $J_0(\cdot)$  是第一类零阶 Bessel 函数。

**Remark 7:** 在 OFDM 系统中，定义  $\bar{D}_s = D_s/F$  为归一化最大多普勒频移，其中  $F$  为子载波间隔。因此有

$$R_0[n] = \sigma_l^2 J_0(2\pi \bar{D}_s F T_s n) \quad (18)$$

注意到采样频率  $1/T_s = N_c F$ ，其中  $N_c$  为子载波数，因此有

$$R_0[n] = \sigma_l^2 J_0\left(2\pi \bar{D}_s \frac{n}{N_c}\right) \quad (19)$$

作业 1: 根据文献[1]生成服从 Jakes 模型的相关信道序列，并画出相关函数理论和统计曲线。

[1] Y. R. Zheng and C. Xiao, "Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh Fading channels," *IEEE TCOM*, vol. 51, no. 6, pp. 920-928, June 2003.

作业 2: 分别给出 FTN 和接收端过采样的等效离散复基带表达式 (含连续波形到离散信号的推导过程)。