

Lecture 9 多用户 MIMO

2021-5-4

1、上行信道

1.1、上行固定高斯信道

考虑由 K 个单天线用户和一个 N_r 天线基站 (BS) 构成的多用户上行链路, 其信号模型可表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k x_k + \mathbf{w} \quad (1)$$

其中 \mathbf{h}_k 为第 k 个用户到 BS 的信道, 用户发送信号功率约束为 $E[|x_k|^2] \leq P_k$, 噪声 $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0)$ 。发送信号在 BS 叠加在一块, BS 通过空间特征即信道 $\{\mathbf{h}_k\}$ 区分不同的用户, 即空分多址 (SDMA)。显然为了区分 K 个用户信号, 一般要求 $N_r \geq K$ 。

与上行高斯信道类似, 两用户 SDMA 的容量区域为

$$\begin{aligned} R_1 &\leq \log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_1\|^2 P_1}{N_0} \right), \quad R_2 \leq \log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_2\|^2 P_2}{N_0} \right) \\ R_1 + R_2 &\leq \log \left| \mathbf{I} + \frac{P_1 \mathbf{h}_1 \mathbf{h}_1^H + P_2 \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_2^H}{N_0} \right| \end{aligned} \quad (2)$$

上式分别对应单用户服务和发送端协作两种情况。该容量区域可以通过 BS 的 MMSE-SIC 检测得到。基本思想是由于发送端独立发送信号, (1) 式可以看做一个配置 K 根发送天线的单用户 VBLAST 结构, 因此 BS 采用 MMSE-SIC 检测是信息理论最佳的, 即容量区域可达的。

一般的正交多址 (OMA) 的可达速率对为

$$\begin{aligned} R_1 &= \alpha \log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_1\|^2 P_1}{\alpha N_0} \right) \\ R_2 &= (1 - \alpha) \log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_2\|^2 P_2}{(1 - \alpha) N_0} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

在高斯多址信道中 OMA 是最大和容量可达的, 但是在多用户 MIMO 场景中, OMA 是严格次佳的, 即不存在资源分配系数 α 使得和速率等于和容量。此外, 由于低 SNR 条件下, 系

统是功率受限，因此 OMA 结构相比 SDMA 的性能损失较小；在高 SNR 条件下，系统是自由度受限，因此更充分利用自由度的 SDMA 相比 OMA 具有更大的性能优势。

推广到一般的 $K>2$ 的情况，SDMA 的容量区域为

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} R_k \leq \log \log \left| \mathbf{I} + \frac{1}{N_0} \sum_{k \in \mathcal{S}} P_k \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \right|, \text{ for all } \mathcal{S} \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \quad (4)$$

1.2、慢衰落与快衰落信道

进一步考虑信道的变化。当信道为慢衰落信道时，与多用户 SISO 系统一样，需要考虑如下定义的对称（每用户相同的速率 R ）中断概率

$$P_{out} = \Pr \left\{ \log \left| \mathbf{I} + \frac{1}{N_0} \sum_{k \in \mathcal{S}} P_k \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \right| \leq |\mathcal{S}| R, \text{ for some } \mathcal{S} \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \right\} \quad (5)$$

与 SISO 多用户类似，在低 SNR 条件下 OMA 是近似中断最佳方案。

当信道为快变信道时，分为两种情况讨论：CSIR 和 full CSI。在 CSIR 情况下，两用户 MIMO 的容量区域为

$$\begin{aligned} R_1 &\leq E \left[\log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_1\|^2 P_1}{N_0} \right) \right], \quad R_2 \leq E \left[\log \left(1 + \frac{\|\mathbf{h}_2\|^2 P_2}{N_0} \right) \right] \\ R_1 + R_2 &\leq E \left[\log \left| \mathbf{I} + \frac{P_1 \mathbf{h}_1 \mathbf{h}_1^H + P_2 \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_2^H}{N_0} \right| \right] \end{aligned} \quad (6)$$

在 full CSI 情况下，用户可以根据信道情况进行功率分配优化。考虑每用户功率约束的优化问题

$$\max_{E(P_k(\mathbf{H})) \leq P, \forall k} E \left[\log \left| \mathbf{I} + \frac{1}{N_0} \sum_{k \in \mathcal{S}} P_k(\mathbf{H}) \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \right| \right] \quad (7)$$

考虑用户独立同分布衰落情况，最佳功率分配为

$$P_k(\mathbf{H}) = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{I_0}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \right)^+ \quad (8)$$

其中， I_0 为用户 k 的干扰+噪声项

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{P_k(\mathbf{H}) \|\mathbf{h}_k\|^2}{SINR_k} \\ SINR_k &= P_k(\mathbf{H}) \mathbf{h}_k^H \left(\mathbf{I} + \sum_{j \neq k} P_j(\mathbf{H}) \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^H \right)^{-1} \mathbf{h}_k \end{aligned} \quad (9)$$

同样的，在 full CSI 时采用机会通信，功率在用户和时间维上进行注水分配，能够获得多用户分集增益。

上述内容讨论是每用户配置单根天线的情况，每用户配置多根天线的情况也类似，这里不再赘述。

2、下行信道

在 SISO 多用户下行信道，发送端采用叠加编码，接收端强用户先译弱用户再译自身的 SIC 方法能够获得下行信道的容量区域。但是在 MIMO 下行信道中，用户的接收 SINR 不但与信道的强度（范数）有关还有信道的方向信息有关，因此不能对用户的向量信道进行排序进而区分强弱用户。

2006 年，Shamai 等人证明了利用污纸编码技术达到的速率区域就是 MIMO 下行信道的容量区域。污纸编码（DPC: Dirty Paper Coding）是 Costa 于 1983 年针对非因果已知干扰情况下的信息传输提出的。Costa 证明了在发射端非因果已知高斯干扰的加性高斯白噪声（AWGN）信道中，通过在发射端适当编码，高斯干扰的影响能够被完全消除，信道的容量与不存在干扰时的容量相同。

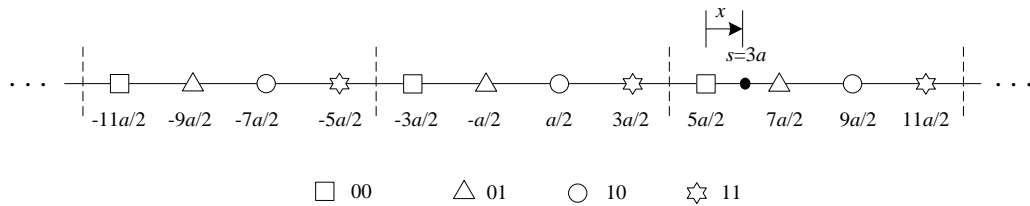


图 9-1. DPC 原理示意图

DPC 的基本原理可以通过图 9-1 表示。考虑如下的高斯信道：

$$y = x + s + n \tag{10}$$

其中 s 为干扰信号， x 和 y 分别是信道的输入和输出， n 是加性高斯噪声。对发送端来说， s 是非因果已知的边信息。假设传输的信息序列是 00，对应的 4-PAM 调制符号 $u = -3a/2$ ，干扰信号 $s = 3a$ 。为了使得接收信号 y 中不包含干扰，需要在发送端进行干扰预减，即令

$$x = u - s = -\frac{9}{2}a \tag{11}$$

此时虽然能保证接收信号不包含 s ，但是却增大了发送功率。为此，将 4-PAM 信号星座在整个实数域上进行重复。此时所有相差 $4a$ 的信号点构成一个陪集，表示相同的信息，共有 4 个陪集。如图 9-1 所示，既然 $5a/2$ 在所有表示信息序列 00 的陪集中具有和 s 最小的距离，将发送信号设为

$$x = \frac{5a}{2} - 3a = -\frac{1}{2}a \quad (12)$$

显然，降低了发送功率。

基于叠加编码的 DPC 是一种能够逼近容量的实际 DPC 技术，其原理如图 9-2 所示。令 $\mathbf{c}_c \in \mathcal{C}_c$, $\mathbf{c}_q \in \mathcal{C}_q$ 分别表示信道码和量化码的码字，则发送信号

$$\mathbf{x} = (\mathbf{c}_c - \mathbf{s}) - \mathbf{c}_q = (\mathbf{c}_c - \mathbf{c}_q) - \mathbf{s} = \mathbf{c} - \mathbf{s} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{c} = \mathbf{c}_c - \mathbf{c}_q \in \mathcal{C} \equiv \{\mathcal{C}_c + \mathcal{C}_q\}$ 是一个叠加码的码字（假定 \mathcal{C}_q 是对称的，即 $-\mathbf{c}_q \in \mathcal{C}_q$ ）。DPC 编码器运算可看作是在陪集码 $\mathbf{c}_c + \mathcal{C}_q$ 中寻找一个与干扰 \mathbf{s} 距离最近的码字 \mathbf{c} 。在接收端，接收到的信号为 $\mathbf{y} = \mathbf{c} + \mathbf{n}$ ，即干扰被消除。译码器从叠加码 \mathcal{C} 中找出最佳的发送码字 $\hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{c}}_c - \hat{\mathbf{c}}_q$ 。

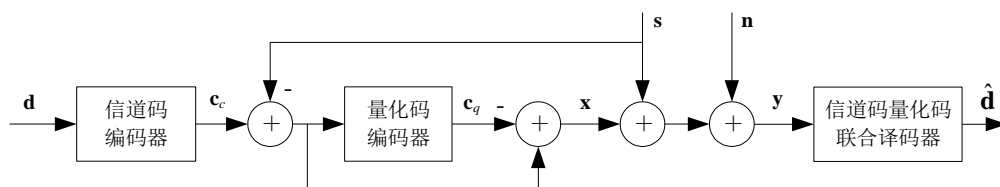


图 9-2. 基于叠加编码的 DPC 原理示意图

其他常见的 MIMO 下行信道预编码方案有 THP、块对角化和矢量预编码等。