

Lecture 2-3 频率分集技术

2021-3-6

利用信道的时延选择性可以获得时间分集，利用信道的空间不相关性（空间选择性）可以获得空间分集。同样的，利用信道的频率选择性可以获得频率分集。

考虑 LTI 频率选择性衰落信道信号模型

$$y_m = \sum_{l=1}^L h_l x_{m-l+1} + w_m \quad (1)$$

为了获得最大分集增益 L ，一个最简单的方法是仅在第 $1, L+1, 2L+1, \dots$ 时隙发送信息符号。

此时，前 L 个时隙的接收信号为

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_L \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_L \end{pmatrix} \quad (2)$$

当多径衰落信道相互独立时，接收端采用简单的 MF 就能获得分集增益 L 。同时间维和空间维重复传输一样，存在其他收发结构具有更高的编码增益。

1、单载波调制+MLSD

发送端采用单载波调制技术，每个传输块包括 $N+L-1$ 个时隙。前 N 个时隙每个时隙发送 1 个独立符号，后 $L-1$ 个时隙发送全零符号（不发送信息符号）以避免块间干扰（IBI）。因此，输入输出信号模型为

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1 x_1 + w_1 \\ y_2 &= h_1 x_2 + h_2 x_1 + w_2 \\ &\dots \\ y_L &= h_1 x_L + h_2 x_{L-1} + \dots + h_L x_1 + w_L \\ y_{L+1} &= h_1 x_{L+1} + h_2 x_L + \dots + h_L x_2 + w_{L+1} \\ &\dots \\ y_N &= h_1 x_N + h_2 x_{N-1} + \dots + h_L x_{N-L+1} + w_N \\ y_{N+1} &= h_2 x_N + \dots + h_L x_{N-L+2} + w_{N+1} \\ &\dots \\ y_{N+L-1} &= h_L x_N + w_{N+L-1} \end{aligned} \quad (3)$$

重写为矩阵形式

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N+L-1} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_L \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & \cdots & x_{N+L-1} \\ & x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_{N+L-2} \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & x_1 & \cdots & x_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_L \end{pmatrix}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{y}^T = \mathbf{h}^T \mathbf{X} + \mathbf{w}^T$$

按照空时码设计准则结论，只需要任意码字差矩阵 $\mathbf{X}_m - \mathbf{X}_{m'}$ 满秩，采用 ML 检测就能获得满分集增益 L 。

假设码字矩阵 \mathbf{X}_a 对应的发送符号序列为 $\mathbf{x}_a = [x_{a,1}, \dots, x_{a,N+L-1}]^T$, $a = m, m'$ 。并假定 \mathbf{x}_m 与 $\mathbf{x}_{m'}$ 最早出现不同元素的位置为 n ，则有

$$\mathbf{X}_m - \mathbf{X}_{m'} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & x_{m,n} - x_{m',n} & * & * & * & * \\ & 0 & \cdots & 0 & x_{m,n} - x_{m',n} & * & * & * \\ & & & & & \ddots & & * \\ & & & 0 & \cdots & 0 & x_{m,n} - x_{m',n} & * \end{pmatrix} \quad (5)$$

显然，上述矩阵是满秩的。因此采用 ML 检测可获得分集度 L 。

ML 检测的复杂度为 $\mathcal{O}(M^N)$ ，其中 M 是信号星座大小。采用基于 Viterbi 算法的 ML 序列检测 (MLSD)，该复杂度能降为 $\mathcal{O}(M^L)$ 。

2、直接序列扩谱 DSSS+Rake 接收机

直接序列扩谱 (DSSS) 的基本思想是以信息速率的降低换取 ISI 在接收信号中的可忽略性。具体的，假设传输带宽为 W ，信息符号 x 的带宽为 $B=W/G$ ， $G>1$ 。扩谱序列记为 $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_G]^T$ ，信息符号首先经过 DSSS，得到发送符号序列 $\mathbf{x}\mathbf{s}$ ，其带宽为 W 。因此相比信息符号 x ，发送符号的带宽具有更大的传输带宽 (G 倍)，因此称为扩谱。

Remark 1: 相对于发送符号 s ，多径数为 $L \approx \tau_D W$ 。相对于信息符号 x ，其等效多径数

$$L' \approx \tau_D B = \tau_D W / G = L / G \quad (6)$$

当扩谱系数足够大 $G>L$ 时，信息符号 x 的等效多径数为 1，即信息符号不存在 ISI。

为了估计第 t 个扩谱传输时间的信息符号 x_t ，一般要利用第 t 个扩谱传输时间接收信号和第 $t+1$ 个扩谱传输时间中前 $L-1$ 个时隙的接收信号 (x_t 的信息包含在这些接收信号中)。

如图 2-2 所示，接收信号为

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{h} \otimes (x_t \mathbf{s}) + \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{z}_{t+1} + \mathbf{w}_t \in \mathbb{C}^{G+L-1} \quad (7)$$

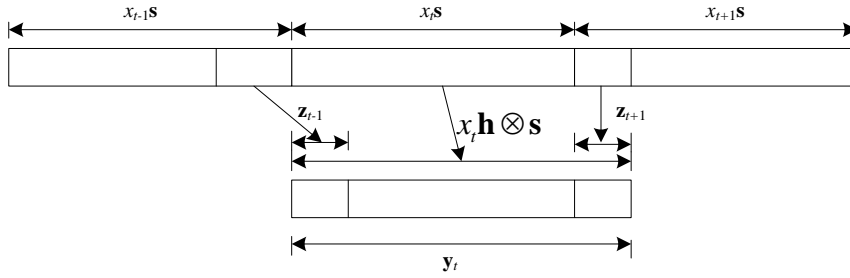


图 2-2. 信号模型示意图

其中， \mathbf{z}_{t-1} 和 \mathbf{z}_{t+1} 表示来自前一个和后一个扩谱传输时间发送信号的干扰，并且 \mathbf{z}_{t-1} 中仅前

$L-1$ 元素非零， \mathbf{z}_{t+1} 仅后 $L-1$ 元素非零。具体的， \mathbf{z}_{t-1} 中前 $L-1$ 个非零元素为

$$\begin{aligned} z_{t-1,L-1} &= x_{t-1} h_{L-1} s_G \\ z_{t-1,L-2} &= x_{t-1} (h_{L-2} s_G + h_{L-1} s_{G-1}) \\ &\dots \\ z_{t-1,1} &= x_{t-1} (h_1 s_G + \dots + h_{L-1} s_{G-L+2}) \end{aligned} \quad (8)$$

\mathbf{z}_{t+1} 中后 $L-1$ 个非零元素为

$$\begin{aligned} z_{t+1,G+1} &= x_{t+1} h_1 s_1 \\ z_{t+1,G+2} &= x_{t+1} (h_2 s_1 + h_1 s_2) \\ &\dots \\ z_{t+1,G+L-1} &= x_{t+1} (h_{L+1} s_1 + \dots + h_1 s_{L-1}) \end{aligned} \quad (9)$$

在 DSSS 中，一般有 $G \gg L$ 。因此，相对有用信号 $\mathbf{h} \otimes (x_t \mathbf{s})$ ，干扰信号 \mathbf{z}_{t-1} 和 \mathbf{z}_{t+1} 可以忽略。此时，(7) 近似为

$$\mathbf{y}_t \approx x_t \mathbf{h} \otimes \mathbf{s} + \mathbf{w}_t \quad (10)$$

上式可进一步表示为

$$\mathbf{y}_t \approx x_t \sum_{l=1}^L h_l \mathbf{s}_l^{(l)} + \mathbf{w} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{s}^{(l)} = [\mathbf{0}_{l-1}^T, \mathbf{s}^T, \mathbf{0}_{L-l}^T]^T$ 。在 DSSS 中，扩谱序列一般满足近似循环移位正交性

$\mathbf{s}^{(l),H} \mathbf{s}^{(l')} \ll \|\mathbf{s}\|^2 = 1$ 。因此，有

$$\mathbf{s}^{(l),H} \mathbf{y}_t \approx h_l x_t + w'_l, \quad l=1, \dots, L \quad (12)$$

显然，从 (12) 可以看出，接收端采用简单的 MF，该 DSSS 方案能够获得满分集增益 L 。

3、OFDM+Coding Across Subcarriers

OFDM 的基本思想是将整个信号传输带宽划分为 N_c 个子带，使得每个子带的带宽小于

信道的相干带宽,因此每个子带信号等效信道为平坦衰落信道。进一步,为了获得分集增益,可以在子带间进行编码。



图 2-3. OFDM 收发端示意图

如图 2-3 所示,在 OFDM 的发送端,符号周期为 T ,带宽为 W 的频域信号序列 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_{N_c}]^T$ 首先经过串并转换为 N_c 个符号周期为 $N_c T$,带宽为 W/N_c 的并行符号序列;经过 IFT 得到时域信号序列 $\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{u}$;加入长为 L_{CP} , $L_{CP} \geq L-1$, 的循环前缀 (CP) 后得到发送信号

$$\mathbf{x}_{CP} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{L_{CP}} \\ & \mathbf{I}_{N_c} \end{pmatrix} \mathbf{x} \quad (13)$$

其中 \mathbf{F} 为归一化傅里叶变换矩阵且 $F_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{N_c}} \exp\left(-j \frac{2\pi mn}{N_c}\right)$, $m, n = 0, 1, \dots, N_c - 1$ 。

经过 LTI-ISI 信道后,接收信号首先执行去 CP 操作,得到信号

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_c \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (14)$$

其中 $\mathbf{H}_c \in \mathbb{C}^{N_c \times N_c}$ 是第一列为 $\mathbf{h}_{ZP} = [h_1, \dots, h_L, \mathbf{0}_{N-L}^T]^T$ 的列循环移位矩阵。然后进行 FT 得到的频域信号

$$\mathbf{z} = \mathbf{F} \mathbf{y} = \mathbf{F} \mathbf{H}_c \mathbf{x} + \mathbf{F} \mathbf{w} = \mathbf{F} \mathbf{H}_c \mathbf{F}^H \mathbf{u} + \mathbf{F} \mathbf{w} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{u} + \mathbf{w}' \quad (15)$$

其中 \mathbf{w}' 与 \mathbf{w} 具有相同的分布,并且根据列循环移位矩阵的特性(特征向量为 FT 矩阵的列),有

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{F} \mathbf{H}_c \mathbf{F}^H = \text{diag} \left\{ \lambda \triangleq \sqrt{N_c} \mathbf{F} \mathbf{h}_{ZP} \right\} \quad (16)$$

由 (15) 知频域等效信道为并行平坦衰落信道

$$z_n = \lambda_n u_n + w'_n, \quad n = 1, \dots, N_c \quad (17)$$

因此,可以采用简单的逐符号检测方法估计出发送信号序列。

根据式 (17),信息符号的可达分集度为 1。为了获得满分集度 L ,可以在子载波间进行编码。注意到信道相干带宽 $W_c \approx W/L$,在总带宽为 W 的 N_c 个子带上信道独立衰落的个

数为 $W/W_c \approx L$ 。因此，可以在子载波间进行编码以获得分集增益 L 。例如最简单的重复编码策略在 N_c 个子载波上发送 N_c/L 个独立符号，每个独立符号在 L 个独立信道上重复传输。

Remark 2: 在上面的推导中，假定 $L_{CP} \geq L-1$ 。当 CP 长度不充分（为了提高谱效），即 $L_{CP} < L-1$ 时，频域接收信号表达式不同于 (15)，还存在临近 OFDM 符号的干扰。

作业 1: 试从信息传输速率、可达分集增益和收发端复杂度等方面比较上述三种频率分集技术。(OFDM 考虑子载波间不编码和 $(L,1)$ 重复编码情况)