DOI：10.3901/JME.2009.08.308

非对称索网抛物面天线力平衡特性及预拉力设计*

杨东武　保　宏
(西安电子科技大学机电工程学院　西安　710071)

摘要：建立具有非对称前、后索网面的旋转抛物面索网天线结构的计算模型，以索网节点的力平衡方程为依据，以前、后索网面中索段的最大拉力比最小为设计目标，给出索网天线结构预拉力的优化设计方法。考虑到索网结构中索段数目即优化变量个数(661)较多，在分析索网结构中内部索网部分力平衡特性的基础上，给出内部索网部分预拉力的一组近似最优解。结合索网天线结构的轴对称特性，将索网结构的预拉力优化问题最终简化为具有 4 个优化变量的优化模型并进行数值解算。以预拉力优化结果作为输入条件，进行索网结构找形过程的仿真分析。结果表明，索网结构的网面设计精度较高，网面索段的最大拉力比为 1.24，验证了该方法的正确性及有效性。

关键词：可展开天线　索网　预拉力
中图分类号：V443.4

Force Balance Characteristics and Pretension Design of Asymmetric Cable Net Parabolic Antenna

YANG Dongwu　BAO Hong
(School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi’an 710071)

Abstract：A mathematical model of asymmetric cable net parabolic antenna is developed. Based on the structure node equations of force balance, an approach for cable pretension design is presented. The object of the design is to find uniform and balanced cable pretensions as soon as possible. Considering the complexity of the design problem, which has too many design variables, with a number of 661, a simplifying progress is done on the basis of the property of cable net structure. A relatively simple optimization model is finally established and numeric result for the design problem is obtained. Finite element model of the cable net structure, with the designed pretensions as its initial condition, is analyzed. The form-finding result shows that the designed model is nearly the same as the expected ideal model and the maximum pretension ratio of the net cables, with a value of 1.24, is considerably small. The result proves the correctness and effectiveness of the proposed approach.

Key words：Deployable antenna　Cable net　Pretension

0　前言

环形桁架展开天线是近年来备受各国宇航界关注的空间展开天线形式，组成部分如图 1 所示，环形桁架展开天线工作的基本原理为：当环形桁架在驱动装置的作用下展开到位后，前索网、后索网以及纵向拉索在结构内力的作用下达到平衡位置，形成天线所需的抛物面型面[1-2]。金属反射网附着于前索网背部完成电波反射任务。这种天线形式的优点在于具有较大的伸缩比，因而是目前大型卫星天线的一种理想形式。

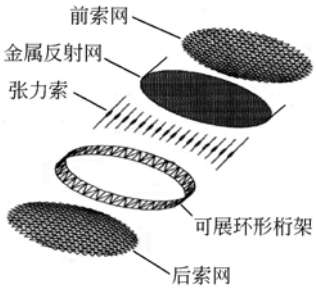

图 1　环形桁架展开天线的组成

由环形桁架展开天线的基本原理可知，天线索网结构(由前、后索网及纵向拉索组成)的网面精度

* 国家部委预研资助项目(51321040102)。20081024 收到初稿，20090310 收到修改稿

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

误差主要是指前索网面最终形成的天线反射面与理想反射面之间的误差。在设计阶段，网面精度误差主要包括两部分内容：① 以索网网格构成的反射面逼近理想抛物面反射面时所引入的原理误差。误差取决于索网的布置形式(辐射状网格、三向网格或准测地线网格等)及网格的大小；② 索网结构设计中所得到的前索网面各节点的位置与理想位置之间的误差，称为网面设计误差。由于索网结构设计是由“形”找“力”的过程，因此误差由索网结构的预拉力不平衡引起。

有关天线反射面索网的布置形式以及网格大小优化的研究可参见文献[3]，本文中不予讨论。此处仅讨论网格大小确定的三向网格索网结构中，各索段预拉力的优化配置问题，因此下文中所提及的网面精度皆指前索网面的设计精度，而对索网面的原理精度不再赘述。

对于索网结构设计中预拉力优化配置问题的求解，国内外宇航界学者一般采用非线性有限元与其他优化算法相结合的方法进行迭代求解[4-5]，求解速度较慢且精度不高(文献[5]中，经过 300 次优化迭代得到的网面精度为 3.1 mm)。文献[6]从索网结构的平衡矩阵出发，采用奇异值分解，并结合线性优化理论给出了一种新的优化途径，但是计算过程较为复杂，编程难度较大。

更重要的是，在实际工程中，为尽可能缩小天线的收拢体积，环形桁架展开天线的前、后索网面通常采用不同的焦径比以减小展开天线的纵向高度。这种具有非对称前、后索网的天线结构预拉力的优化配置问题尚未见文献。

本文从研究旋转抛物面天线索网结构的力平衡特性出发，提出了天线索网结构中预拉力的一种优化配置方法。仿真结果表明，该方法所得到的结果是正确的，且网面索段的预拉力分布较为均匀，能够满足工程要求。

1　索网预拉力优化配置问题的描述

以某索网天线为例，天线口径 D =10 m，前索网抛物面焦距 f_1=6 m，后索网抛物面焦距 f_2 =40 m。索网结构的计算模型如图 2 所示，其中外围节点均被周边环形桁架约束，且不考虑环形桁架结构在索力作用下的变形。在水平投影面(定义为抛物面轴线的垂面)内，前、后索网面的内部网格均为正三角形；外围约束节点为与周边环形桁架的连接节点，沿圆周均匀分布(图 3)。

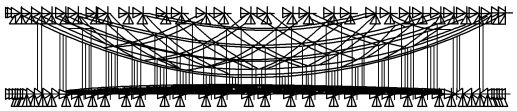

图 2　索网结构计算模型

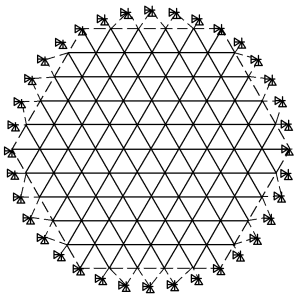

图 3　索网结构投影图

环形桁架展开天线抛物面索网预拉力的优化配置问题可描述为：对于设计在理想抛物面上的索网结构模型(所有索网节点均位于设计要求的抛物面上)，寻求一组预拉力，使得索网结构在原位置上达到平衡(即索网节点的最大位移量在预定的精度范围内)，并尽可能使网面索段的最大拉力比最小。

2　索网结构特性分析

以图 3 所示索网结构的内部索网为研究对象，图 3 中实线表示索网的内部索段，虚线表示索网结构的边界索段。

假设前索网面的抛物面方程式为

$$z=\frac{1}{4f}(x^2+y^2)+b \tag{1}$$

式中，f 为抛物面的焦距，b 为抛物面在 z 轴上的截距。索网面沿径向的最大分段数为 n(n 为偶数，此处 n=10)，且前索网面内部索网部分各索段拉力在水平投影面内的拉力分量大小相等且均为 F^{H}，则索网结构在力平衡条件下具有以下的性质。

(1) 与索网面各内部节点(仅与索网面内部索段连接的节点)连接的纵向拉索的拉力大小 F^{V} 均相等，表达式为

$$F^{\mathrm{V}}=\frac{3}{2n}\frac{D}{f}F^{\mathrm{H}} \tag{2}$$

(2) 前索网面中各内部索段拉力比的最大值

$$\gamma=\sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f}\right)^2} \tag{3}$$

下面对以上性质进行证明。首先，取前索网面中的任一内部节点 A。由节点 A 处的力平衡方程及

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

假设条件可知，节点处各网面索段 $AB_i(i=1,2,\cdots,6)$ 的拉力沿 x、y 方向的分量之和均为零，即节点在水平投影面内已达到力平衡；为保证节点 A 能够完全处于力平衡状态，令与节点相连的纵向拉索的拉力值大小等于索段 $AB_i(i=1,2,\cdots,6)$的拉力沿 z 向的分量之和。设节点 A 在水平投影面内的坐标为 (s_x, s_y)，且

$$a = D/n \tag{4}$$

则节点 $B_i(i=1,2,\cdots,6)$的坐标如图 4 所示。

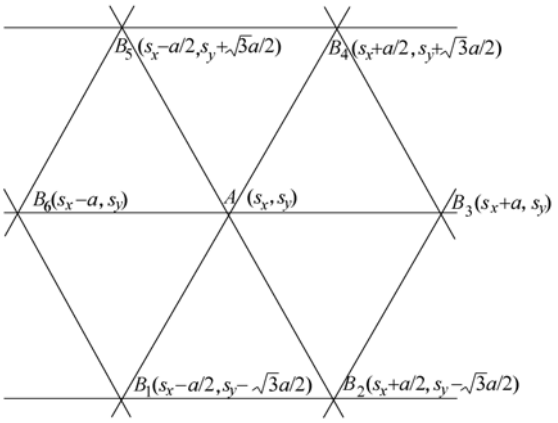

图 4 节点 B_i 坐标图

为保证节点 A 为索网内部节点，不妨令

$$s_x = m_1\frac{a}{2} \tag{5}$$

$$s_y = m_2\frac{\sqrt{3}a}{2} \tag{6}$$

则

$$\begin{cases}|m_1|+|m_2|\le n-2\\ |m_2|\le \dfrac{n}{2}-1\end{cases} \tag{7}$$

式中，m_1、m_2 均为整数。

以上各索段拉力沿 z 向的分量可表示为

$$F_{AB_i}^{\mathrm{V}} = F^{\mathrm{H}}\frac{z_{B_i}-z_A}{a} \qquad i=1,2,\cdots,6 \tag{8}$$

式中，z_A、z_{B_i} 分别表示前索网面节点 A、$B_i(i=1,2,\cdots,6)$的 z 向坐标值，可通过式(1)求出。

结合以上各节点的坐标值，通过整理式(8)容易得出

$$F_{AB_1}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a-s_x-\sqrt{3}s_y) \tag{9}$$

$$F_{AB_2}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a+s_x-\sqrt{3}s_y) \tag{10}$$

$$F_{AB_3}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a+2s_x) \tag{11}$$

$$F_{AB_4}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a+s_x+\sqrt{3}s_y) \tag{12}$$

$$F_{AB_5}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a-s_x+\sqrt{3}s_y) \tag{13}$$

$$F_{AB_6}^{\mathrm{V}} = \frac{1}{4f}F^{\mathrm{H}}(a-2s_x) \tag{14}$$

将式(9)～(14)求和并考虑到式(4)，可得到节点 A 处的纵向索拉力

$$F_A^{\mathrm{V}} = \sum_{i=1}^{6}F_{AB_i}^{\mathrm{V}} = \frac{6a}{4f}F^{\mathrm{H}} = \frac{3}{2n}\frac{D}{f}F^{\mathrm{H}} \tag{15}$$

由于节点 A 为前索网面中的任意内部节点，故性质(1)得证。

注意到在力平衡状态下，前索网面中内部索段 i 的拉力值大小

$$F_i = \sqrt{(F_i^{\mathrm{H}})^2+(F_i^{\mathrm{V}})^2} \tag{16}$$

且 $F_i^{\mathrm{H}} = F^{\mathrm{H}}$，因此前索网面索段中拉力沿 z 向分量大小为极值的索段，总拉力大小也取得极值。

设前索网面各索段中拉力沿 z 向分量大小的最大值为 $\left|F_{\max}^{\mathrm{V}}\right|$，最小值为 $\left|F_{\min}^{\mathrm{V}}\right|$。考虑到式(9)～(14)可以表示前索网面中所有内部索段的 z 向分量，结合式(4)～(7)，通过求解可知，当 $n\ge 4$ (对于索网天线而言，为保证反射面精度，该条件始终成立)时，$\left|F_{\max}^{\mathrm{V}}\right|$ 及 $\left|F_{\min}^{\mathrm{V}}\right|$ 的取值分别如下。

当

$$\begin{cases}|m_1|+|m_2|=2\\ m_2=0\text{或}1\end{cases}$$

有

$$\left|F_{\min}^{\mathrm{V}}\right| = 0 \tag{17}$$

当且仅当

$$\begin{cases}|m_1|+|m_2|=n-2\\ m_2=0\text{或}\dfrac{n}{2}-1\end{cases}$$

有

$$\left|F_{\max}^{\mathrm{V}}\right| = \frac{n-1}{4n}\frac{D}{f}F^{\mathrm{H}} \tag{18}$$

因此前索网面中索段的最大拉力比

$$\gamma = \frac{\sqrt{(F^{\mathrm{H}})^2+(F_{\max}^{\mathrm{V}})^2}}{\sqrt{(F^{\mathrm{H}})^2+(F_{\min}^{\mathrm{V}})^2}} = \sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f}\right)^2} \tag{19}$$

性质(2)得证。

对于后索网面而言，由于仍为旋转抛物面，以上性质成立。

3 索网预拉力优化设计

对于旋转抛物面索网天线的平衡预拉力设计可分为两步进行：第一步，设计网面内部索段及内

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

部节点处纵向拉索(简称为内部纵向拉索)的预拉力；第二步，设计网面边界索段及边界节点处纵向拉索的预拉力。

对于网面内部索段及内部纵向拉索的平衡预拉力设计，可首先假定索网面内部索网部分各索段拉力在水平投影面内的拉力分量大小相等，且内部纵向拉索拉力值为 $F_{\mathrm{in}}^{\mathrm{V}}$。结合此时旋转抛物面索网结构的力平衡特性，针对前、后索网面，由式(2)可分别推导出索网面内部索网部分各索段拉力在水平投影面内的拉力分量 $F_{\mathrm{in1}}^{\mathrm{H}}$ 及 $F_{\mathrm{in2}}^{\mathrm{H}}$，即

$$F_{\mathrm{in}k}^{\mathrm{H}}=\frac{2n}{3}\frac{f_k}{D}F_{\mathrm{in}}^{\mathrm{V}}\qquad k=1,2 \tag{20}$$

式中，k=1 表示前索网面；k=2 表示后索网面。

由于索网预拉力设计的前提假设条件为各索网节点均在理想位置平衡，则前、后索网面各索段与水平投影面的夹角为已知量，因此通过网面各内部索段在水平投影面内的预拉力分量 $F_{\mathrm{in}k}^{\mathrm{H}}$ 不难求出各内部索段的预拉力值。此时前、后索网面内部索段的最大拉力比由式(3)确定，且通常情况下该组预拉力值可以作为内部索网部分预拉力设计的近似最优解。

在第一步设计的基础上，下面仅须要对索网结构中的边界索段及边界节点处纵向拉索(边界纵向拉索)的预拉力值进行优化设计。

考虑到旋转抛物面索网结构的对称特性，此处仅须要对其 1/12 分块的边界索网部分进行预拉力优化设计。图 5 即为该索网结构 1/12 分块的边界索网示意图(实线表示网面内部索段，虚线表示索网结构的边界索段)。

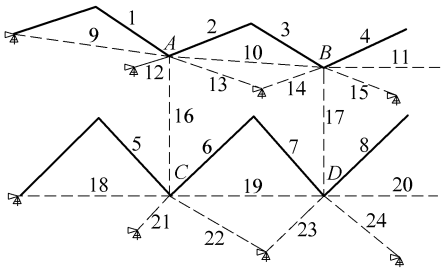

图 5　索网结构 1/12 分块的边界索网示意图

由图 5 不难看出，天线索网结构 1/12 分块的边界索网部分中，非约束边界节点个数为 4，与非约束边界节点相连接的索段(包括纵向拉索)总数为 24，其中包括 8 个内部索段(编号为 1～8)。内部索段的预拉力在设计的第一步已经给出，因此为已知量。

考虑到索段的预拉力设计应使边界非约束节点在理想位置处平衡，即各索段对非约束节点的作用力沿 x、y、z 轴的分量之和应该为零；同时，各索段方向已知，因此对于 4 个边界非约束节点共可列写出 12 个节点平衡方程，其中变量为 16 个边界索段的预拉力大小。将平衡方程写成方程组形式并记为

$$G(F_9,F_{10},\cdots,F_{24})=0 \tag{21}$$

式中，F_i 表示编号为 i 的索段预拉力大小。

式(21)中，未知变量个数为 16，方程数为 12，因此，独立的未知变量个数为 4。结合各变量之间的关系，不妨设 F_{11}、F_{16}、F_{17}、F_{20} 四个未知变量为独立变量，并将其作为边界索网预拉力优化设计中的设计变量，则边界索网预拉力优化设计的数学模型可表示为

$$\begin{aligned}
&\text{find}\quad F_{11},F_{16},F_{17},F_{20}\\
&\min\quad \max(\gamma_1,\gamma_2)\\
&\text{s.t.}\quad G(F_9,F_{10},\cdots,F_{24})=0\\
&\qquad F_{\mathrm{in1}}^{\mathrm{H}}\hat{\gamma}_1\ge F_i\ge\frac{F_{\mathrm{in1}}^{\mathrm{H}}}{\hat{\gamma}_1}\sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f_1}\right)^2}\\
&\qquad i=9,10,\cdots,15\\
&\qquad F_{\mathrm{in2}}^{\mathrm{H}}\hat{\gamma}_2\ge F_i\ge\frac{F_{\mathrm{in2}}^{\mathrm{H}}}{\hat{\gamma}_2}\sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f_2}\right)^2}\\
&\qquad i=18,19,\cdots,24\\
&\qquad F_{\mathrm{in}}^{\mathrm{V}}\hat{\gamma}_v\ge F_i\ge\frac{F_{\mathrm{in}}^{\mathrm{V}}}{\hat{\gamma}_v}\qquad i=16,17
\end{aligned}$$

式中，γ_1、γ_2 分别表示前、后索网面中的最大索段拉力比；$\hat{\gamma}_1$、$\hat{\gamma}_2$ 分别表示前、后索网面中的最大许用索段拉力比；$\hat{\gamma}_v$ 表示纵向拉索中的最大许用索段拉力比。结合式(16)～(20)可知

$$\gamma_1=\frac{\max\left(\sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f_1}\right)^2}F_{\mathrm{in1}}^{\mathrm{H}},F_9,F_{10},\cdots,F_{15}\right)}{\min(F_{\mathrm{in1}}^{\mathrm{H}},F_9,F_{10},\cdots,F_{15})} \tag{22}$$

$$\gamma_2=\frac{\max\left(\sqrt{1+\left(\frac{n-1}{4n}\frac{D}{f_2}\right)^2}F_{\mathrm{in2}}^{\mathrm{H}},F_{18},F_{19},\cdots,F_{24}\right)}{\min(F_{\mathrm{in2}}^{\mathrm{H}},F_{18},F_{19},\cdots,F_{24})} \tag{23}$$

4　非对称索网结构算例分析

采用 C 语言编制了相应的程序，对以上讨论的三向网格索网进行了预拉力优化设计。其中，内部索网部分纵向拉索的拉力值取为均值 5 N，得到的预拉力配置数值结果如下表所示。

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 索段预拉力数值解 N

前索网面		后索网面	
变量	数值解	变量	数值解
F_{in1}^{min}	20.000	F_{in2}^{min}	133.333
F_{in1}^{max}	21.360	F_{in2}^{max}	133.544
F_9	24.504	F_{18}	160.952
F_{10}	20.182	F_{19}	134.758
F_{11}	20.531	F_{20}	135.951
F_{12}	24.821	F_{21}	154.908
F_{13}	21.669	F_{22}	141.115
F_{14}	24.029	F_{23}	149.682
F_{15}	20.074	F_{24}	129.794

注：纵向拉索中 $F_{in}^{V}=5$ N，F_{16}=F_{17}=4.689 N。

表中，F_{in1}^{min}、F_{in1}^{max} 分别表示前索网面内部索段预拉力的最小值及最大值；F_{in2}^{min}、F_{in2}^{max} 分别表示后索网面内部索段预拉力的最小值及最大值；F_{in}^{v} 表示内部索网中纵向拉索的拉力值大小；$F_i(i=9, 10,\cdots,24)$ 表示图 5 所示各索段的预拉力值。

在算例中，前索网面中索段预拉力的最小值为 20 N，最大值为 24.821 N，最大拉力比为 1.241；后索网面中索段预拉力的最小值为 129.794 N，最大值为 160.952 N，最大拉力比为 1.240；纵向拉索中预拉力的最小值为 4.689 N，最大值为 5 N，最大拉力比为 1.067。网面索段的最大拉力比低于文献[6]中的结果(1.38)，说明由该方法得到的结果较好。

为验证以上预拉力优化结果的正确性，将所得的预拉力作为初始力(在有限元分析软件 ANSYS 中需要转化为初始应变值 ε)导入环形桁架展开天线索网结构的有限元模型中(周边节点全约束，不考虑环形桁架的弹性变形)，进行非线性有限元分析，分析结果如图 6 所示。

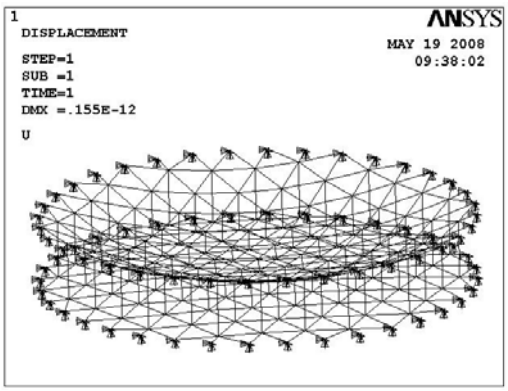

图 6 有限元找形分析结果

由图 6 可见，该索网结构有限元模型中非约束节点的最大位移量为1.55×10^{-13} m，表明通过该方法得到的预拉力配置方案是正确的。

5 结论

(1) 将环形桁架展开天线抛物面索网结构的优化设计问题描述为索网结构中各索段预拉力的优化配置问题。

(2) 分析了旋转抛物面索网结构的力平衡特性，并据此给出了一种索网预拉力优化设计方法。通过非对称旋转抛物面索网结构的预拉力优化设计算例，说明了设计方法的正确性及有效性。

文中没有计及周边环形桁架弹性变形所导致的索网结构边界条件(即约束节点位移)变化。进一步的研究中，可以通过一定的优化策略，给出相应的环形桁架设计方案，使得环形桁架的外接节点(与索网结构相连接的节点)在给定预拉力作用下，能够精确地变形到设计要求的位置，从而实现周边桁架设计与索网结构设计的无缝连接。

参 考 文 献

[1] TIBERT G. Deployment tensegrity structure for space applications[D]. Stockholm：Royal Institute of Technology, 2002.

[2] KORYO M, YASUYUKI M. Concept of the tension truss antenna[J]. AIAA Journal, 1990, 28(6)：1 098-1 104.

[3] 罗鹰. 大型星载可展开天线的动力优化设计与工程结构的系统优化设计[D]. 西安：西安电子科技大学，2004.
LUO Ying. Study on dynamic optimization of large deployed antenna and structural systematic optimization[D]. Xi'an：Xidian University, 2004.

[4] WANG P H, TABARROK T C B, QIN I. Nonlinear analysis of tension structures[J]. Computers and Structures, 1992, 45(5)：973-984.

[5] 狄杰建，段宝岩，罗鹰，等. 大型网状可展开天线预张力的优化[J]. 华南理工大学学报(自然科学版)，2004，32(6)：23-26.
DI Jiejian, DUAN Baoyan, LUO Ying, et al. Preloading optimization of large net-shape deployable antennas[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2004, 32(6)：23-26.

[6] 李刚，关富玲. 环形桁架展开天线索网的预拉力优化技术及工程应用[J]. 固体力学学报，2006，27(S1)：174-179.
LI Gang, GUAN Fuling. Optimization of pretension in net of Astromesh deployable reflector and engineering application[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2006, 27 (S1)：174-179.

作者简介：杨东武，男，1978 年出生，博士研究生。主要研究方向为索网天线结构设计及多柔体系统动力学。

E-mail：ydw_1978@126.com

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net