

DOI: 10.3901/JME.2012.21.022

# 基于 Moore-Penrose 逆的索网天线预拉力设计方法\*

杨东武 仇原鹰 保 宏

(西安电子科技大学机电工程学院 西安 710071)

**摘要:** 为保证星载索网天线反射型面具有一定的刚度和热稳定性, 展开态的索网结构须具有一定的预应力。结合天线索网结构的组成特点, 将索网结构的预拉力设计过程分为三个阶段: 优化设计前索网面索段的预拉力; 计算纵向拉索的索段预拉力; 优化设计后索网面的索段预拉力。在前、后两次网面索段预拉力的优化设计中, 网面索段预拉力的均匀化程度以网面中各索段拉力与网面索段的拉力均值之间的差值平方和大小来衡量; 认为差值平方和越小, 网面索段拉力越均匀。以索网结点在理想位置力平衡所需满足的方程为主要约束条件, 建立索网预拉力优化设计的数学模型。结合线性相容方程组极小范数解的概念, 通过模型等效转换讨论其有效求解方法。算例结果表明, 以网面索段拉力与其均值的差方和最小为目标来优化设计索网预拉力的方法简便、有效。

**关键词:** 反射面天线 索网反射面 预拉力 极小范数

**中图分类号:** V443

## Least-norm Method for Pretension Optimization of Mesh Reflector

YANG Dongwu QIU Yuanying BAO Hong

(School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)

**Abstract:** To ensure space-borne mesh antenna reflector on state has a stable surface shape under vibration and thermal environments, the mesh structure shall be pre-stressed. Based on the component characteristics of mesh antenna structure, the cable pretension design process is divided into three stages, i.e., the tension optimum design of cables in the front net, the calculation of tensions in the tension ties, and the tension optimum design of cables in the rear net. While optimization design on tensions is done for the cables in the front net or in the rear net, the squared deviation of each tension from the mean is used to measure the uniformity of the tensions, and the smaller is the squared deviation, the more evenly the net cable tensions are thought to be. With the force balance equations of the net structure as the main constraints, tension optimum design models are established. Based on the concept of the least-norm solution of consistent linear equation system, method for solving the optimization models is developed. Simulation results show the effectiveness of the measure criterion on the uniformity of the cable tensions, and the effectiveness of the resolution method on solving the optimization models.

**Key words:** Reflector antennas Mesh reflector Pretension Least-norm

## 0 前言

环形桁架展开天线是近年来备受各国宇航界关注的空间展开天线形式, 组成部分如图 1 所示, 原理如下: 当环形桁架在驱动装置的作用下展开到位后, 前索网、后索网以及纵向拉索在结构内力的作用下达到平衡位置, 形成天线所需的抛物面型面<sup>[1-2]</sup>。金属反射网附着于前索网背部完成电波反射

任务。这种天线形式的优点在于具有较大的伸缩比, 因而是目前大型卫星天线的一种理想形式。

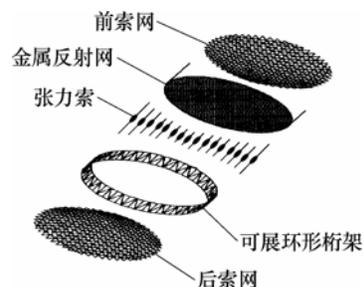


图 1 环形桁架展开天线

\* 国家自然科学基金资助项目(50775170, 51175397)。20120110 收到初稿, 20120724 收到修改稿

由环形桁架展开天线的基本原理可知, 天线索

网结构(由前、后索网及纵向拉索组成)的型面误差主要是指前索网面最终形成的天线反射面与理想反射面之间的误差。在设计阶段,型面误差主要包括两部分内容:①以索网网格构成的反射面近似理想抛物面反射面时所引入的原理误差,误差取决于索网的布置形式(辐射状网格、三向网格或准测地线网格等)及网格的大小,误差控制由索网型面网格的几何设计<sup>[3-5]</sup>保证;②索网结构设计中所得到的前索网面各结点的实际位置与型面几何设计中给出的理想位置之间的误差,称为网面设计误差。由于索网结构设计是由“形”找“力”的过程,因此误差由索网结构的设计预拉力不平衡引起,是索网预拉力优化设计过程中必须严格控制的对象。

对索网结构预拉力优化设计问题的求解,国内外宇航界学者起先常采用非线性有限元与其他优化算法相结合的方法进行迭代求解<sup>[1, 6-7]</sup>,求解速度较慢且精度不高。文献[8-9]从索网结构的平衡矩阵出发,采用奇异值分解,并结合线性优化理论给出了一种预拉力优化途径,从方法上保证了索网预拉力设计结果能够使各索网结点在理想位置达到力平衡,因此所设计的反射面型面误差仅限于型面原理误差;同时,方法以网面索段最大拉力比最小作为网面索段拉力均匀化的评价标准和预拉力设计的优化目标,得到了较为均匀的网面索段预拉力设计结果,使索网结构的预拉力设计问题得到了较好的解决;但是方法计算过程较为复杂,编程难度较大。同样以索网结点的力平衡方程作为出发点,文献[10-11]通过分析旋转抛物面三向网格索网结构的特点,给出了内部索网结构预拉力的一组较优解,使索网结构的预拉力设计问题得到了简化,得到了适合于旋转抛物面索网天线结构预拉力设计的简便方法;文献[12]考虑了为索网结构提供边界支撑的桁架结构的弹性变形,讨论如何将旋转抛物面纯索网结构的预拉力设计结果应用到环形桁架索网天线结构当中。以上方法<sup>[10-12]</sup>虽然简单易行,但仅限于旋转抛物面三向网格索网天线这一特定的结构形式,对偏置抛物面索网天线及准测地线网格形式的索网天线等都无法适用,因此方法的使用受到很大限制。

为寻求索网天线结构预拉力优化设计的简单、通用且有效的方法,本文尝试采用一种新的索段预拉力均匀性评价标准,即以网面各索段拉力值与网面索段的拉力均值之间的差值平方和大小作为网面索段拉力均匀性的评价标准;并认为差值平方和越小,网面索段拉力越均匀。而将索网预拉力优化设计过程分为三个阶段,首先以前索网面中索段的

拉力均匀性最佳为目标优化设计前索网面中索段的预拉力;其次,依据前索网面中索段预拉力的优化结果,通过计算前索网面索段在纵向的拉力分量,给出纵向拉索索段的拉力;最后,以后索网面索网结点所需满足的力平衡条件为基础,优化设计后索网面中的索段预拉力,使后索网面中索段拉力尽可能均匀。

## 1 索网预拉力优化问题描述

天线索网结构预拉力优化设计的假设条件<sup>[1, 10-12]</sup>如下:①索网的布置形式及网格大小确定;②不考虑桁架结构的变形及金属丝网的影响。

由于不考虑索网天线结构中桁架结构的变形,因此,在索网结构预拉力优化设计过程中,索网与桁架之间的挂接结点均作为固定的约束点处理;索网面中的其他结点均为非约束结点。以索网结构的理想几何为出发点,对于每个非约束结点而言,在索网结构中的预拉力作用下,如果要保证其在理想位置上达到平衡,则依据力平衡原理知,与该结点相连接的所有索段对该结点的作用力的合力应该为零,写成标量方程的形式则有

$$\sum_{j=1}^m F_{ij} \frac{x_j - x_i}{l_{ij}} = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^m F_{ij} \frac{y_j - y_i}{l_{ij}} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m F_{ij} \frac{z_j - z_i}{l_{ij}} = 0 \quad (3)$$

式中  $i$ ——非约束结点编号

$m$ ——与非约束结点  $i$  相连接的索段总数

$F_{ij}, l_{ij}$ ——与非约束结点  $i$  相连接的第  $j$  个索段的预拉力值大小和索段长度

$x_i, y_i, z_i$ ——非约束结点  $i$  在参考坐标系中位置坐标的 3 个分量

$x_j, y_j, z_j$ ——与非约束结点  $i$  相连接的第  $j$  个索段的另一个端点在参考坐标系中位置坐标的 3 个分量

由于索网结构几何确定,以上方程式中的未知量仅为各索段的预拉力值  $F_{ij}$ ,因此,索网结构的力平衡方程式为线性方程。

下面讨论索网结构力平衡方程组解的情况。一般情况下,索网天线结构的前、后索网面在天线物理口径面上具有相同的投影几何,纵向拉索的数目则是前索网面中非约束结点的数目。因此,可设前、后索网面中的非约束结点数均为  $k$ ,前、后索网面中的索段个数均为  $r_1$ 。

由空间索网结构中的  $2k$  个非约束结点数共可列出  $6k$  个力平衡方程式, 构成索网结构的力平衡方程组。对于作三向网格划分的天线索网型面而言, 为保证索网型面的原理精度满足设计要求, 网面索段中沿径向的最大分段数一般大于 4, 可以证明此时索网结构力平衡方程组中的方程个数通常要小于网面索段总数  $2r_1$ , 即

$$2r_1 > 6k \quad (4)$$

因此, 索网结构的预拉力设计问题实际上是一个多解问题, 需要通过一定的优化方法确定出一组优化解, 使得索网结构中各结点能够在设计位置满足力平衡条件, 且网面索段拉力尽可能均匀。

## 2 索网预拉力优化设计方法

### 2.1 前索网面索段的预拉力设计

索网天线结构中纵向拉索的方向垂直于环形桁架的物理口径面, 为设计方便, 不妨在环形桁架结构的几何中心建立参考坐标系, 直角坐标系的  $x$ 、 $y$  轴平行于环形桁架的物理口径面, 且保证  $z$  轴正向指向前索网面。这样, 索网结构中纵向拉索的方向平行于  $z$  轴, 在  $Oxy$  平面内没有拉力分量。

若假定纵向拉索的拉力可以任意选取, 则在设计前索网面索段的预拉力时, 仅需要考虑前索网面非约束结点在  $x$ 、 $y$  两个方向上的力平衡条件, 即

$$A_1 F_1 = 0 \quad (5)$$

式中,  $A_1 \in \mathbf{R}^{2k \times r_1}$  为力平衡方程组的系数矩阵;

$F_1 \in \mathbf{R}^{r_1}$  为前索网面各索段拉力构成的拉力矢量。

前索网面索段的预拉力优化问题归结为求齐次线性方程组(5)的一组解, 要求解矢量  $F_1$  中, 各索段的拉力值均为正, 且尽可能均匀。除此之外, 为保证索网型面具有一定的刚度和在外太空热环境下的保形能力, 通常还对索网型面的整体张拉水平有一定的要求。结合网面索段拉力尽可能均匀的要求, 本文将网面索段拉力均值作为索网结构整体张拉水平的一个衡量标准。

记矢量  $F_1$  中各索段拉力的均值

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{r_1} \sum_{i=1}^{r_1} F_{1i} \quad (6)$$

且各索段拉力与均值  $\bar{F}_1$  的差值平方和

$$s_1 = \sum_{i=1}^{r_1} (F_{1i} - \bar{F}_1)^2 \quad (7)$$

式中,  $F_{1i}$  表示前索网面中第  $i$  根索段的拉力值。至此, 索网结构的整体张力水平和网面索段的拉力均匀性分别由  $\bar{F}_1$  和  $s_1$  值的大小来衡量。 $\bar{F}_1$  值越大, 网

面张得越紧;  $s_1$  值越小, 网面索段拉力越均匀。

于是前索网面索段预拉力设计的优化模型可表示为

$$\begin{aligned} F_1 &= (F_{11}, F_{12}, \dots, F_{1r_1})^T \\ \min s_1 &= \sum_{i=1}^{r_1} (F_{1i} - \bar{F}_1)^2 \\ \text{s.t. } A_1 F_1 &= 0 \\ \frac{1}{r_1} \sum_{i=1}^{r_1} F_{1i} &= \bar{F}_1 \\ F_{1i} > 0 \quad & i=1, 2, \dots, r_1 \end{aligned} \quad (8)$$

模型中均值  $\bar{F}_1$  的大小与索网结构的整体张拉水平相关, 更是影响索网天线结构展开驱动力设计的重要因素, 此处不讨论其合理取值问题, 仅将  $\bar{F}_1$  作为某一确定量对待。

为有效求解以上优化模型, 构造与  $F_1$  同维数的矢量  $\bar{F}_1$  和  $\delta_1$ 。矢量  $\bar{F}_1$  的各分量均取为  $\bar{F}_1$ , 矢量  $\delta_1$  取为矢量  $F_1$  与  $\bar{F}_1$  之差, 即

$$\bar{F}_1 = (\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_1)^T \quad (9)$$

$$\delta_1 = F_1 - \bar{F}_1 \quad (10)$$

结合式(9)、(10), 将优化模型式(8)等价写为

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1r_1})^T \\ \min s_1 &= \sum_{i=1}^{r_1} \delta_{1i}^2 \\ \text{s.t. } A_1 \delta_1 &= -A_1 \bar{F}_1 \\ \sum_{i=1}^{r_1} \delta_{1i} &= 0 \\ \delta_{1i} > -\bar{F}_1 \quad & i=1, 2, \dots, r_1 \end{aligned} \quad (11)$$

模型式(11)中  $\delta_{1i}$  表示矢量  $\delta_1$  的第  $i$  个分量。

为方便讨论, 将优化模型式(11)中的等式约束条件

$$\begin{bmatrix} A_1 & \dots & A_1 \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \delta_1 = \begin{bmatrix} -A_1 \bar{F}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

简记为

$$B_1 \delta_1 = d_1 \quad (13)$$

由前面对索网天线结构预拉力优化问题的讨论可知, 在索网几何设计合理的情况下, 式(13)为相容的线性方程组。结合矩阵论中极小范数解的定义<sup>[13]</sup>知, 对于相容的非齐次线性方程组(13), 其极小范数解满足条件

$$\min_{B_1 \delta_1 = d_1} \sum_{i=1}^{r_1} \delta_{1i}^2 \quad (14)$$

且唯一, 即在约束式(12)成立的条件下使优化模型式(11)中的目标函数值取得极小值。因此, 若方程式(12)的极小范数解  $\delta_1^*$  能够满足优化模型式(11)中

的不等式约束

$$\delta_{i_1} > -\bar{F}_1 \quad i=1,2,\dots,r_1 \quad (15)$$

则解  $\delta_1^*$  就是优化模型式(11)的最优解。于是由式(10)得优化模型式(8)的最优解为

$$\mathbf{F}_1^* = \bar{\mathbf{F}}_1 + \delta_1^* \quad (16)$$

## 2.2 纵向拉索索段的预拉力计算

前面提到天线索网结构中纵向拉索平行于参考坐标系的  $z$  轴。当前索网面索段预拉力确定后, 由非约束结点沿  $z$  向的力平衡条件可知, 任意一根纵向拉索的拉力大小应等于与该纵向拉索相连接的前索网面索段的拉力沿  $z$  向的分量之和。因此, 纵向拉索的预拉力可由前索网面索段的预拉力唯一确定。

## 2.3 后索网面索段的预拉力设计

考虑到索网天线结构中前、后索网面在天线物理口径面上具有相同的投影几何, 因此, 后索网面中的非约束结点个数及索段个数与前索网面相同, 分别为  $k$  和  $r_1$ 。

对后索网面中的  $k$  个的非约束结点沿  $x$ ,  $y$  和  $z$  三个方向列写力平衡方程, 得到

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{F}_2 = \mathbf{b}_2 \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{A}_2 \in \mathbf{R}^{3k \times r_1}$  为后索网面结点力平衡方程组的系数矩阵;  $\mathbf{F}_2 \in \mathbf{R}^{r_1}$  为后索网面中各索段拉力构成的拉力矢量;  $\mathbf{b}_2 \in \mathbf{R}^{r_1}$  为方程组中的常数项, 包含了纵向拉索的索段拉力对力平衡方程组的贡献。

与前索网面索段预拉力优化设计时的目标函数类似, 记矢量  $\mathbf{F}_2$  中各索段拉力的均值

$$\bar{F}_2 = \frac{1}{r_1} \sum_{i=1}^{r_1} F_{2i} \quad (18)$$

并以后索网面中各索段拉力与后索网面索段拉力均值  $\bar{F}_2$  的差值平方和

$$s_2 = \sum_{i=1}^{r_1} (F_{2i} - \bar{F}_2)^2 \quad (19)$$

作为后索网面索段拉力均匀性的评价标准, 并追求  $s_2$  的极小化。

构造与  $\mathbf{F}_2$  同维的矢量  $\bar{\mathbf{F}}_2$  和  $\delta_2$ , 矢量  $\bar{\mathbf{F}}_2$  的各分量均取为  $\bar{F}_2$ , 矢量  $\delta_2$  取为矢量  $\mathbf{F}_2$  与  $\bar{\mathbf{F}}_2$  之差, 即

$$\bar{\mathbf{F}}_2 = (\bar{F}_2, \dots, \bar{F}_2)^T \quad (20)$$

$$\delta_2 = \mathbf{F}_2 - \bar{\mathbf{F}}_2 \quad (21)$$

仿照前索网面预拉力设计的优化模型式(11), 可建立后索网面索段预拉力设计的优化模型为

$$\delta_2 = (\delta_{21}, \delta_{22}, \dots, \delta_{2r_1})^T$$

$$\min s = \sum_{i=1}^{r_1} \delta_{2i}^2$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}_2 \delta_2 = -\mathbf{A}_2 \bar{\mathbf{F}}_2 + \mathbf{b}_2$$

$$\sum_{i=1}^{r_1} \delta_{2i} = 0$$

$$\delta_{2i} > -\bar{F}_2 \quad i=1,2,\dots,r_1 \quad (22)$$

值得注意的是, 与前索网面预拉力设计时的情形不同, 此处  $\bar{F}_2$  并非一个确定的已知量。这是由于在给定前索网面索段预拉力均值  $\bar{F}_1$  的条件下, 若追求后索网面索段拉力尽可能均匀, 则后索网面的索段预拉力均值  $\bar{F}_2$  的取值范围受限于索网结构的力平衡约束条件式(17); 若人为指定  $\bar{F}_2$ , 则可能导致优化模型式(22)无可行解或不能保证后索网面索段拉力均匀性最好。

设方程组式(17)中各方程式相互独立, 则后索网面索段预拉力均值  $\bar{F}_2$  的最优解可通过以下优化模型给出

$$\text{find } \bar{F}_2$$

$$\min s_2 = \sum_{i=1}^{r_1} (\delta_{2i})^2$$

$$\text{s.t. } \delta_2 = -\mathbf{A}_2^+ (\mathbf{A}_2 \bar{\mathbf{F}}_2 - \mathbf{b}_2) \quad (23)$$

式中,  $\mathbf{A}_2^+ = \mathbf{A}_2^T (\mathbf{A}_2 \mathbf{A}_2^T)^{-1}$  为行满秩长方形矩阵  $\mathbf{A}_2$  的 Moore-Penrose 逆<sup>[13]</sup>或 Pseudo-inverse;  $\delta_2$  为线性相容方程组式(17)的极小范数解。由于优化模型约束方程式中,  $\bar{\mathbf{F}}_2$  是  $\bar{F}_2$  的函数,  $\mathbf{A}_2$  和  $\mathbf{b}_2$  均为已知量, 因此,  $\delta_2$  仅为  $\bar{F}_2$  的函数。

若记优化模型式(23)的最优解为  $\bar{F}_2^*$ , 且与之对应的  $\bar{\mathbf{F}}_2$  和  $\delta_2$  的计算值分别为  $\bar{\mathbf{F}}_2^*$  和  $\delta_2^*$ , 则可以证明,  $\delta_2^*$  满足模型式(22)中的第二个约束方程, 即

$$\sum_{i=1}^{r_1} \delta_{2i}^* = 0 \quad (24)$$

同时, 若  $\delta_2^*$  能够满足优化模型式(22)中的不等式约束条件, 即

$$\delta_{2i}^* > -\bar{F}_2^* \quad i=1,2,\dots,r_1 \quad (25)$$

则  $\delta_2^*$  必然为优化模型式(22)的最优解。

于是, 后索网面索段的预拉力设计结果可由式(26)给出

$$\mathbf{F}_2^* = \bar{\mathbf{F}}_2^* + \delta_2^* \quad (26)$$

特别指出, 在以上前、后索网面索段预拉力优化模型的求解方法中, 索段拉力值大于零的不等式约束条件均未在优化模型的求解过程中显式地给予严格保证, 但实际上对于一个合理的天线索网结构几何构型, 网面索段拉力应该是有较为均匀的拉力解的。也就是说, 存在一组拉力解, 使网面各索

段的拉力值均位于网面索段拉力均值附近，从而使网面索段拉力与其均值的差值平方和趋于较小的数值；此时不应存在某一索段的拉力值远远小于网面索段拉力均值(一个较大的正值)，甚至出现负值。因此本文方法所得的优化解一般情况下应该是有效的。

### 3 索网预拉力优化设计算例

以文献[11]中的非对称旋转抛物面天线索网结构为例。天线口径  $D=10\text{ m}$ ，前索网面焦距  $f_1=6\text{ m}$ ，后索网焦距  $f_2=40\text{ m}$ 。索网结构的计算模型如图 2 所示，其中外围结点均被周边环形桁架约束，且不考虑环形桁架结构在索力作用下的变形。在水平投影面(定义为抛物面轴线的垂面)内，前、后索网面的内部网格均为正三角形；外围约束结点为与周边环形桁架的连接结点，沿圆周均匀分布(图 3)。

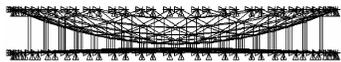


图 2 索网结构模型

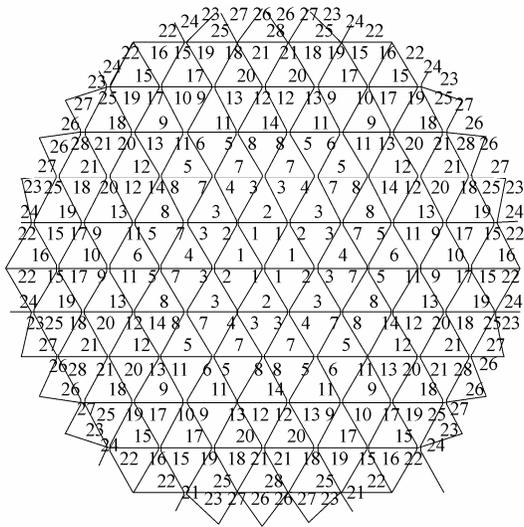


图 3 前索网面中索段预拉力编号

考虑到索网结构的对称性，对该索网结构的预拉力设计变量进行了有效归并，如图 3 和图 4 所示。图 3 给出了前索网面中的索段拉力编号情况，而后索网面索段拉力的编号为前索网面中相应索段的拉力编号加上 28；图 4 给出了纵向拉索索段的拉力编号情况。

为与文献[11]的结果相对比，取前索网面索段拉力均值为 20.84 N，得到索网结构预拉力优化设计结果如图 5~7 所示。单就网面内部索段的预拉力设计而言，文献[11]所得结果更为规律且均匀，主要原因是其方法利用了旋转抛物面、三向网格索网

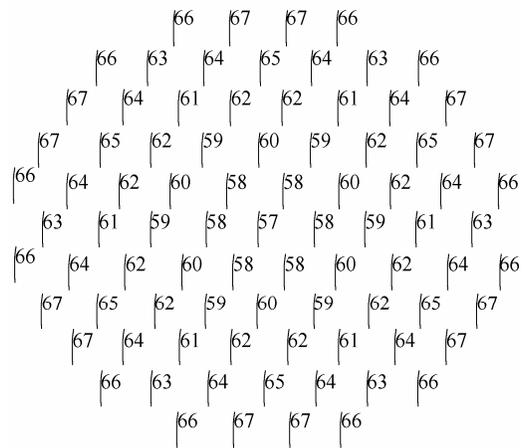


图 4 纵向拉索预拉力编号

结构的特性。但就整个索网结构的预拉力设计结果而言，由下表可见，本文方法所得结果也是比较好的，不仅使网面索段的最大拉力比趋于较小值，而且使网面索段拉力与其均值的差方和趋于较小值。

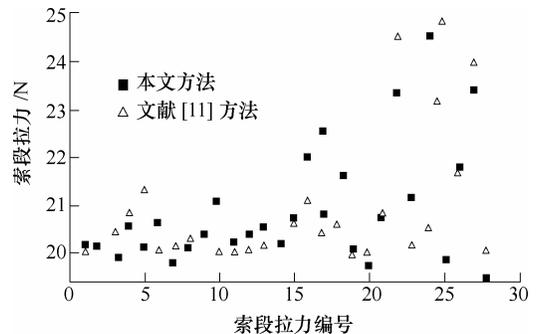


图 5 前索网面索段预拉力设计结果

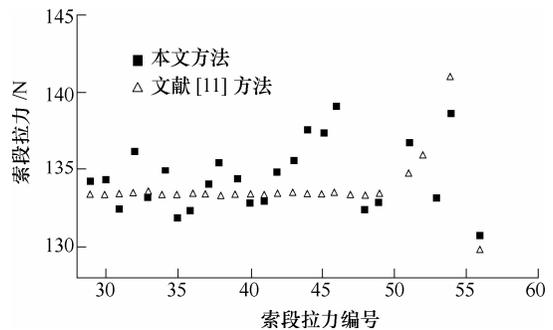


图 6 后索网面索段预拉力设计结果

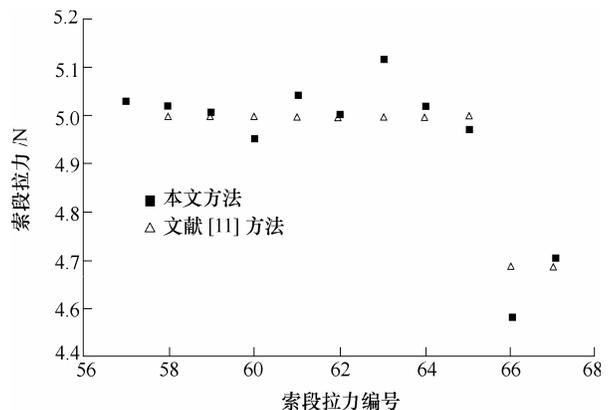


图 7 纵向拉索的预拉力设计结果

表 索段拉力均匀性的比较

索段	本文方法		文献[11]方法	
	最大索段 拉力比	与均值的差 方和	最大索段拉 力比	与均值的 差方和
前索网面	1.26	39.16	1.24	48.85
后索网面	1.21	968.44	1.24	1376.61
纵向拉索	1.12	0.25	1.07	0.16

## 4 结论

(1) 以网面各索段拉力与索段拉力均值的差值平方和的数值大小作为网面索段预拉力均匀性的衡量标准, 给出了一种新的索网预拉力设计方法。

(2) 数值算例结果说明, 所提预拉力均匀性评价指标和预拉力优化设计方法合理有效。

(3) 本文方法也适用于其他类型天线索网结构的预拉力优化设计, 如偏置抛物面天线及准测地线网格天线的索网结构预拉力优化设计。

## 参 考 文 献

- [1] TIBERT G. Deployment tensegrity structure for space applications[D]. Stockholm : Royal Institute of Technology Department of Mechanics, 2002.
- [2] KORYO M, YASUYUKI M. Concept of the tension truss antenna[J]. AIAA Journal, 1990, 28(6): 1098-1104.
- [3] 罗鹰, 段宝岩. 周边桁架式展开天线几何布局优化[J]. 空间科学学报, 2004, 24(2): 132-137.  
LUO Ying, DUAN Baoyan. Layout optimization of large flexible deployed antenna[J]. Chinese Journal of Space Science, 2004, 24(2): 132-137.
- [4] 杨东武, 尤国强, 保宏. 抛物面索网天线的最佳型面设计方法[J]. 机械工程学报, 2011, 47(19): 123-128.  
YANG Dongwu, YOU Guoqiang, BAO Hong. Best geometry design method for paraboloid reflectors of mesh antenna[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(19): 123-128.
- [5] 田大可, 刘荣强, 邓宗全, 等. 多模块构架式空间可展开天线背架的几何建模[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(1): 111-116.  
TIAN Dake, LIU Rongqiang, DENG Zongquan, et al. Geometry modeling of truss structure for space deployable truss antenna with multi-module[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(1): 111-116.
- [6] 狄杰建, 段宝岩, 罗鹰, 等. 大型网状可展开天线预张力的优化[J]. 华南理工大学学报, 2004, 32(6): 23-26.  
DI Jiejian, DUAN Baoyan, LUO Ying, et al. Preloading optimization of large net-shape deployable antennas[J]. Journal of South China University of Technology, 2004, 32(6): 23-26.
- [7] 李团结, 周懋花, 段宝岩. 可展天线的柔性索网结构找形分析方法[J]. 宇航学报, 2008, 29(3): 794-798.  
LI Tuanjie, ZHOU Maohua, DUAN Baoyan. A method of form-finding analysis for flexible cable net structures of deployable antennas[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(3): 794-798.
- [8] 李刚, 关富玲. 环形桁架可展开天线抛物面索网的预拉力优化[J]. 浙江大学学报, 2005, 39(10): 1557-1643.  
LI Gang, GUAN Fuling. Pretension optimization in parabolic cable net of astromesh deployable reflector[J]. Journal of Zhejiang University, 2005, 39(10): 1557-1643.
- [9] 牛治永, 王三民, 王磊. 空间桁架可展天线三向索网预张力多目标优化[J]. 机械科学与技术, 2009, 28(3): 330-335.  
NIU Zhiyong, WANG Sanmin, WANG Lei. Multiobjective optimization of the pretension force in the tri-directional cable net of an astromesh deployable reflector[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(3): 330-335.
- [10] 杨东武, 仇原鹰, 段宝岩. 索网式天线结构预拉力优化的新方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(2): 319-323.  
YANG Dongwu, QIU Yuanying, DUAN Baoyan. Optimal design of cable pretensions of the tension truss antenna[J]. Journal of Xidian University, 2008, 35(2): 319-323.
- [11] 杨东武, 保宏. 非对称索网抛物面天线力平衡特性及预拉力设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 308-312.  
YANG Dongwu, BAO Hong. Characteristic of and pretension optimization for cable net of parabolic antenna reflector with asymmetric[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 308-312.
- [12] 杨东武, 仇原鹰, 段宝岩. 预应力索网天线结构优化设计[J]. 应用力学学报, 2008, 25(4): 617-621.  
YANG Dongwu, QIU Yuanying, DUAN Baoyan. New method for pre-stressed astromesh deployable antenna design[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(4): 617-621.
- [13] 程云鹏, 张凯院, 徐仲. 矩阵论[M]. 2版. 西安: 西北工业大学出版社, 2000.  
CHENG Yunpeng, ZHANG Kaiyuan, XU Zhong. Matrix theory[M]. 2nd ed. Xi'an: Northwestern University Press, 2000.

作者简介: 杨东武, 男, 1978年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为索网天线结构优化设计和多柔体系统动力学。

E-mail: ydw\_1978@126.com